



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ  
XO'JALIGINI MEXANIZATSİYALASH  
MUHANDISLARI INSTITUTI



Axborot texnologiyalari va  
**FAN:** jarayonlarni matematik  
modellashtirish

7-  
mavzu

Transport masalasi.



Reja:

1. Transport masalasining qo`yilishi.
2. Transport masalasining boshlang`ich yechimini topish.
3. Transport masalasining optimal yechimini topish.

# 1. Transport masalasining qo`yilishi.

Yuk zaxiralari  $a_1, a_2, \dots, a_m$  bo`lgan m ta jo`natish punkti, yukka bo`lgan talab  $b_1, b_2, \dots, b_n$  bo`lgan n ta qabul punktlari berilgan bo`lib, jo`natish punktlaridan qabul punktlariga birlik yukni tashish harajatlari  $c_{ij}, i = 1 \dots m; j = 1 \dots, n$  bo`lsin. . Bu yerda i- jo`natish punkti nomeri, j- qabul punkti nomerini bildiradi. Umumiylukta yuk tashish xarajatlari quyidagi formula orqali beriladi:

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$$

Bu yerda  $x_{ij}$ - i nomerli jo`natish punktidan j nomerli qabul punktiga tashiladigan yuk hajmi. Yuk tashish harajatlarini iloji boricha kamaytirish uchun z funktsiyaning minimumini hisoblaymiz:

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

Yuqoridagi masala jadval ko`rinishida quyidagicha ifodalanadi:

Qabul punktłari	1	2	...	n	Yuk zaxiralari	
Jo'natish punktłari						
1	$x_{11}$	$c_{11}$	$x_{12}$	$c_{12}$	$x_{1n}$	$a_1$
2	$x_{21}$	$c_{21}$	$x_{22}$	$c_{22}$	$x_{2n}$	$a_2$
...	...	...	...	...	...	...
m	$x_{m1}$	$c_{m1}$	$x_{m2}$	$c_{m2}$	$x_{mn}$	$a_m$
Yukka bo'lgan talab	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$		

Yuk tashishni shunday tashkil etish kerakki, jo'natish punktlaridagi barcha yuk olib chiqib ketilishi va qabul punktlaridagi yukka bo'lgan talab to'liq qondirilishi kerak. Bu talabni quyidagi ko`rinishda ifodalaymiz:

$$x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n} = a_1$$

$$x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n} = a_2$$

.....

$$x_{m1} + x_{m2} + \cdots + x_{mn} = a_m$$

(2)

$$x_{11} + x_{21} + \cdots + x_{m1} = b_1$$

$$x_{12} + x_{22} + \cdots + x_{m2} = b_2$$

.....

$$x_{1n} + x_{2n} + \cdots + x_{mn} = b_n$$

(3)

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (4)$$

(4) munosabat bajarilsa, transport masalasi yopiq masala deyiladi va masalani yechishga kirishish mumkin. Agar (4) shart bajarilmasa, masala ochiq deyiladi. Ochiq masalani yechish uchun u yopiq masalagi keltiriladi. Masalan,

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$$

bo'lsin. Ushbu masalani yopiq masalagi keltirish uchun yukka bo'lgan talabi  $b_{n+1} = \sum_{i=1}^m a_i - \sum_{j=1}^n b_j$  bo'lgan qo'shimcha qabul punkti tuziladi. Ushbu punkt uchun birlik yukni tashish xarajatlarini 0 ga teng deb olamiz:  $c_{1,n+1} = c_{2,n+1} = \dots = c_{m,n+1} = 0$ . Natijada quyidagi yopiq masalani hosil qilamiz.

Qabul punktлари Jo'натиш punktлари	1	2	...	n	n+1	Yuk zaxiralari			
1	$x_{11}$	$c_{11}$	$x_{12}$	$c_{12}$	$\dots$	$x_{1n}$	$c_{1n}$	0	$a_1$
2	$x_{21}$	$c_{21}$	$x_{22}$	$c_{22}$	$\dots$	$x_{2n}$	$c_{2n}$	0	$a_2$
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
m	$x_{m1}$	$c_{m1}$	$x_{m2}$	$c_{m2}$	$\dots$	$x_{mn}$	$c_{mn}$	0	$a_m$
Yukka bo'lган talab	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$	$b_{n+1}$				

Agar  $\sum_{i=1}^m a_i < \sum_{j=1}^n b_j$  bo'lsa, yuk zaxiralari  $a_{m+1} = \sum_{j=1}^n b_j - \sum_{i=1}^m a_i$  bo'lgan qo'shimcha jo'natish punkti tuziladi va yuqoridagi kabi yopiq masalagi keltiriladi.

Transport masalasini yechish ikki bosqichda olib boriladi:

1) Birinchi bosqichda (2)-(3) shartlarni qanoatlantiruvchi boshlang'ich  $x_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$  yechim topiladi. Boshlang'ich rejani topishning bir necha usullari bo'lib, ularga shimoliy-g`arb usuli, minimal element usuli va boshqalar kiradi. Shimoliy-g`arb usulida (1,1) katak tanlab olinib,  $x_{11} = \min(a_1, b_1)$  deb olinadi. Agar  $\min(a_1, b_1) = a_1$  bo'lsa, bu 1-jo'natish punktidagi barcha yuk 1 –qabul punktiga yuborilishini, 1- jo'natish punktidan qolgan qabul punktlariga yuk yuborilmasligini bildiradi. Shuning uchun  $a_1$  joylashgan satrdagi boshqa kataklarga minus qo'yiladi. 1- qabul punktidagi yukka bo'lgan talab  $b_1^1 = b_1 - a_1$  bo'lib qoladi. Agar  $\min(a_1, b_1) = b$  bo'lsa, 1- qabul punktidagi yukka bo'lgan talab to'liq qondirilganligini, 1-jo'natish punktida esa  $a_1^1 = a_1 - b_1$  miqdor yuk qolganligini bildiradi. 1- qabul punktiga boshqa jo'natish punktlaridan yuk keltirilmaydi

Qabul punktłari	1	2	...	n	Yuk zaxirala ri			
Jo'natish punktłari								
1	$x_{11}$	$c_{11}$	$x_{12}$	$c_{12}$	$x_{1n}$	$c_{1n}$	$a_1$	0
2	$x_{21}$	$c_{21}$	$x_{22}$	$c_{22}$	$x_{2n}$	$c_{2n}$	$a_2$	
...	...	...	...	...	...	...	...	
m	$x_{m1}$	$c_{m1}$	$x_{m2}$	$c_{m2}$	$x_{mn}$	$c_{mn}$	$a_m$	
Yukka bo'lgan talab		$b_1$	$b_2$	...	$b_n$			
		$b_1^1$						

Qabul punktłari		1	2	...	$n$	Yuk zaxiralari	
Jo'natish punktłari							
1		$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	...	$c_{1n}$ $x_{1n}$	$a_1$	$b_1^1$
2		$c_{21}$ $x_{21}$	$c_{22}$ $x_{22}$	...	$c_{2n}$ $x_{2n}$	$a_2$	
...		...	...	...	...	...	
$m$		$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$	...	$c_{mn}$ $x_{mn}$	$a_m$	
Yukka bo'lgan talab		$b_1$	$b_2$	...	$b_n$		
		0					

Xisoblashlarni 1-jadval bo'yicha davom ettirib, (2,1) katakka o'tamiz.  $x_{21} = \min(a_1, b_1^1) = b_1^1$  bo'lsin. Jadvalni yuqoridagi usul bilan to'ldirib, quyidagini hosil qilamiz:

