



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ  
XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH  
MUHANDISLARI INSTITUTI



Axborot texnologiyalari va  
**FAN:** jarayonlarni matematik  
modellashtirish

6-  
mavzu

**Chiziqli dasturlash  
masalasi**



## Reja:

1. Chiziqli dasturlash masalasini yechishning grafik usuli (CHDM).
2. CHDMni amaliy dasturlar yordamida yechish.

# 1. Chiziqli dasturlash masalasini yechishning grafik usuli.

Chiziqli dasturlash masalasining umumiy ko'rinishi quyidagicha yoziladi:

$$z = c_1 x_1 + c_2 x_2 \dots + c_n x_n \rightarrow \max(\min)$$

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 \dots + a_{1n} x_n \leq a_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 \dots + a_{2n} x_n \leq a_2 \tag{1}$$

.....

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 \dots + a_{mn} x_n \leq a_m$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots x_n \geq 0$$

Agar (1) da o'zgaruvchilar soni ikkiga teng bo'lsa, u holda bu masalani grafik usul yordamida yechish mumkin. Bunday holda, masala quyidagi ko'rinishga keladi:

$$z = c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max(\min)$$

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 \leq a_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 \leq a_2$$

(2)

.....

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 \leq a_n$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

(2) masalani yechishning grafik usuli quyidagi tartibda amalga oshiriladi:

1) (2) tengsizliklar tizimiga mos keladigan tengliklar tizimini tuzamiz:

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 = a_1 \quad (L_1)$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 = a_2 \quad (L_2)$$

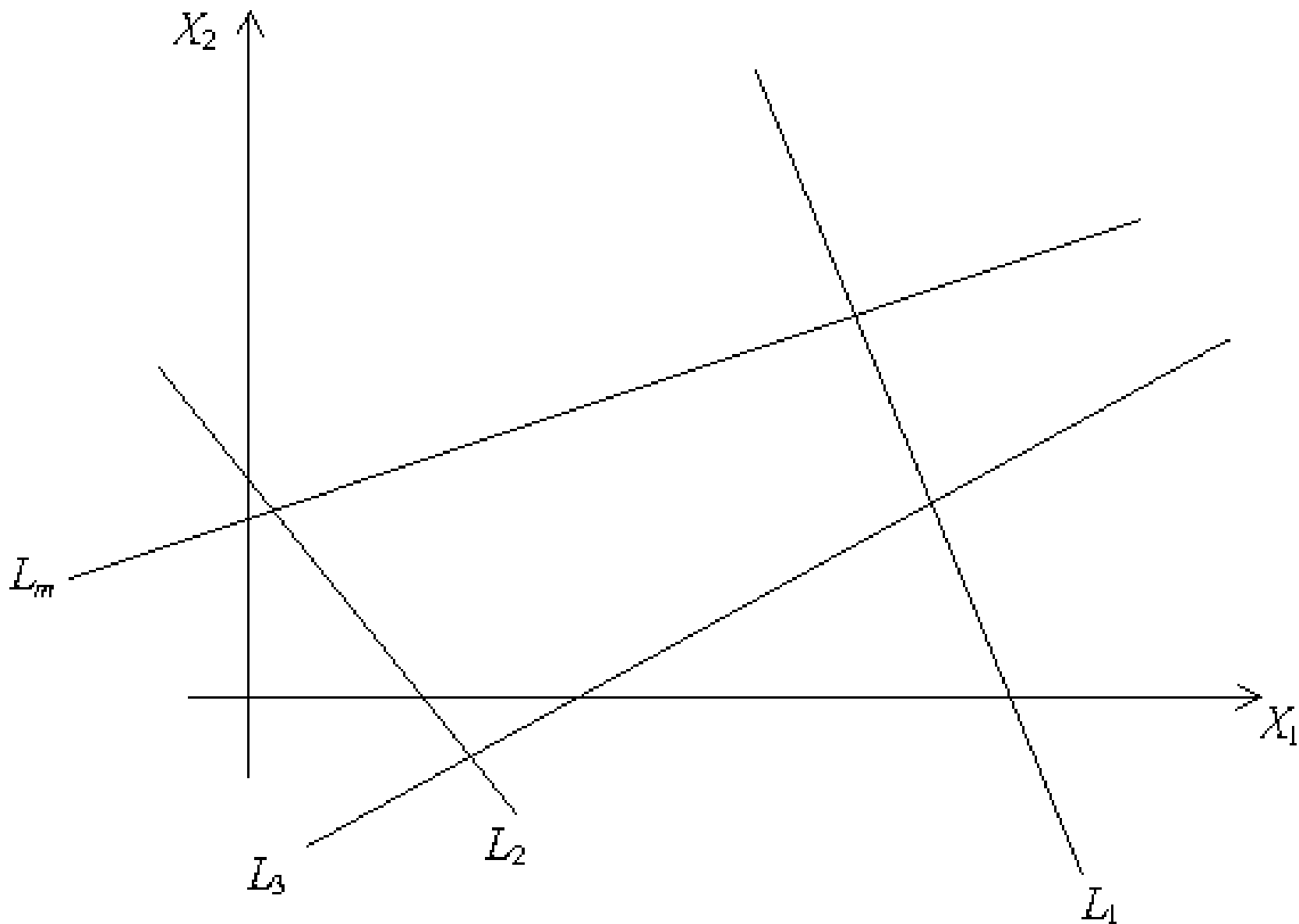
.....

