THEME: *PROBLEMS OF MATHEMATICAL PROGRAMMING*

Teacher: prof. G.Shadmanova



Plan:

- General formulation of the problem of mathematical programming
 - The main task of linear programming
- Classification of problems of mathematical programming

General formulation of the problem of mathematical programming

Mathematical programming is a branch of mathematics which includes the theory and methods of solving problems. The maximum or smallest value of a given function is under certain conditions. The function's

extreme value of which must be found, is called the objective.

Formally, the problem of mathematical programming reduces to the following: an objective function is defined that depends on n parameters:

 $Z = Z(x_1, x_2, \dots, x_n)$

and m conditions that must be met:

$$\begin{cases} u_1 = (x_1, x_2, \dots, x_n) \le b_1 \\ u_2 = (x_1, x_2, \dots, x_n) \le b_2 \\ \dots \\ u_m = (x_1, x_2, \dots, x_n) \le b_m \end{cases}$$

All the variables are subject to the conditions of non-negativity: $x_j \ge 0$, j=1, n (3)

Given a system of m linear equations with n unknowns:

$$a_{11}x_{1} + a_{12}x_{2} + \dots + a_{1n}x_{n} \leq b_{1},$$

$$a_{21}x_{1} + a_{22}x_{2} + \dots + a_{2n}x_{n} \leq b_{2},$$

$$\dots$$

$$a_{m1}x_{1} + a_{m2}x_{2} + \dots + a_{mn}x_{n} \leq b_{m}$$
(1)

where all the unknowns can take only non-negative values: $x_1, x_2, ..., x_n \gg 0$ (2)

and a linear objective function of the same variables

$$z = c_i x_i + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \to \max$$
 (min), (3)

Definition 1. Any non-negative solution of the system of equations (1) is called a possible solution of the linear programming problem.

Definition 2. The possible solution, in which function (3) takes the largest (least) value, is called the optimal solution of the linear programming problem.



Classification of problems of mathematical programming

The tasks of mathematical programming are classified depending on the type of objective function and conditions. If the objective function and conditions are linear, then the corresponding problem is the *linear* programming problem. If in the objective function, one of the conditions is nonlinear, then the problem is called *nonlinear* programming.

Example.

$$\begin{pmatrix} 2 X_1 + 4 X_2 + 3,2 X_3 < 30 \\ 5 X_1 + 2,6 X_2 + 7 X_3 < 50 \\ 3,5 X_1 + 5 X_2 + 2,4 X_3 < 40 \\ 2 X_1 + 1,3 X_2 + 1,5 X_3 < 20 \end{pmatrix}$$

$$Z = 30 X_1 + 20 X_1 + 40 X_1 \rightarrow max (2)$$

$$X_1, X_2, X_3 > 0 \quad (3)$$

This is a *linear* programming problem.

This problem can be solved on a computer with Excel. To do this, we enter all the data into the computer as follows.

x1	x2	x3			
30	20	40			
0	0	0	0		
2	4	3,2	0	30	
5	2,6	7	0	50	
3,5	5	2,4	0	40	
2	1,3	1,5	0	20	

Then we call the programm 'Search for a solution'