Qabul punktlari Jo'natish punktlari					Yuk zaxiralari	0
	1	2	...	n		
1	$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	...	$c_{1n}$ $x_{1n}$	$a_1$	$a_2^1$
2	$c_{21}$ $x_{21}$	$c_{22}$ $x_{22}$	...	$c_{2n}$ $x_{2n}$	$a_2$	
...	...	...	...	...	...	
m	$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$	...	$c_{mn}$ $x_{mn}$	$a_m$	
Yukka bo'lgan talab	$b_1$	$b_2$	...	$b_n$		
	$b_1^1$					

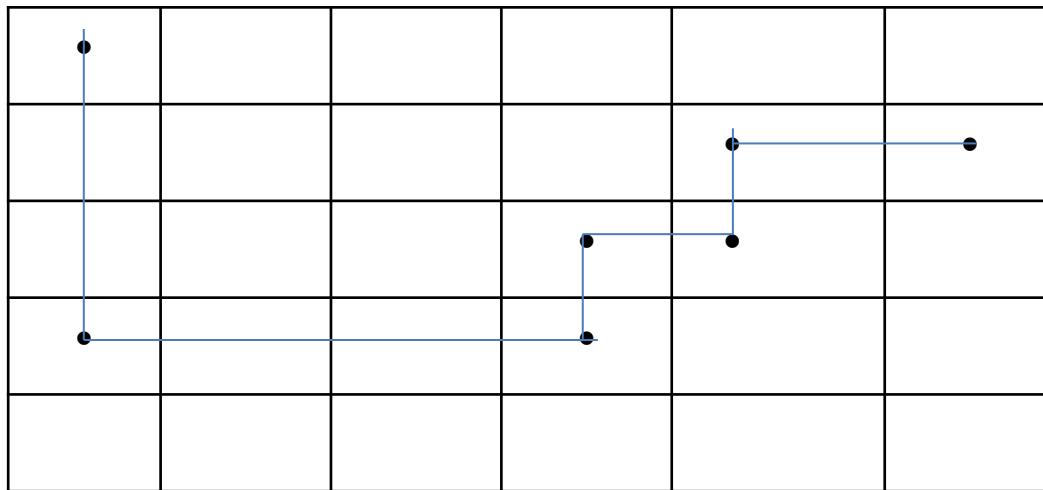
Shu tariqa hisoblashlarni jadvalning quyi o'ng bo'rchagigacha davom ettirib, jadvaldagi barcha  $x_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$  larni aniqlaymiz.

Bunda (2)-(3) shartlar bajarilishi kerak.

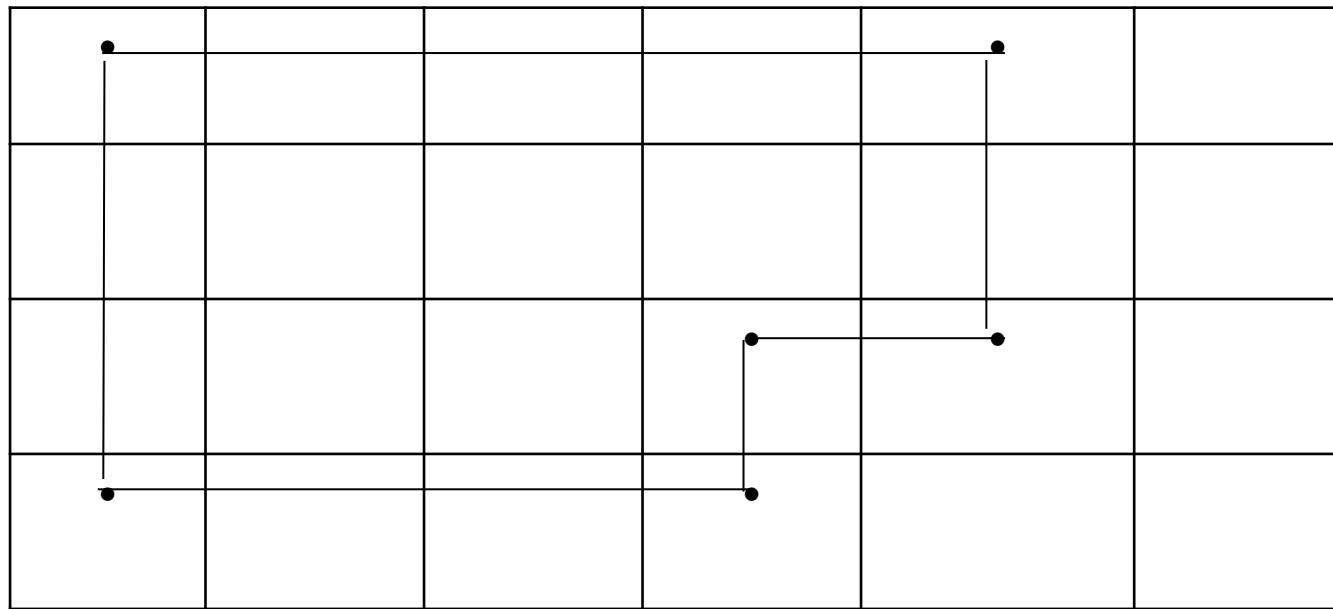
Masalaning ikkinchi bosqichida boshlang'ich reja asosida (1) shartni qanoatlantiruvchi optimal yechim topiladi. Optimal yechimni topishning potentsiallar, taqsimot kabi bir necha usullari mavjud bo'lib, biz potentsiallar usulini qarab chiqamiz. Ushbu usulni qarashdan oldin hisoblash jarayonida ishlatiladigan ayrim tushunchalar bilan tanishamiz. Jadvaldagi ixtiyoriy nuqtalar to'plami nabor deyiladi.

•					
		•		•	•
			•		
	•				
					•

Naborni tashkil qiluvchi nuqtalar har bir qatorda ikkitadan oshib ketmasa, bunday nabor zanjir deyiladi.



Agar zanjir yopiq bo'lsa, u sikl deyiladi.



Agar jadvaldagi ta nuqtalar to'plami sikl tashkil qilmasa, ularga bitta nuqta qo'shish orqali sikl hosil qilsak, bunday ta nuqtalar to'plami atsiklik rejani tashkil qiladi deyiladi.

Agar transport masalasida  $x_{ij} > 0$  bo'lsa,  $(i,j)$  katak belgilangan katak deyiladi.

Agar transport masalasida barcha kataklar uchun  $v_j - u_i \leq c_{ij}$

(5) shartni, belgilangan kataklar uchun esa  $v_j - u_i = c_{ij}$  shartni qanoatlantiruvchi  $v_j, j = 1, 2, \dots, n; u_i, i = 1, 2, \dots, m$  sonlari mavjud bo'lsa,  $x_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$  reja optimal bo'ladi.  $v_j, j = 1, 2, \dots, n; u_i, i = 1, 2, \dots, m$  sonlari esa potentsiallar deyiladi.