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 = a_n \quad (L_m)$$

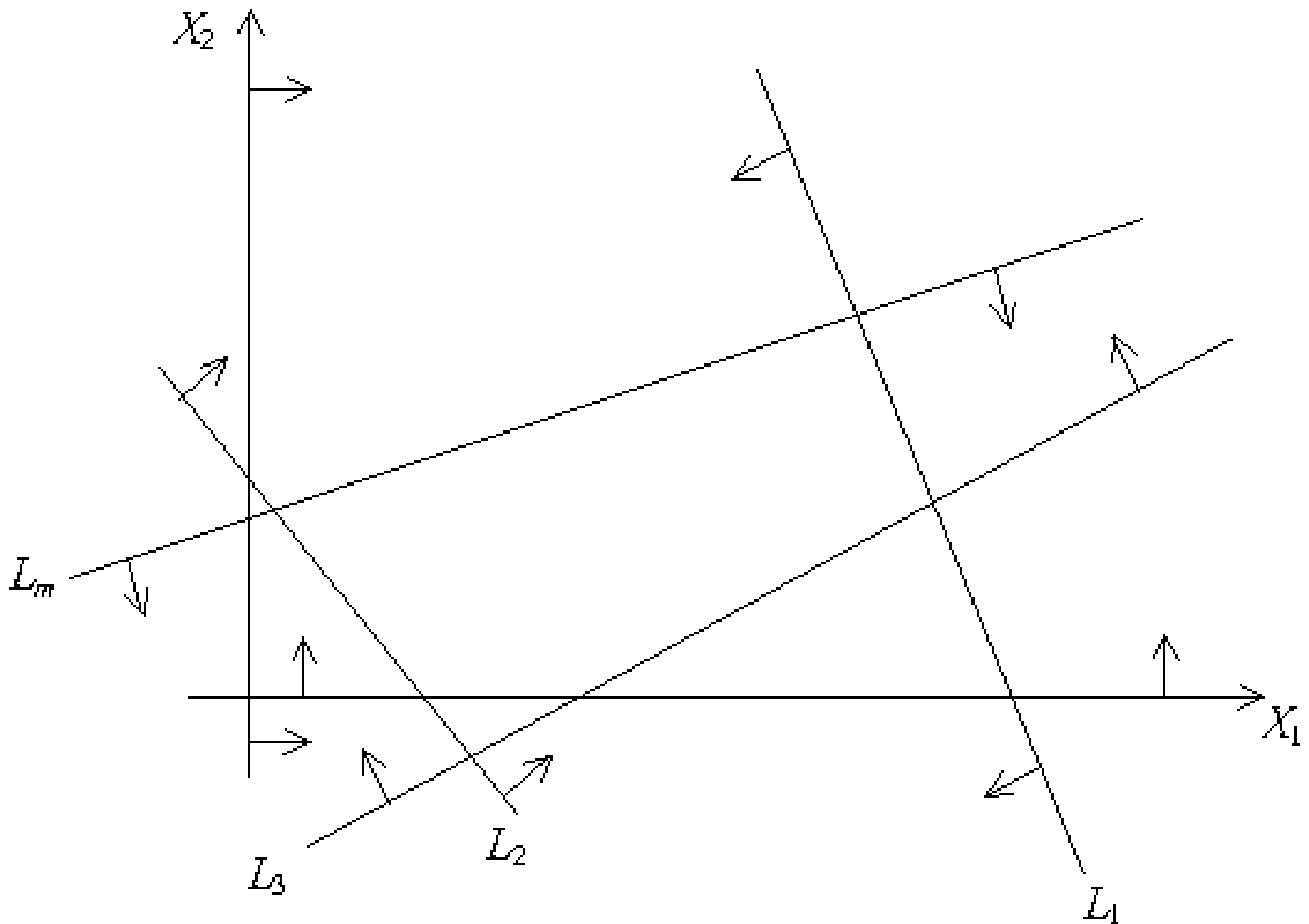
$$x_1 = 0 \quad (L_{m+1})$$

$$x_2 = 0 \quad (L_{m+2})$$