			C	D	E	F	G	н	I
		x2	x3						
	30	20	40						
	0	0	0	0					
	2	4	3,2	0	30				
	5	2,6	7	0	50				
	3,5	5	2,4	0	40				
	2	1,3	1,5	0	20				
6									
L à	арам	иетры поис	ка решения						
ы.		Оптимизиров	ать целев <u>у</u> ю	функцию:	\$D\$3				
ы.									
		до: 💿	Максимум	Минимум	і <u>Э</u> наче	ния:	0		
н.									
н.		измения иче	ики переменн	IDIX:					
ы.									
	E	в соответств	ии с огранич	спиричи.					
	E	B COOTBETCTE	ии с огранич	енияни.				Robar	
	E	<u>coorbetcte</u>	ии с огранич	спияни.			^	<u>До</u> бав	зить
	E		ии с огранич	енияни.				<u>До</u> бав Измен	зить 141 <u>т</u> ь
	E		ии с огранич	епияни.				<u>До</u> бае Измен	зить ии <u>т</u> ь
	E		и с огранич	енияни.				<u>До</u> бае Измен <u>У</u> дал	зить ил <u>т</u> ь ить
	E	<u>coorbercte</u>	ии с огранич	епияни.				<u>До</u> бав Измен <u>У</u> дал	зить ки <u>т</u> ь ить
	E	S GOOTBETCTE	ии с огранич	енияни.				<u>До</u> бав Измен <u>У</u> дал Сброс	зить ки <u>т</u> ь ить
	E	5 GOOTBETCTE	ии с огранич	енияни.				<u>До</u> бав Измен Удал Сброс	зить 4и <u>т</u> ь ить
	E		ии с огранич	енияни.				<u>До</u> бав Измен Удал Сброс <u>З</u> агрузить/о	зить яи <u>т</u> ь ить сить сохранить
	E	Сделать	переме <u>н</u> ные	без ограниче	ений неотриг	ательными		<u>До</u> бав Измен Удал Сброс <u>З</u> агрузить/о	зить яи <u>т</u> ь ить сить сохранить
	E	Сделать Зыберите	переме <u>н</u> ные	без ограниче	ений неотриц	цательными дач методом		<u>До</u> бав Измен Удал Сброс <u>З</u> агрузить/с	зить яи <u>т</u> ь ить сить сохранить
	E	Сделать Зыберите четод решен	переме <u>н</u> ные ия: Поиск	без ограниче решения ней	ений неотриг линейных за,	цательными дач методок		<u>До</u> бав Измен Удал Сброс <u>З</u> агрузить/с Пара	зить и <u>т</u> ь ить сить сохранить
	E	 Сделать Зыберите четод решен Метод решен 	переме <u>н</u> ные ия: Поиск	без ограниче решения ней	ений неотриг линейных за,	цательными дач методом		<u>До</u> бав Измен Удал Сброс Загрузить/с Пара	зить и <u>т</u> ь ить сить сохранить метры
	E	 Сделать Зыберите четод решен Метод решен Для гладки 	переме <u>н</u> ные ия: Поиск ания х нелинейны	без ограниче решения ней х задач испо	ений неотриц пинейных за, ульзуйте пои	цательными дач методок ск решения і		<u>До</u> бав Измен Удал Сброс Загрузить/с Пара задач методо	зить и <u>т</u> ь ить сохранить метры
	E	 Сделать Зыберите четод решен Метод решен Для гладки для линейн задач - эво 	переме <u>н</u> ные ия: Поиск ания х нелинейны ых задач - по	без ограниче решения нел х задач испо риск решения	ений неотриц линейных за, ользуйте пои а линейных з ая.	цательными дач методок ск решения п адач симпле		<u>До</u> бае Измен Удали Сброс Загрузить/с Пара задач методо а для неглад	зить и <u>т</u> ь ить сохранить метры ом ОПГ, дких
	Ē	 Сделать Зыберите четод решен Метод решен Для гладки для линейн задач - эво 	переме <u>н</u> ные ия: Поиск ения х нелинейны ых задач - п люционный г	без ограниче решения нел х задач испо риск решения роиск решения	ений неотриц линейных за, ользуйте пои а линейных з ія.	цательными дач методом ск решения п адач симпле		<u>До</u> бав Измен Удал Сброс Загрузить/с Пара задач методо а для неглал	зить ить ить сить сохранить метры ом ОПГ, цких
	Ē	 Сделать Зыберите четод решен Метод решен Для гладки для линейн задач - эво 	переме <u>н</u> ные ия: Поиск ения х нелинейны ых задач - по люционный г	без ограниче : решения нел х задач испо риск решения роиск решения	ений неотриц линейных за, альзуйте пои а линейных з ія.	цательными дач методом ск решения адач симпле	нелинейных	<u>До</u> бав Измен Удал Сброс Загрузить/с Пара задач методо а для неглал	зить ить оть сохранить метры ом ОПГ, аких
	Ē	 Сделать Зыберите четод решен Метод решен для гладки для гладки для линейн задач - эво Справка 	переме <u>н</u> ные ия: Поиск ения х нелинейны ых задач - по люционный г	без ограниче решения нел х задач испо риск решения юиск решения	ений неотриц линейных за, ильзуйте пои а линейных з ия.	цательными дач методом ск решения п адач симпле Най		<u>До</u> бав Измен Удал Сброс Загрузить/с Пара задач методо а для неглад	зить ить ить оть сохранить метры ом ОПГ, аких

After calling the program here enter the cell address data as follows:

x1	x2	x3								
30	20	40								
0	0	0	0							
2	4	3,2	0	30						
5	2,6	7	0	50						
3,5	5	2,4	0	40						
2	1,3	1,5	0	20						
Парам	иетры поиси	ка решения							×	
-	Оптимизиров	ать целевую	функцию:	\$D\$3						
	до: 💿	Максимум	Минимум	© <u>З</u> наче	ния:	0				
1	Изменяя ячей	іки переменн	ых:							
	\$A\$3:\$C\$3							.		
	3 <u>с</u> оответств	ии с огранич	ениями:							
	\$D\$4 <= \$E\$ \$D\$5 <= \$E\$	4				^ [<u>До</u> ба	зить]	
	\$D\$6 <= \$E\$ \$D\$7 <= \$E\$	7					Измен	ни <u>т</u> ь]	
							<u>У</u> дал	ить]	
_							Сбро	ить]	
						- 1	<u>З</u> агрузить/	сохранить	1	
	Сделать переменные без ограничений неотрицательными									
	Зыберите метод решен	ия: Поиск	решения ли	нейных зада	ч симплекс-м	етодом 💌	Пара	метры]	
	Метод реше	ения								
	Для гладки для линейн задач - эвол	х нелинейны ых задач - по пюционный п	х задач испо риск решения роиск решени	льзуйте пои а линейных з я.	ск решения н адач симпле	нелинейных кс-методом,	задач метод , а для негла	ом ОПГ, дких		
	Справка				Най	ти решение	3	Закрыть		

After clicking on the button 'Find solutions' we get the following solutions:

	x1	x2	х3								
	30	20	40								
	5,636531	3,113469	1,960332	309,7786							
	2	4	3,2	30	30						
	5	2,6	7	50	50						
	3,5	5	2,4	40	40						
	2	1,3	1,5	18,26107	20						
P	Результаты поиска решения										
	Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены. <u>О</u> тчеты										
		анить найден ановить исх		Результаты Устойчивость Пределы							
	Вернуть <u>с</u> я в диалоговое окно параметров Отчеты <u>с</u> о										
	О <u>к</u> О <u>т</u> мена С <u>о</u> хранить сценарий										
Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены. Если используется модуль ОПГ, то найдено по крайней мере локально оптимальное решение. Если используется модуль поиска решений линейных задач симплекс-методом, то найдено глобально оптимальное решение.											

Now we analyze the results of solved problem:

If
$$x_1 = 5.6$$
; $x_2 = 3.11$; $x_3 = 1.96$; then $Z = 309.8$

THANK YOU FOR ATTENTION!