Transport masalasini potentsiallar usulida yechish quyidagi tartibda bajariladi:

1) Belgilangan kataklar uchun  $v_j - u_i = c_{ij}, v_j, j = 1, 2, \dots, n; u_i, i = 1, 2, \dots, m$ , shartni qanoatlantiruvchi tenglamalar sistemasi tuziladi. Bunda tenglamalar soni o'zgaruvchilar sonidan bitta kam bo'lgani uchun sistema cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi. Sistemaning bitta xususiy yechimini topib, potentsiallarning qiymatini aniqlaymiz;

- 2) Belgilanmagan kataklar uchun  $v_j - u_i \leq c_{ij}$  shartni tekshiramiz. Agar ushbu shart barcha kataklar uchun bajarilsa, optimal yechim topilgan hisoblanadi va  $z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$  funktsiya qiymati hisoblanadi;
- 3) Agar  $v_j - u_i \leq c_{ij}$  shart bir nechta kataklar uchun bajarilmasa, Ushbu kataklar uchun  $\delta_{ij} = v_j - u_i - c_{ij}$  ayirma hisoblanadi va  $\delta_{i_0 j_0} = \max_{i,j} \delta_{ij}$  topiladi;
- 4)  $(i_0 j_0)$  katak belgilangan kataklar qatoriga qo'shiladi va belgilangan kataklardan sikl tuziladi;
- 5)  $(i_0 j_0)$  katakdan boshlab siklni tashkil qiluvchi kataklarga “-” va “+” ishoralari navbat bilan qo'yilib chiqiladi;

- 6) “-” ishorali kataklar uchun  $\theta = \min(x_{ij})$  ni aniqlaymiz;
- 7) “-” ishorali kataklardan  $\theta$  ni ayirib, “+” ishorali kataklarga  $\theta$  ni qo’shamiz;
- 8)  $\theta$  joylashgan kataknini belgilangan kataklar qatoridan chiqazamiz.

Natijada yangi planni hosil qilamiz va bu plan uchun (1)-(7) amallarni takrorlaymiz. Yuqoridagi hisoblashlar barcha kataklar uchun  $v_j - u_i \leq c_{ij}$  shart bajarilib, optimal plan topilguncha davom ettiriladi.

Quyidagi misolni qaraymiz:

Transport masalasi quyidagi jadval ko’rinishida berilgan bo’lib, uni potentsiallar usuli bilan yechamiz.

		Qabul punktlari	1	2	3	4	Yuk zaxiralari
		$v_j$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	
		$u_i$					
1	$u_1$		2	4	6	10	90
2	$u_2$		1	3	7	4	100
3	$u_3$		4	8	13	7	140
Yukka bo'lgan talab			110	100	80	40	330

Boshlang'ich planni tuzish uchun shimoli-g`arb usulidan foydalanamiz. (1,1) katakka mos zaxira va talabning kichigini  $x_{11}=90$  deb olamiz.

			1	2	3	4	Yuk zaxiralari	
		$v_j$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$		
		$u_i$	2	4	6	10	0	
1	$u_1$	90	-	-	-	-	90	0
2	$u_2$	1	3	7	4		100	
3	$u_3$	4	8	13	7		140	
Yukka bo'lgan talab		110	100	80	40		330	
		20						

Yuqoridagi jadvalga ko'ra 1-jo'natish punktidan 1-qabul punktiga 90 birlik yuk yuboriladi, 1-jo'natish punktida boshqa yuk qolmaydi, shuning uchun 1-jo'natish punktidan boshqa qabul punktlariga yuk tashilmaydi, 1- qabul punktiga yana 30 birlik yuk keltirish kerak. (2,1) katakka o'tib, shu katakka mos talab va zaxiralarning kichigini  $x_{21} = 20$  deb olamiz.

		Qabul punktlari		1	2	3	4	Yuk zaxiralari	
		Jo'natish punktlari	$v_j$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$		
		$u_i$							
1	$u_1$	90	2	4	-	6	-	90	0
2	$u_2$	20	1	3	7	4		100	80
3	$u_3$	-	4	8	13	7		140	
Yukka bo'lgan talab		110	100	80	40			330	
		20							
		0							

(2,3) katakka o'tib, yuqoridagi qoida bo'yicha  $x_{22} = 80$  ni aniqlaymiz.

		Qabul punktlari						Yuk Zaxiralari	
			1	2	3	4			
Jo'natish punktlari		$u_i$	$v_j$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$		
1	$u_1$	90	2	4	6	10		90	0
2	$u_2$	20	1	80	3	7	4	100	80 0
3	$u_3$	-	4	8	13	7		140	
Yukka bo'lgan talab		110	100	80	40			330	
		20	20						
		0							

Hisoblashlarni shu tariqa davom ettiramiz va oxirigi jadval quyidagi ko'rinishga keladi:

		Qabul punktlari				Yuk zaxiralari			
		$v_j$	1	2	3	4			
$u_i$		$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$				
1	$u_1$	2 90	4 -	6 -	10 -	90	0		
2	$u_2$	1 20	3 80	7 -	4 -	100	80	0	
3	$u_3$	4 -	8 20	13	7	140	120		
Yukka bo'lgan talab		110	100	80	40	330			
		20	20						
		0	0						

		Qabul punktłari	1	2	3	4	Yuk zaxiralari	
		$v_j$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$		
		$u_i$						
1	$u_I$		2	4	6	10	90	0
		90	-	-	-			
2	$u_2$		1	3	7	4	100	80 0
		20	80	-	-			
3	$u_3$		4	8	13	7	140	120 40
		-	20	80				
Yukka bo'lgan talab			110	100	80	40	330	
			20	20	0			
			0	0				

Qabul punktłari			1	2	3	$n$	Yuk zaxiralari
		$v_j$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	
Jo'natish Punktłari	$u_i$						
1	$u_1$	2	4	6	10		90 0
		90	-	-	-		
2	$u_2$	1	3	7	4	100	80 0
		20	80	-	-		
3	$u_3$	4	8	13	7	140	120 40 0
		-	20	80	40		
Yukka bo'lgan talab		110	100	80	40	330	
		20	20	0	0		
		0	0				

Shu tariqa boshlang'ich planni hosil qildik:  $x_{11}=90$ ,  $x_{21}=20$ ,  $x_{22}=80$ ,  $x_{32}=20$ ,  $x_{33}=80$ ,  $x_{34}=40$ ,  $x_{12}=x_{13}=x_{14}=x_{23}=x_{24}=x_{31}=0$ ,  $z = 90 \cdot 2 + 20 \cdot 1 + 80 \cdot 3 + 20 \cdot 8 + 80 \cdot 13 + 40 \cdot 7 = 180 + 20 + 240 + 160 + 1040 + 280 = 1920$ .

Masalaning optimal yechimini topish uchun oxirgi jadvalni quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz:

$v_j$	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	
$u_i$					
$u_1$	2 90	4 -	6 -	10 -	90
$u_2$	1 20	3 80	7 -	4 -	100
$u_3$	4 -	8 20	13 80	7 40	140
	110	100	80	40	

Belgilangan kataklar uchun  $v_j - u_i = c_{ij}$ ,  
 $v_j, j = 1, 2, 3, 4$ ;  $u_i, i = 1, 2, 3$  shart bo'yicha  
tenglamalar sistemasini tuzamiz:

$$\begin{aligned}v_1 - u_1 &= 2; v_1 - u_2 = 1; v_2 - u_2 = 3; v_2 - u_3 \\&= 8; v_3 - u_3 = 13; v_4 - u_3 = 7;\end{aligned}$$

Tenglamalar sistemasidagi noma'lumlar 7 ta,  
tenglamalar esa 6 ta bo'lgani uchun sistema  
cheksiz ko'p yechimga ega. Xususiy yechimni  
topish uchun o'zgaruvchilardan biriga ixtiyoriy  
qiymat beramiz, masalan  $u_1 = 0$  bo'lsin. U holda  
 $v_1 = 2, u_2 = 1, v_2 = 4, u_3 = -4, v_3 = 9, v_4 = 3$   
kelib chiqadi. Potentsiallarning qiymatlarini  
jadvalga qo'yamiz:

$v_j$						
$u_i$	$v_1=2$	$v_2=4$	$v_3=9$	$v_4=3$		
$u_1=0$	2 90	4	6	10		90
$u_2=1$	1 20	3 80	7	4		100
$u_3=-4$	4 20	8 80	13 40	7		140
	110	100	80	40		

Belgilanmagan kataklar uchun  $v_j - u_i \leq c_{ij}$  shartni tekshiramiz:

$$\begin{aligned}v_2 - u_1 &= 4 - 0 = 4 = c_{12}; & v_3 - u_1 &= 9 - 0 = 9 > 6 = c_{13} \\v_4 - u_1 &= 3 - 0 = 3 < 10 = c_{14}; & v_3 - u_2 &= 9 - 1 = 8 > 7 = c_{12} \\v_4 - u_2 &= 3 - 1 = 2 < 4 = c_{24}; & v_1 - u_3 &= 2 - (-4) = 6 > 4 = c_{31}\end{aligned}$$

Uchta (1,3), (2,3), (3,1) kataklar uchun  $v_j - u_i \leq c_{ij}$  shart bajarilmaydi. Ushbu kataklar uchun  $\delta_{ij} = v_j - u_i - c_{ij}$  larni hisoblaymiz:

$$\delta_{13} = v_3 - u_1 - c_{13} = 9 - 6 = 3;$$

$$\delta_{23} = v_3 - u_2 - c_{23} = 8 - 7 = 1;$$

$$\delta_{31} = v_1 - u_3 - c_{31} = 6 - 4 = 2;$$

$\delta$  larning eng kattasini topamiz. Bu  $\delta_{13} = 3$  bo'lib, unga mos katakni belgilangan kataklar qatoriga qo'shib, belgilangan kataklar yordamida sikl tuzamiz. Siklni tashkil etuvchi kataklarga (1,3) katakdan boshlab "+" va "-" ishoralarini navbat bilan qo'yib chiqamiz:

$v_j$	$v_1=2$	$v_2=4$	$v_3=9$	$v_4=3$		
$u_i$						
$u_1=0$	- 2	4	+	6	10	90
$u_2=1$	+ 1	3		7	4	100
$u_3=-4$	4	+	- 8	13	7	140
	110	100	80	40		

"-" ishorali kataklar uchun  $\theta = \min x_{ij} = \min\{90, 80, 80\}$  ni topamiz. Ushbu shartni qanoatlantiruvchi kataklar ikkita (2,2) va (3,3) kataklari bo'lib, ulardan birini, masalan (3,3) kataknini tanlaymiz.

$v_j$	$v_1=2$	$v_2=4$	$v_3=9$	$v_4=3$		
$u_i$						
$u_1=0$	90	2	4	6	10	90
$u_2=1$	20	1	3	7	4	100
$u_3=-4$	4	20	80	13	7	140
	110	100	80	40		

$\theta$  ni "+" ishorali kataklarga qo'shib, "-" ishorali kataklardan ayiramiz va  $\theta$  joylashgan (3,3) kataknini belgilangan kataklar qatoridan chiqarib tashlaymiz. Natijada quyidagi jadvalni hosil qilamiz.

$v_j$	$v_1 =$	$v_2 =$	$v_3 =$	$v_4 =$	zaxira
$u_i$	2	4	6	10	
$u_1 =$	10	80			90
$u_2 =$	1	3	7	4	100
$u_3 =$	0				140
talab	110	100	80	40	

Hosil bo'lgan yangi planda belgilangan kataklar uchun  $v_j - u_i = c_{ij}$  shart orqali yuqoridagi usul bilan tenglamalar sistemasi tuzib  $u_1 = 0$  deb olib, qolgan potensiallarni aniqlaymiz:

$$v_1 - u_1 = 2 - 0 = 2; \quad v_3 - u_1 = 6 - 0 = 6; \quad v_1 - u_2 = 2 - 1 = 1;$$

$$v_2 - u_3 = 4 - (-4) = 8; \quad v_4 - u_3 = 3 - (-4) = 7;$$

$v_j$	$v_1=2$	$v_2=4$	$v_3=6$	$v_4=3$	Zaxira
$u_i$	2 10	4	6 80	10	90
$u_1=0$	100 0	3	7	4	100
$u_2=1$	100 0	8	13	7	140
$u_3=-4$	4 100	100	40		140
talab	110	100	80	40	

Belgilanmagan kataklar uchun  $v_j - u_i \leq c_{ij}$  optimallik shartini tekshiramiz:

$$v_2 - u_1 = 4 - 0 = 4 = c_{12}; \quad v_3 - u_3 = 6 - (-4) = 10 < 13 = c_{33}$$

$$v_4 - u_1 = 3 - 0 = 3 < 10 = c_{14}; \quad v_3 - u_2 = 6 - 1 = 6 < 7 = c_{23}$$

$$v_4 - u_2 = 3 - 1 = 2 < 4 = c_{24}; \quad v_1 - u_3 = 2 - (-4) = 6 > 4 = c_{31}$$

Bitta (3,1) katakda optimallik sharti bajarilmaganligi uchun, bu katakniga belgilangan kataklar qatoriga qo'shib, yuqoridagi usul bilan sikl tuzamiz. Siklni ishoralab, "-" ishorali kataklar uchun  $\theta$  ni aniqlaymiz. "-" ishorali kataklardagi sonlar bir xil 100 bo'lganligi uchun ulardan birini, masalan (3,2) katakniga tanlaymiz. Natijada quyidagi jadvalni hosil qilamiz:

$v_j$	$v_1=$	$v_2=$	$v_3=$	$v_4=$	zaxira
$u_i$	2	4	6	10	90
$u_1=$	10	80			
$u_2=$	- 100	+ 0	7	4	100
$u_3=$	+ 4	- 8	13	7	140
total	110	100	80	40	

$\theta$  ni “-” ishorali kataklardan ayirib, “+” ishorali kataklarga qo’shamiz. (3.2) katakn belgilangan kataklar qatoridan chiqarib tashlab, yangi reja uchun potentsiallarni yuqoridagi usul bilan aniqlaymiz. Natijada quyidagi jadvalni qilamiz:

$v_j$	$v_1=2$	$v_2=4$	$v_3=6$	$v_4=5$	Zaxira
$u_i$	2 10	4	6	10	90
$u_1=0$	10	80			100
$u_2=1$	1 0	3	7	4	100
$u_3=-2$	4 100	8	13	7	140
talab	110	100	80	40	