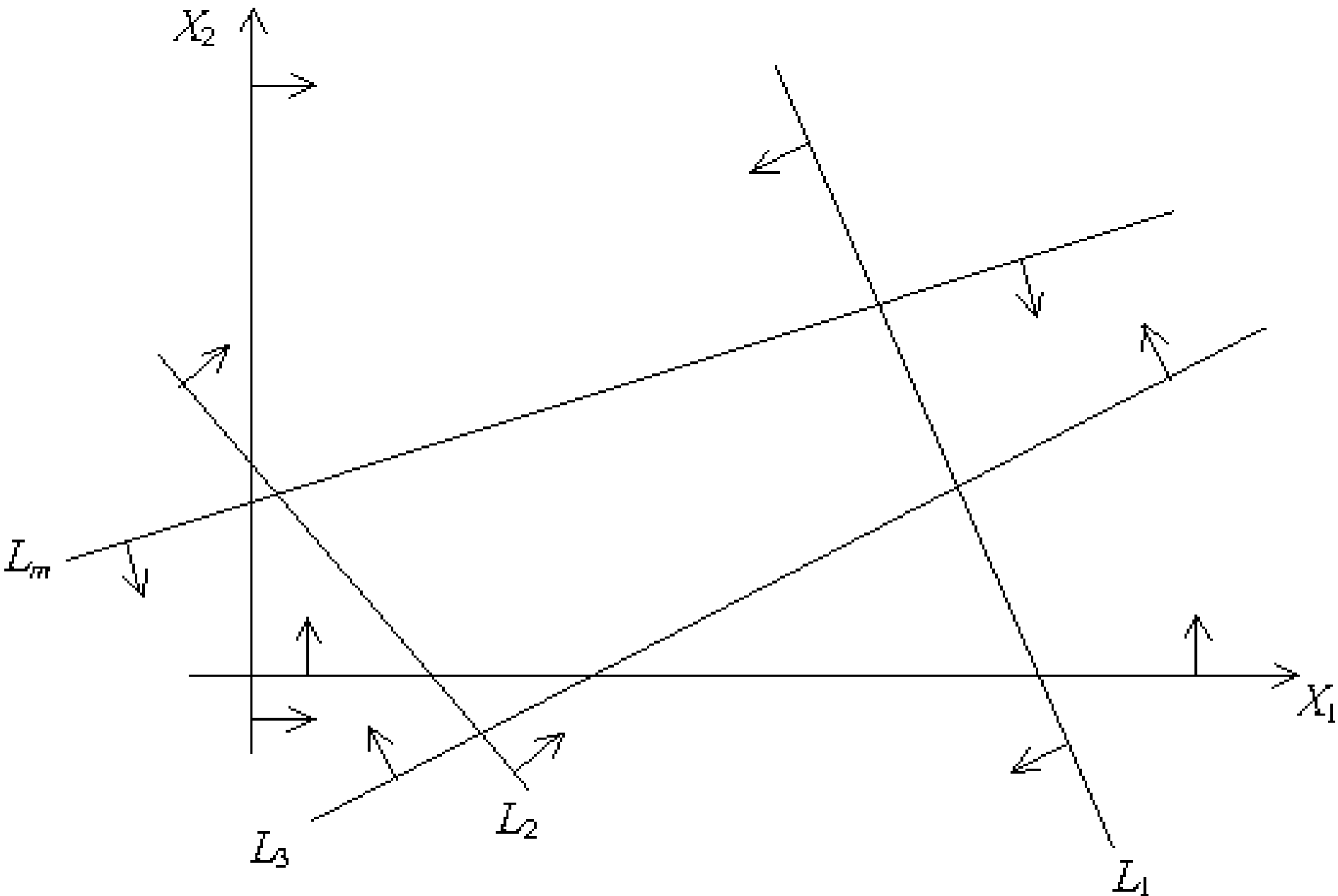
2)  $(L_1), (L_2), \dots, (L_{m+1})$  tengliklarni  $X_1 O X_2$  koordinatalat sistemasida ifodalaymiz.



