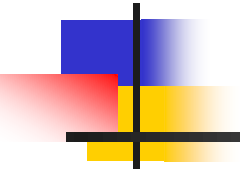


Случайная составляющая уравнения регрессии





План:

1. Модель парной регрессии
2. Метод Монте-Карло
3. Пример



Модель парной регрессии

С помощью регрессионного анализа мы можем получить оценки параметров зависимости. Однако они являются лишь ***оценками***. Поэтому возникает вопрос о том, насколько они надежны



Коэффициент регрессии

Коэффициент регрессии, вычисленный методом наименьших квадратов, – это особая форма случайной величины, свойства которой зависят от свойств случайной составляющей в уравнении



Модель линейной регрессии

Рассмотрим линейную модель

$$y = \alpha + \beta x + u$$

где x – независимая переменная;

y – зависимая переменная;

α и β – истинные значения параметров регрессии;


u – случайная составляющая



Оценка уравнения регрессии

На основе n выборочных наблюдений будем оценивать уравнение регрессии

$$Y = a + bx$$



Будем предполагать, что x — это неслучайная экзогенная переменная. Иными словами, ее значения во всех наблюдениях можно считать заранее заданными и никак не связанными с исследуемой зависимостью



Величина y состоит из двух составляющих.
Она включает неслучайную составляющую

$$(\alpha + \beta x)$$

(α и β могут быть неизвестными, но тем не менее это постоянные величины), и случайную составляющую u



Коэффициент регрессии

Коэффициент регрессии \mathbf{b} , полученный по любой выборке, представляется в виде суммы двух слагаемых: 1) постоянной величины, равной истинному значению коэффициента β ;

2) случайной составляющей, зависящей от $\mathbf{Cov}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$, которой обусловлены отклонения коэффициента \mathbf{b} от константы β



Метод Монте-Карло

По-видимому, никто точно не знает, почему ***эксперимент по методу Монте-Карло*** называется именно так. Возможно, это название имеет какое-то отношение к известному казино как символу действия законов случайности





Метод Монте Карло

Эксперимент по методу Монте-Карло – это искусственный контролируемый эксперимент, дающий возможность проверить хорошие или плохие оценки дает используемый метод

Эксперимент по методу Монте-Карло состоит из трех частей. **Во-первых:**

выбираются истинные значения α и β ;

в каждом наблюдении выбирается значение x ;

используется некоторый процесс генерации случайных чисел для получения значений случайного фактора u в каждом из наблюдений.

Во-вторых, в каждом наблюдении генерируется значение y с использованием соотношения $y = \alpha + \beta x + u$ и значений α, β, x и u .

В-третьих, применяется регрессионный анализ для оценивания параметров a и b с использованием только полученных указанным образом значений y и данных для x . При этом вы можете видеть, являются ли a и b хорошими оценками α и β , и это позволит почувствовать пригодность метода построения регрессии



Пример

Истинные значения параметров регрессии равны соответственно **2** и **0,5**:

$$y = 2 + 0,5x + u$$

x принимает значения от 1 до 20;

u - случайные числа.

Оценить регрессионную зависимость

Таблица 3.1

X	u	Y	X	u	Y
1	-0,59	1,91	11	1,59	9,09
2	-0,24	2,76	12	-0,92	7,08
3	-0,83	2,67	13	-0,71	7,79
4	0,03	4,03	14	-0,25	8,75
5	-0,38	4,12	15	1,69	11,19
6	-2,19	2,81	16	0,15	10,15
7	1,03	6,53	17	0,02	10,52
8	0,24	6,24	18	-0,11	10,89
9	2,53	9,03	19	-0,91	10,59
10	-0,13	6,87	20	1,42	13,42

Уравнение регрессии

Методом наименьших квадратов получено следующее уравнение регрессии:

$$Y = 1,63 + 0,54x$$

Для дальнейшей проверки повторим эксперимент с *тем же* истинным уравнением и с *теми же* значениями ***x***, но с ***НОВЫМ*** набором случайных чисел для ***u***

Уравнение регрессии

Опять методом наименьших квадратов получим новое уравнение регрессии:

$$***Y = 2,52 + 0,48x***$$

Повторим эти эксперименты 10 раз

Эксперимент	a (2,00)	b (0,5)
1	1,63	0,54
2	2,52	0,48
3	2,13	0,45
4	2,14	0,50
5	1,71	0,56
6	1,81	0,51
7	1,72	0,56
8	3,18	0,41
9	1,26	0,58
10	1,94	0,52



Анализ результатов

Несмотря на то, что в одних случаях оценки принимают заниженные значения, а в других — завышенные, в целом значения ***a*** и ***b*** группируются вокруг истинных значений, равных соответственно 2,00 и 0,5.

<i>X</i>	<i>u'</i>	<i>y</i>	<i>X</i>	<i>u'</i>	<i>y</i>
1	-1,18	1,32	11	3,18	10,68
2	-0,48	2,52	12	-1,84	6,16
3	-1,66	1,84	13	-1,42	7,08
4	0,06	3,94	14	-0,50	8,50
5	-0,76	3,74	15	3,38	12,88
6	-4,38	0,62	16	0,30	10,30
7	2,06	7,56	17	0,04	10,54
8	0,48	6,48	18	-0,22	10,78
9	5,06	11,56	19	-1,82	9,68
10	-0,26	6,74	20	2,84	14,84

Эксперимент	a (2,00)	b (0,5)
1	1,63	0,54
2	2,52	0,48
3	2,13	0,45
4	2,14	0,50
5	1,71	0,56
6	1,81	0,51
7	1,72	0,56
8	3,18	0,41
9	1,26	0,58
10	1,94	0,52

Эксперимент	a (2,00)	b (0,5)
1	1,26	0,58
2	3,05	0,45
3	2,26	0,39
4	2,28	0,50
5	1,42	0,61
6	1,61	0,52
7	1,44	0,63
8	4,37	0,33
9	0,52	0,65
10	1,88	0,55



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!



+ 998 71 237 1948



smirzaev@tiame.uz