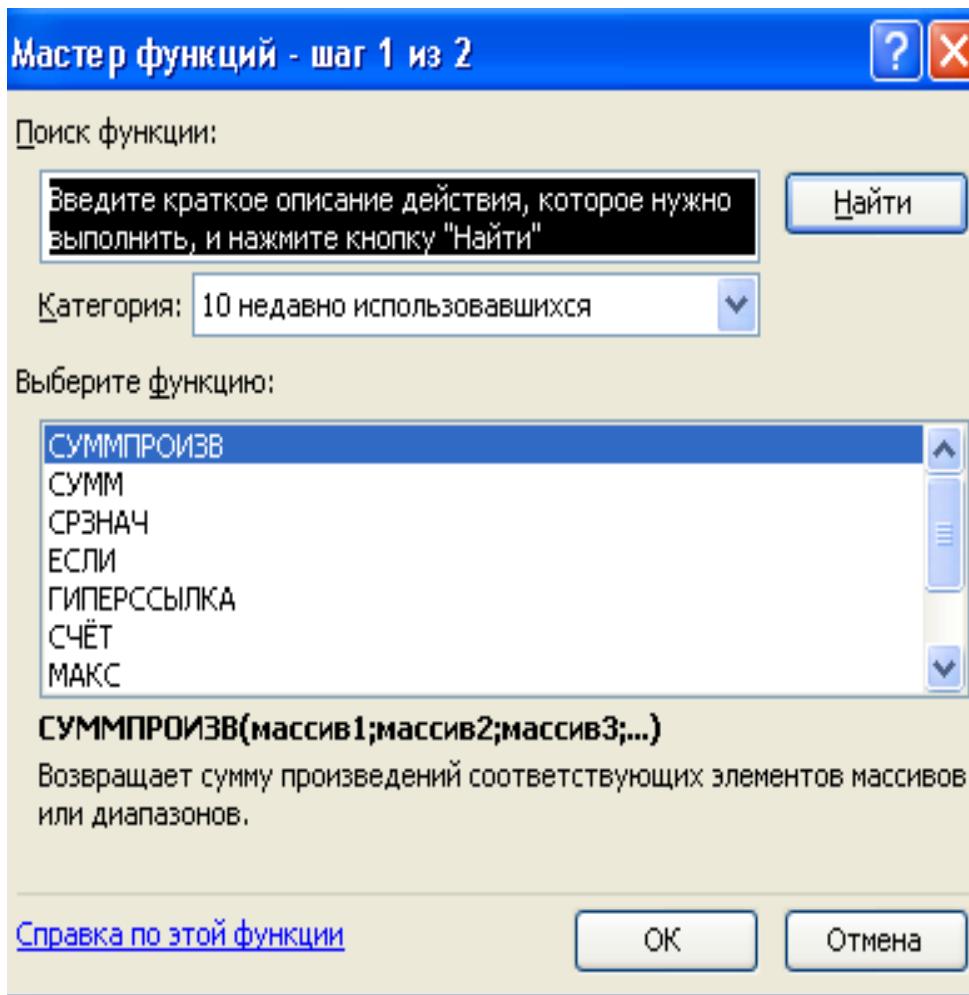
Yuqoridagi jadvaldagi rejada barcha kataklar uchun  $v_j - u_i \leq c_{ij}$  potentsiallik sharti bajariladi. Demak, masalaning optimal yechimi topildi va u quyidagicha bo'ladi:  
 $x_{11}=10, x_{13}=80, x_{22}=100, x_{31}=100, x_{34}=40, x_{12}=x_{14}=x_{21}=x_{23}=x_{24}=x_{31}=x_{33}=0, z = 10 \cdot 2 + 80 \cdot 6 + 100 \cdot 3 + 100 \cdot 4 + 40 \cdot 7 = 20 + 480 + 300 + 400 + 280 = 1480.$

Masalani Excel dasturi yordamida yechamiz.

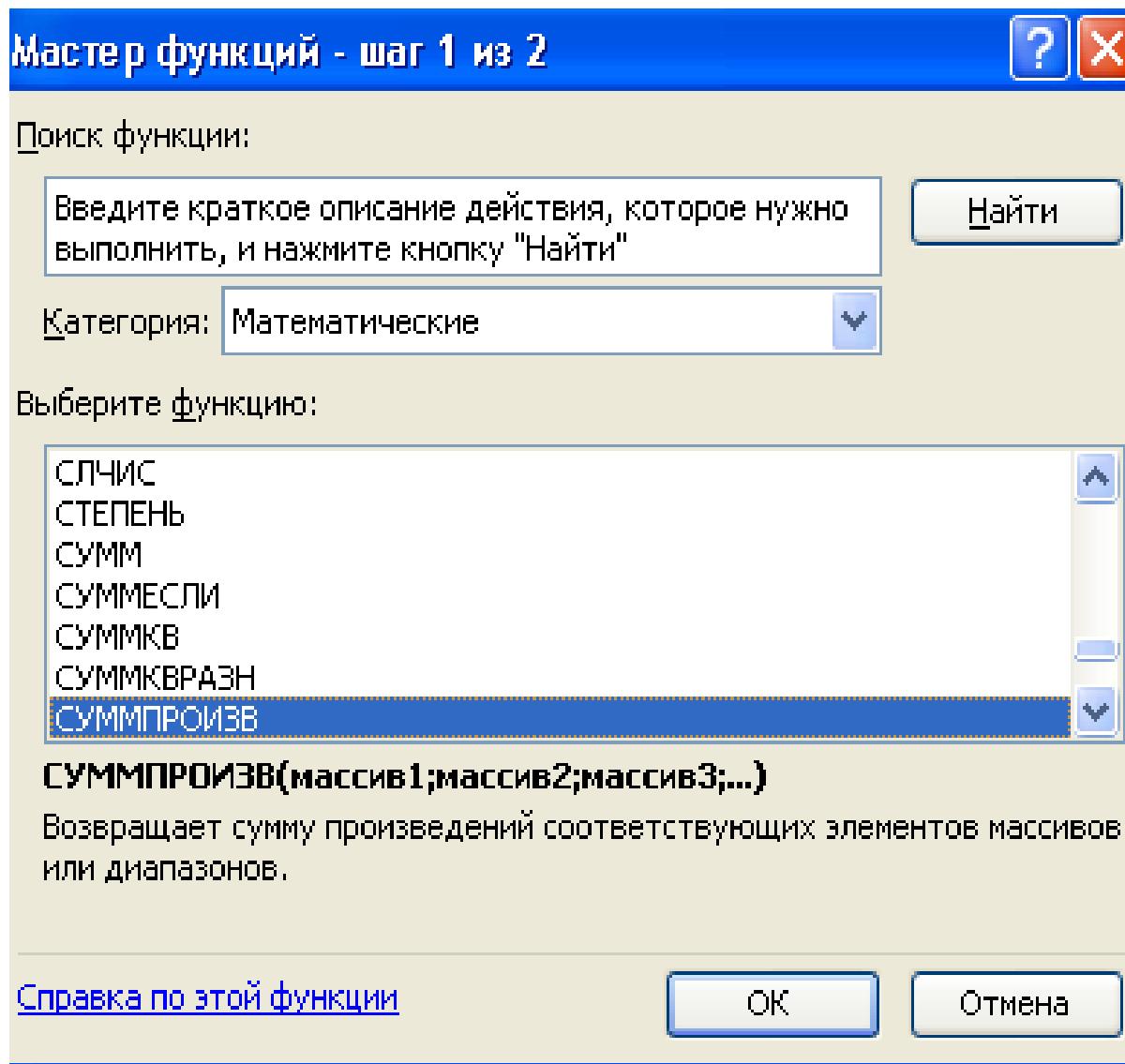
Buning uchun birlik yklarni tashish xarajatlarini A2:D4 diapazoniga, jo'natish punktlaridagi yuk zaxiralarini G7:G9 diapazoniga? Qaqlbul punktlaridagi yukka bo'lgan talabni A12:D12 diapazoniga kiritamiz. Tasiladigan yuklarning boshlang'ich qiymatlarini 0 deb olamiz va ularni A7:D9 diapazoniga kiritamiz. (2) va (3) shartlarning bajarilishini tekshirish uchun E7:E9, A10:D10 diapazonlarini bo'sh qoldiramiz. Natijada jadval quyidagi ko'rinishni oladi:

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	2	4	6	10			
3	1	3	7	4			
4	4	8	13	7			
5							
6							
7	0	0	0	0	=		90
8	0	0	0	0	=		100
9	0	0	0	0	=		140
10							
11	=	=	=	=			
12	110	100	80	40	Yukka talab		
13							
14	Umumiyl yuk tashish xarajati z=						
15							