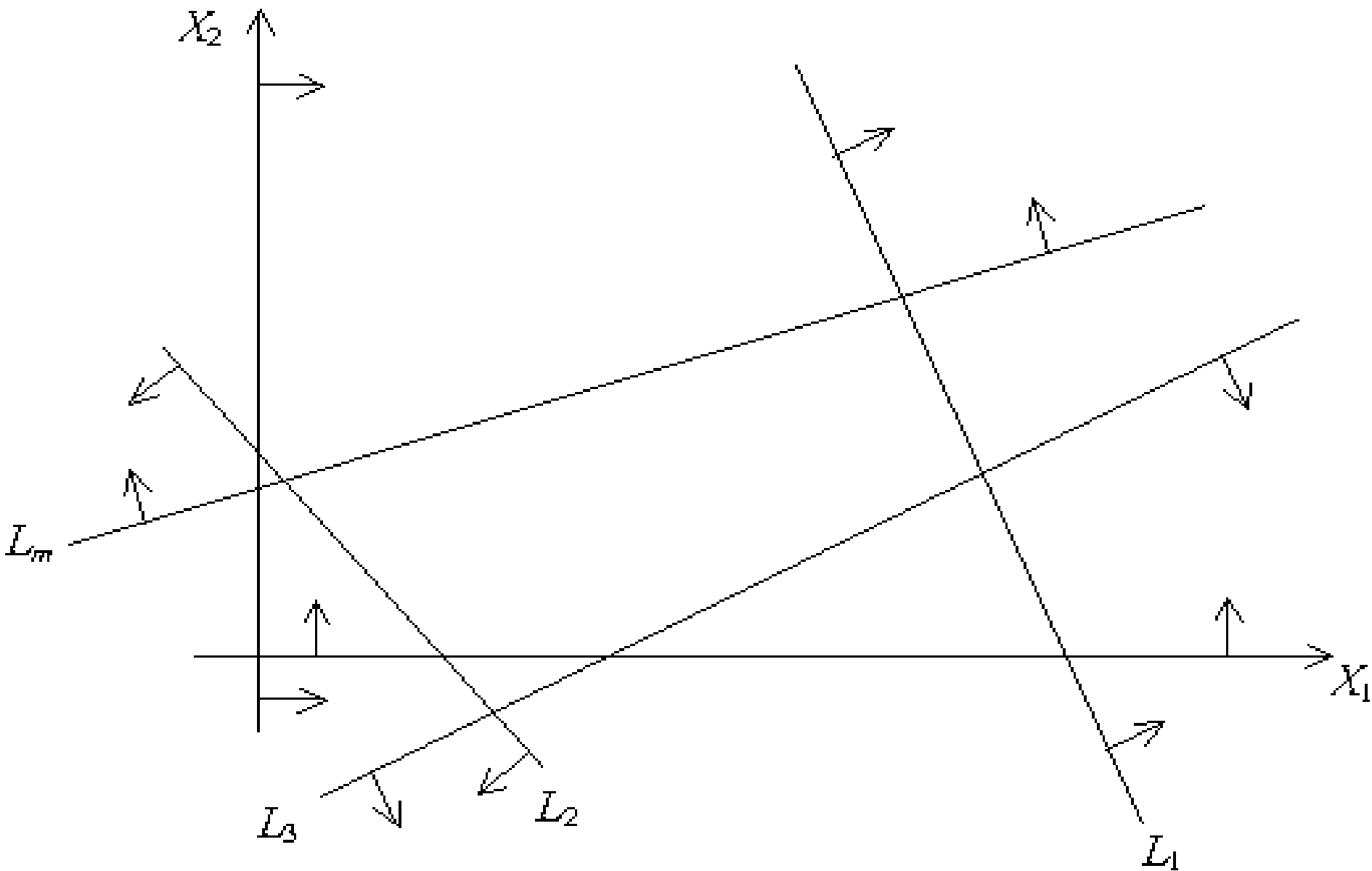
3) Tengsizliklarga mos yarim tekisliklarni aniqlaymiz.



