

# ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

---



# План:

---

1. Постановка задачи
2. Математическая модель транспортной задачи
3. Методы нахождения опорного плана
4. Метод потенциалов



# Постановка задачи

---

Имеется  $m$  поставщиков и  $n$  потребителей некоторого однородного груза. Запасы груза у поставщиков соответственно равны  $a_1, a_2, \dots, a_m$ . Заявки потребителей составляют  $b_1, b_2, \dots, b_n$ . Известна стоимость  $c_{ij}$  перевозки единицы груза от поставщиков к потребителям.

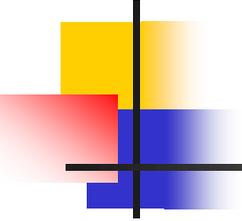


# Закрытая модель

---

Предполагается, что суммарные запасы груза равны суммарным потребностям в нем:

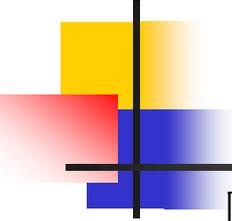
$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$



# Постановка задачи

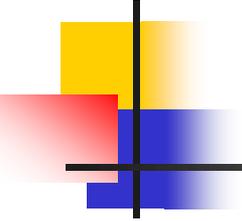
---

Требуется определить такой план перевозок грузов от поставщиков к потребителям, при котором суммарная стоимость перевозок минимальна. При этом необходимо полностью удовлетворить заявки всех потребителей и вывезти весь груз из всех пунктов отправления.



# Транспортная таблица

	$1$	$2$	$\dots$	$n$	Запасы
$1$	$c_{11}$ $x_{11}$	$c_{12}$ $x_{12}$	$\dots$	$c_{1n}$ $x_{1n}$	$a_1$
$2$	$c_{21}$ $x_{21}$	$c_{22}$ $x_{22}$	$\dots$	$c_{2n}$ $x_{2n}$	$a_2$
$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$m$	$c_{m1}$ $x_{m1}$	$c_{m2}$ $x_{m2}$	$\dots$	$c_{mn}$ $x_{mn}$	$a_m$
Потребности	$b_1$	$b_2$	$\dots$	$b_n$	



# Математическая модель транспортной задачи

---

Обозначим через  $x_{ij}$  количество груза, перевозимое от  $i$ -го поставщика к  $j$ -му потребителю



# Математическая модель

---

Требование удовлетворить заявки всех потребителей:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = b_1 \\ x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} = b_2 \\ \dots \\ x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} = b_n \end{cases}$$



# Математическая модель

---

Требование вывезти весь груз из всех пунктов отправления:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = a_1 \\ x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = a_2 \\ \dots \\ x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = a_m \end{array} \right.$$



# Математическая модель

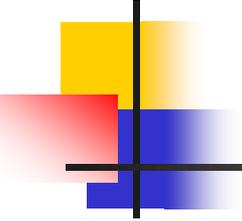
---

Условия неотрицательности  
переменных:

$$x_{ij} \geq 0, i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$$

Целевая функция:

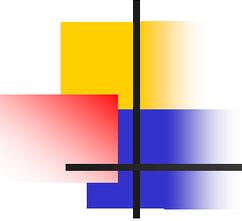
$$Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{mn}x_{mn} \rightarrow \min$$



# Методы нахождения опорного плана

---

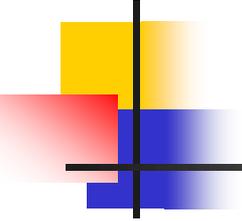
- Метод северо-западного угла
- Метод наименьшего элемента



# Метод потенциалов

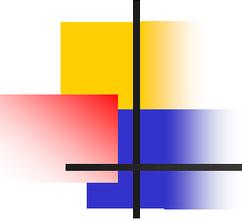
---

Построить математическую модель транспортной задачи. Решить ее методом потенциалов и провести экономический анализ полученного решения



# Постановка задачи

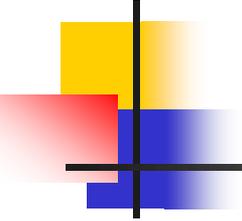
Пункты приема Пункты отправлений	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	Запасы груза
$A_1$	5 $x_{11}$	13 $x_{12}$	6 $x_{13}$	11 $x_{14}$	35
$A_2$	4 $x_{21}$	7 $x_{22}$	12 $x_{23}$	8 $x_{24}$	45
$A_3$	9 $x_{31}$	2 $x_{32}$	3 $x_{33}$	10 $x_{34}$	50
Потребность в грузе	30	10	65	25	



# Математическая модель

---

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 30 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 10 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 65 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 25 \end{cases}$$



# Математическая модель

---

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 35 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 45 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 50 \end{cases}$$



# Математическая модель

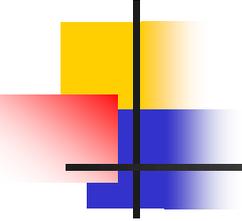
---

Условия неотрицательности  
переменных:

$$x_{ij} \geq 0, \overline{i = 1,3}; \overline{j = 1,4}$$

Целевая функция:

$$Z = 5x_{11} + 13x_{12} + 6x_{13} + 11x_{14} + 4x_{21} + 7x_{22} + 12x_{23} + 8x_{24} \\ + 9x_{31} + 2x_{32} + 3x_{33} + 10x_{34} \rightarrow \min$$

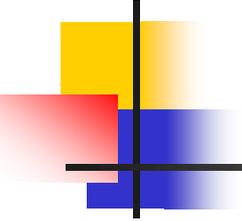


# Оптимальное решение транспортной задачи

---

- $X_{11} = 10; X_{13} = 25; X_{21} = 20;$
- $X_{24} = 25; X_{32} = 10; X_{33} = 40;$
- $Z_{\min} = 620$  ден.ед.

# Экономический анализ полученного решения



---

- По оптимальному плану от первого поставщика к первому потребителю необходимо перевезти 10 единиц, от первого поставщика к третьему – 25, от второго поставщика к первому – 20, от второго поставщика к четвертому – 25, от третьего поставщика к второму – 10, от третьего поставщика к третьему – 40 единиц груза. При этом наименьшие суммарные затраты на перевозку всего груза составляют 620 ден.ед.