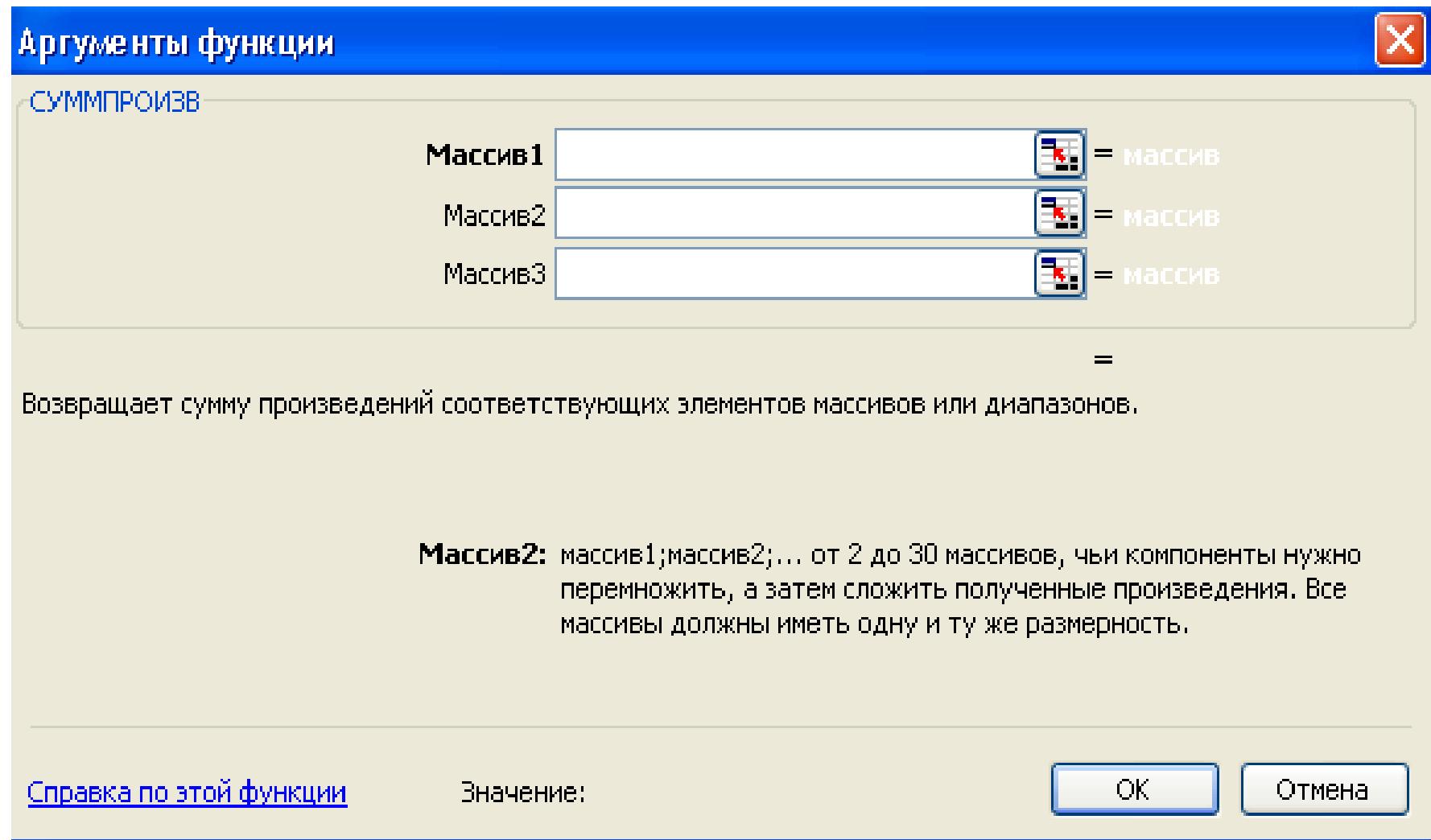
E7, E8, E9, A10,B10,C10,D10 kataklariga mos ravishda A7:D7,A8:D8, A9:D9, A7:A9, B7:B9, C7:C9, D7:D9 diapazonlariga yuk xajmlari yig'indilarini  $\Sigma$  tugmasi yordamida xisoblaymiz. So'ngra kursorni D14 katagiga o'rnatib, f<sub>x</sub> tugmasini bosamiz. Natijada quyidagi muloqot oynasi hosil bo'ladi:



Hosil bo'lgan muloqot oynasida «Категория» bo'limida «Математическое» punktini tanlaymiz, so'ng «Выберите функцию» bo'limida «Суммпроизв» funktsiyasini tanlaymiz:



So'ngra «OK» tugmasini bosamiz. Natijada quyidagi muloqot oynasi hosil bo'ladi:



Hosil bo'lgan navbatdagi muloqot oynasida «Массив 1» darchasidagi tugmachani bosib, A2:D4 diapazonidagi ma'lumotlarni, «Массив 2» darchasidagi tugmachani bosib, A7:D9 diapazonidagi ma'lumotlarni kiritamiz:

Аргументы функции

СУММПРОИЗВ

Массив1	A2:D4	= {2;4;6;10:1;3;7;4;4;8;13;7}
Массив2	A7:D9	= {0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0}
Массив3		= массив

= 0

Возвращает сумму произведений диапазонов или массивов.

**Массив2:** массив1;массив2;... от 2 до 255 массивов, соответствующие компоненты которых нужно сначала перемножить, а затем сложить полученные произведения. Все массивы должны иметь одинаковую

Значение: 0

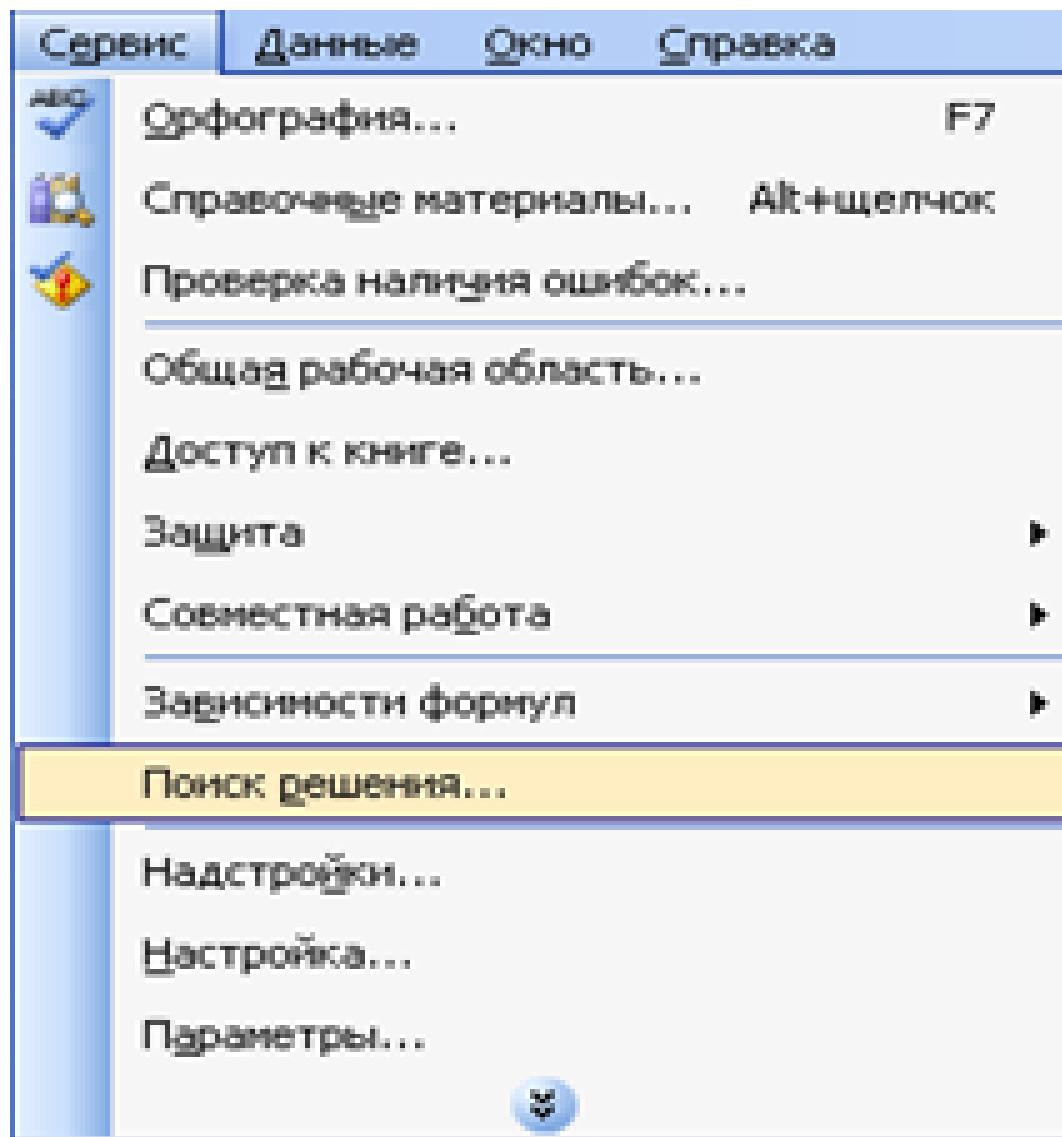
[Справка по этой функции](#)

