



Случайные величины



План:

1. Понятие случайной величины
2. Закон распределения ДСВ
3. Числовые характеристики ДСВ



Случайная величина


Случайной называют величину, которая в результате испытания примет одно и только одно возможное значение, заранее не известное и зависящее от случайных причин

Примеры

1. Число родившихся мальчиков среди ста новорожденных есть случайная величина, которая имеет следующие возможные значения: $0, 1, 2, \dots, 100$.

2. Расстояние, которое пролетит снаряд при выстреле из орудия, есть случайная величина. Действительно, расстояние зависит не только от установки прицела, но и от многих других причин (силы и направления ветра, температуры и т. д.), которые не могут быть полностью учтены. Возможные значения этой величины принадлежат некоторому промежутку (a, b) .

Дискретные и непрерывные случайные величины



- **Дискретной** называют случайную величину, которая принимает отдельные, изолированные значения с определенными вероятностями
- **Непрерывной** называют случайную величину, которая может принимать все значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка

Закон распределения вероятностей ДСВ

Законом распределения дискретной случайной величины (ДСВ) называют соответствие между возможными значениями и их вероятностями (сумма вероятностей равна единице)

X	1	3	4	7
P	0,2	0,1	0,3	0,4



Пример

В денежной лотерее выпущено 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 50 млн. сум и десять выигрышей по 1 млн. сум. Найти закон распределения случайной величины X — стоимости возможного выигрыша для владельца одного лотерейного билета.



Решение

X	50	1	0
P	0,01	0,1	0,89

$$P = 0,01 + 0,1 + 0,89 = 1.$$



Числовые характеристики ДСВ

Математическим ожиданием ДСВ называют сумму произведений всех ее возможных значений на их вероятности:

X	x_1	x_2	...	x_n
P	p_1	p_2	...	p_n

$$M(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$



Пример

Найти математическое ожидание случайной величины X :

X	3	5	2
P	0,1	0,6	0,3

$$M(X) = 3*0,1 + 5*0,6 + 2*0,3 = 3,9.$$



Задание

Найти математическое ожидание случайной величины X :

X	2	5	8
P	0,2	0,5	0,3

$$M(X) = 2*0,2 + 5*0,5 + 8*0,3 = 5,3.$$



Вероятностный смысл

Вероятностный смысл математического ожидания таков: *математическое ожидание приближенно равно* (тем точнее, чем больше число испытаний) ***среднему арифметическому*** наблюдаемых значений случайной величины

Свойства математического ожидания

1. Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной:

$$M(C) = C$$

2. Постоянный множитель можно выносить за знак математического ожидания:

$$M(CX) = C * M(X)$$

Свойства математического ождидания

3. Математическое ождидание произведения двух независимых случайных величин равно произведению их математических ождиданий:

$$M(X*Y) = M(X)*M(Y)$$

4. Математическое ождидание суммы двух случайных величин равно сумме их математических ождиданий:

$$M(X+Y) = M(X) + M(Y)$$



Дисперсия ДСВ

Можно указать такие случайные величины, которые имеют одинаковые математические ожидания, но различные возможные значения

X	-0,01	0,01
P	0,5	0,5

$$M(X) = -0,01*0,5 + 0,01*0,5 = 0.$$

Y	-100	100
P	0,5	0,5

$$M(Y) = -100*0,5 + 100*0,5 = 0.$$

Black 10K

Blue 10K





Дисперсия ДСВ

Дисперсией ДСВ называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания:

$$D(X) = M[X - M(X)]^2$$



Дисперсия

Дисперсия это **оценка рассеяния** возможных значений случайной величины вокруг ее среднего значения.

Формула для вычисления дисперсии:

$$\mathbf{D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2}$$

Пример

Найти дисперсию случайной величины X , которая задана следующим законом распределения:

X	2	3	5
P	0,1	0,6	0,3

$$M(X) = 2*0,1 + 3*0,6 + 5*0,3 = 3,5$$

X^2	4	9	25
P	0,1	0,6	0,3

$$M(X^2) = 4*0,1 + 9*0,6 + 25*0,3 = 13,3$$

$$D(X) = M(X^2) - [M(X)]^2 = 13,3 - (3,5)^2 = 1,05$$



Свойства дисперсии

1. Дисперсия постоянной величины равна нулю:

$$D(C) = 0$$

2. Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, возводя его в квадрат:

$$D(C*X) = C^2*D(X)$$



Свойства дисперсии

3. Дисперсия суммы двух независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин:

$$D(X + Y) = D(X) + D(Y)$$

4. Дисперсия разности двух независимых случайных величин равна сумме дисперсий этих величин:

$$D(X - Y) = D(X) + D(Y)$$

Среднее квадратическое отклонение

Средним квадратическим отклонением случайной величины X называют квадратный корень из дисперсии:

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$$




Пример

Дисперсия случайной величины равна

$$D(X) = 1,05$$

Найти среднее квадратическое отклонение

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{1,05} = 1,02$$



Среднее квадратическое отклонение

Дисперсия имеет размерность, равную квадрату размерности случайной величины. Так как среднее квадратическое отклонение (СКО) равно квадратному корню из дисперсии, то размерность СКО совпадает с размерностью X . Поэтому в тех случаях, когда желательно, чтобы оценка рассеяния имела размерность случайной величины, вычисляют среднее квадратическое отклонение, а не дисперсию



Задание

Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины, зная закон ее распределения:

X	$6+k$	$3+k$	$1+k$
P	$0,2$	$0,3$	$0,5$



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!



+ 998 71 237 1948



s.mirzaev@tiame.uz