OK      Отмена

So'ngra «OK» tugmasini bosamiz. Natijada jadval quyidagi ko'rinishga keladi:

	A	B	C	D	E	F	G
1	Birlik yuk tashish xarajatlari						
2	2	4	6	10			
3	1	3	7	4			
4	4	8	13	7			
5							
6	Tashiladigan yuk xajmlari				Yuk zaxirasi		
7	0	0	0	0	0	=	90
8	0	0	0	0	0	=	100
9	0	0	0	0	0	=	140
10	0	0	0	0			
11	=	=	=	=			
12	110	100	80	40	Yukka talab		
13							
14	Umumiyluk tashish xarajati z=			0			

Kursorni maqsad funktsiyasi joylashgan D14 katakka o'rnatib,  
«Сервис-Поиск решения» buyrug'ini beramiz.



Natijada quyidagi «Поиск решения» турлодот ойнаси  
hosil bo'ladi.

Поиск решения

Установить целевую ячейку: \$D\$14 

Равной:  максимальному значению  значению: 0

минимальному значению

Изменяя ячейки:

Параметры

Добавить

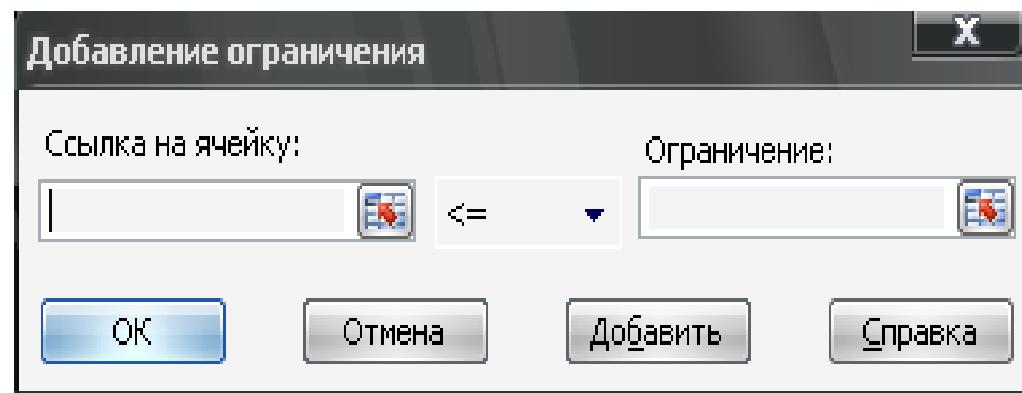
Изменить

Удалить

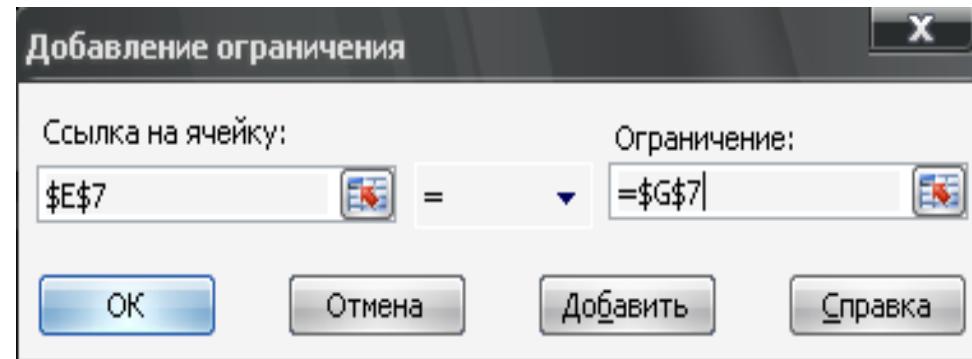
Восстановить

Справка

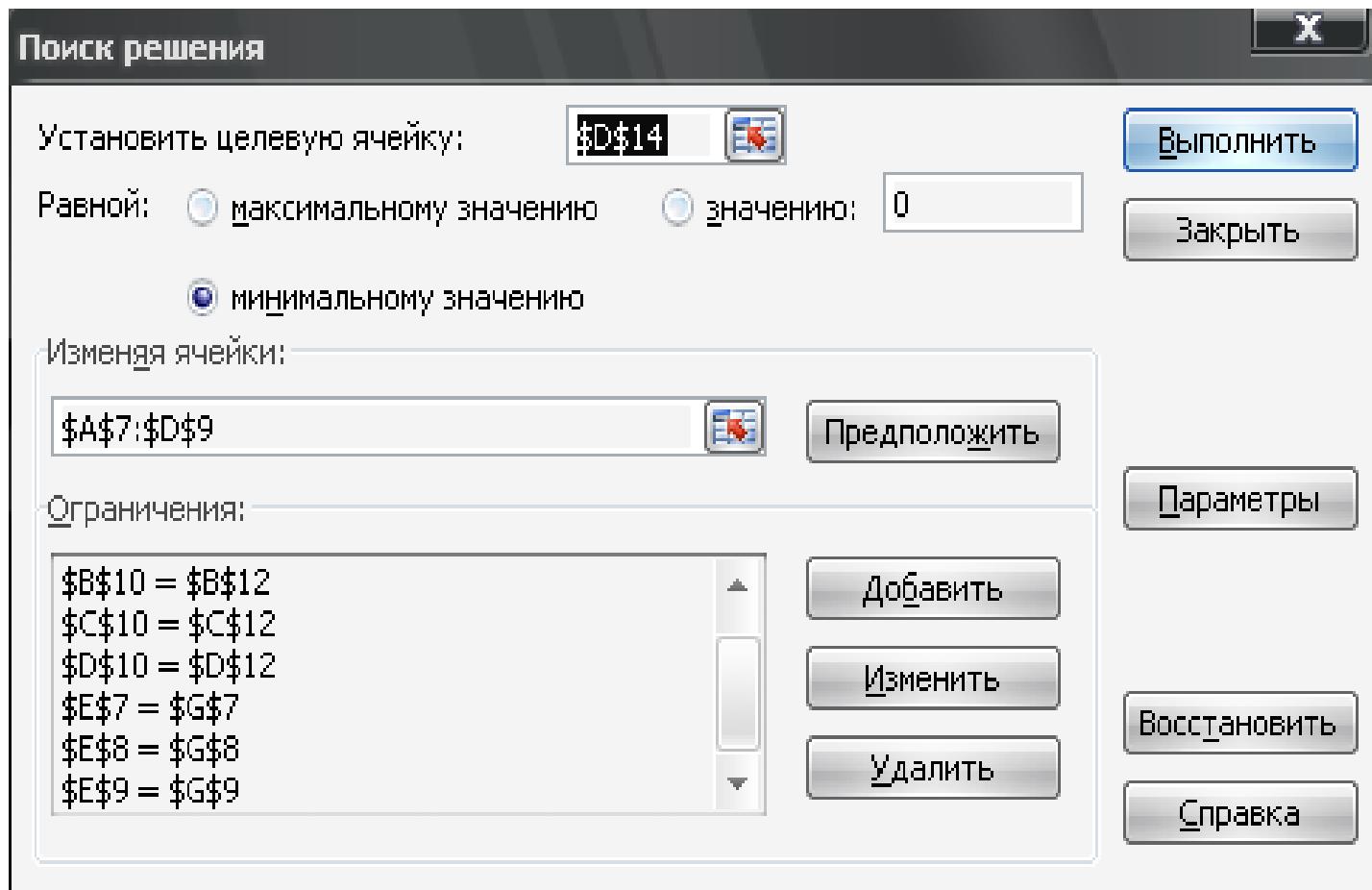
Hosil bo'lgan muloqot oynasida «Установить целевую ячейку» darchasiga D14 katagi nomini o'rnatib “минимальному значению” parametrini belgilaymiz, «Изменяя ячейки» darchasiga A7:D9 diapazonini kiritamiz. «Ограничения» darchasiga o'tib «Добавить» tugmasini bosib, quyidagi oynani hosil qilamiz:



Hosil bo'lgan muloqot oynasida «Ссылка на ячейки» darchasiga E7 ni kiritamiz, tenglikni o'rnatamiz, «Ограничения» darchasiga G7 ni kiritib, quyidagini hosil qilamiz:



“Добавить” түгмасини босамиз. Е8:G9, А10:D12 диапазонларидаги قولган муносабатларни ham шу тарықа белгилаб чиқамиз. Охирги муносабатни кірітгандан keyin «OK» түгмасини босамиз. Натижада «Поиск решения» мұлоқот оynasiga qaytamiz:



«Параметры» тугмасини босамиз. Натижада quyidagi muloqot oynasi hosil bo'ladi:

## Параметры поиска решения



Максимальное время:

100

секунд

OK

Предельное число итераций:

100

Отмена

Относительная погрешность:

0,000001

Загрузить модель...

Допустимое отклонение:

5

%

Сохранить модель...

Сходимость:

0,0001

Справка

Линейная модель

Автоматическое масштабирование

Неотрицательные значения

Показывать результаты итераций

Оценки

линейная

квадратичная

Разности

прямые

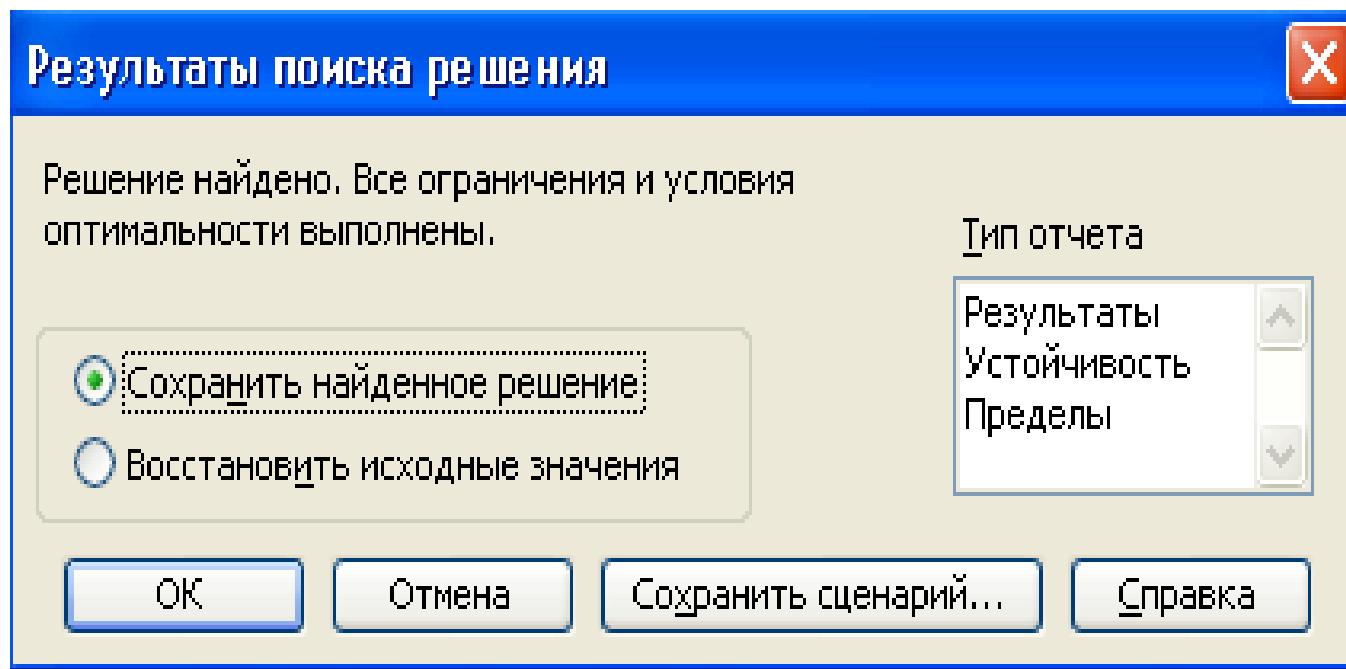
центральные

Метод поиска

Ньютона

сопряженных градиентов

Oynadagi «Неотрицательное значение» parametrini belgilaymiz va «OK» tugmasini bosib, «Поиск решения» muloqot oynasiga qaytamiz va «Выполнить» tugmasini bosamiz. Natijada quyidagi oynaga o'tamiz:



«OK» tugmasini bosamiz. Natijada yechim quyidagi ko'rinishga keladi:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	birlik yuk tashish xarajatlari							
2	2	4	6	10				
3	1	3	7	4				
4	4	8	13	7				
5								
6	Tashiladigan yuk xajmlari				Yuk zaxirasi			
7	10	0	80	0	90	=	90	
8	0	100	0	0	100	=	100	
9	100	0	0	40	140	=	140	
10	110	100	80	40				
11	=	=	=	=				
12	110	100	80	40	Yukka talab			
13								
14	Umumiy yuk tashish xarajati z=			1480				
15								

Rasmdan ko'rinib turibdiki, barcha cheklanishlar bajariladi va yechim quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$x_{11}=10, x_{13}=80, x_{22}=100, x_{31}=100, x_{34}=40, x_{12}=x_{14}=x_{21}=x_{23}=x_{24}=x_{31}=x_{33}=0,$$

$$z = 10 \cdot 2 + 80 \cdot 6 + 100 \cdot 3 + 100 \cdot 4 + 40 \cdot 7 = 20 + 480 + 300 + 400 + 280 = 1480.$$