4) Yarim tekisliklar kesishmasini qaraymiz.

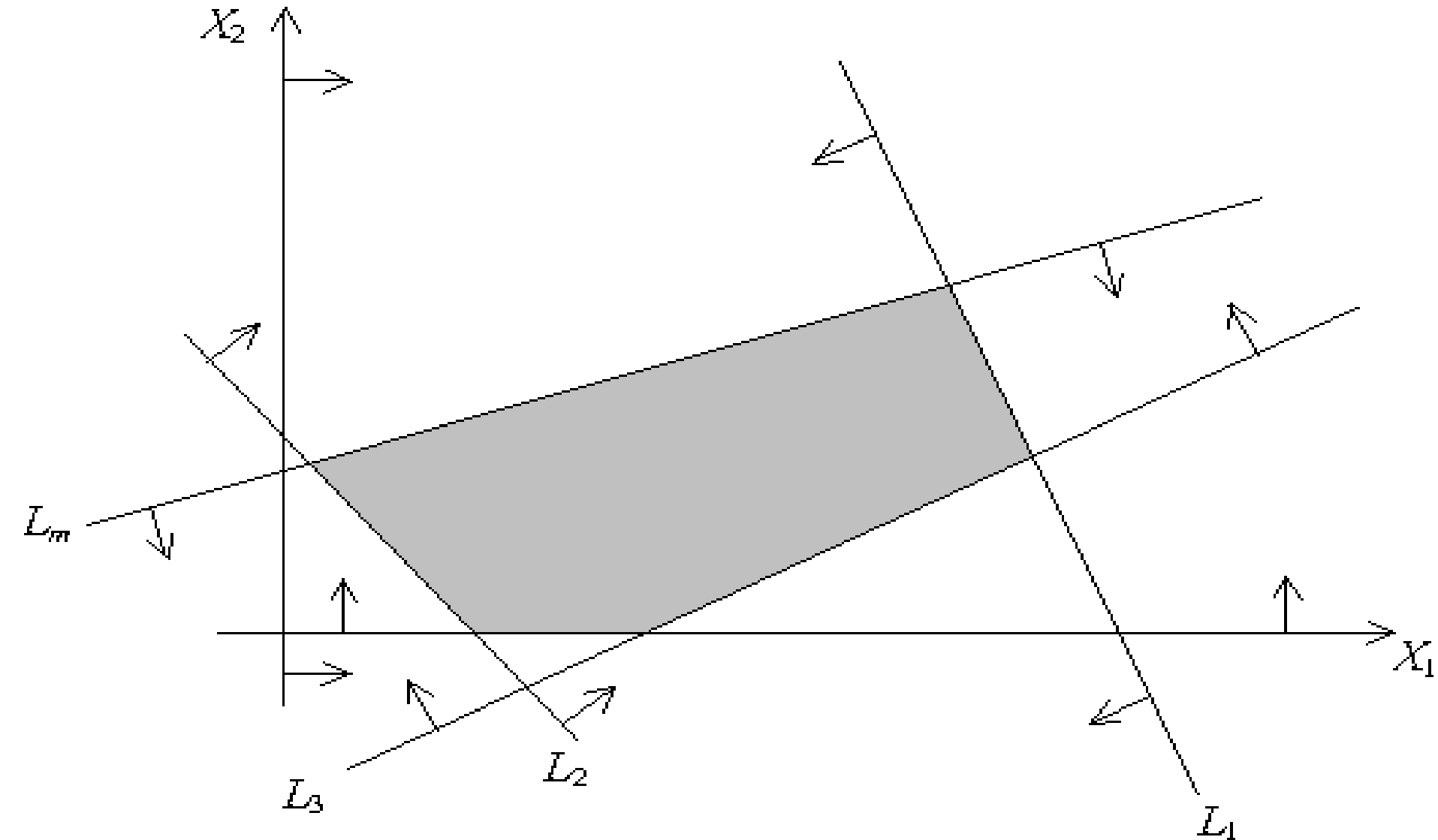


Agar yarim tekisliklar kesishmasi bo`sh to`plam bo`lsa, masala yechimga ega bo`lmaydi.



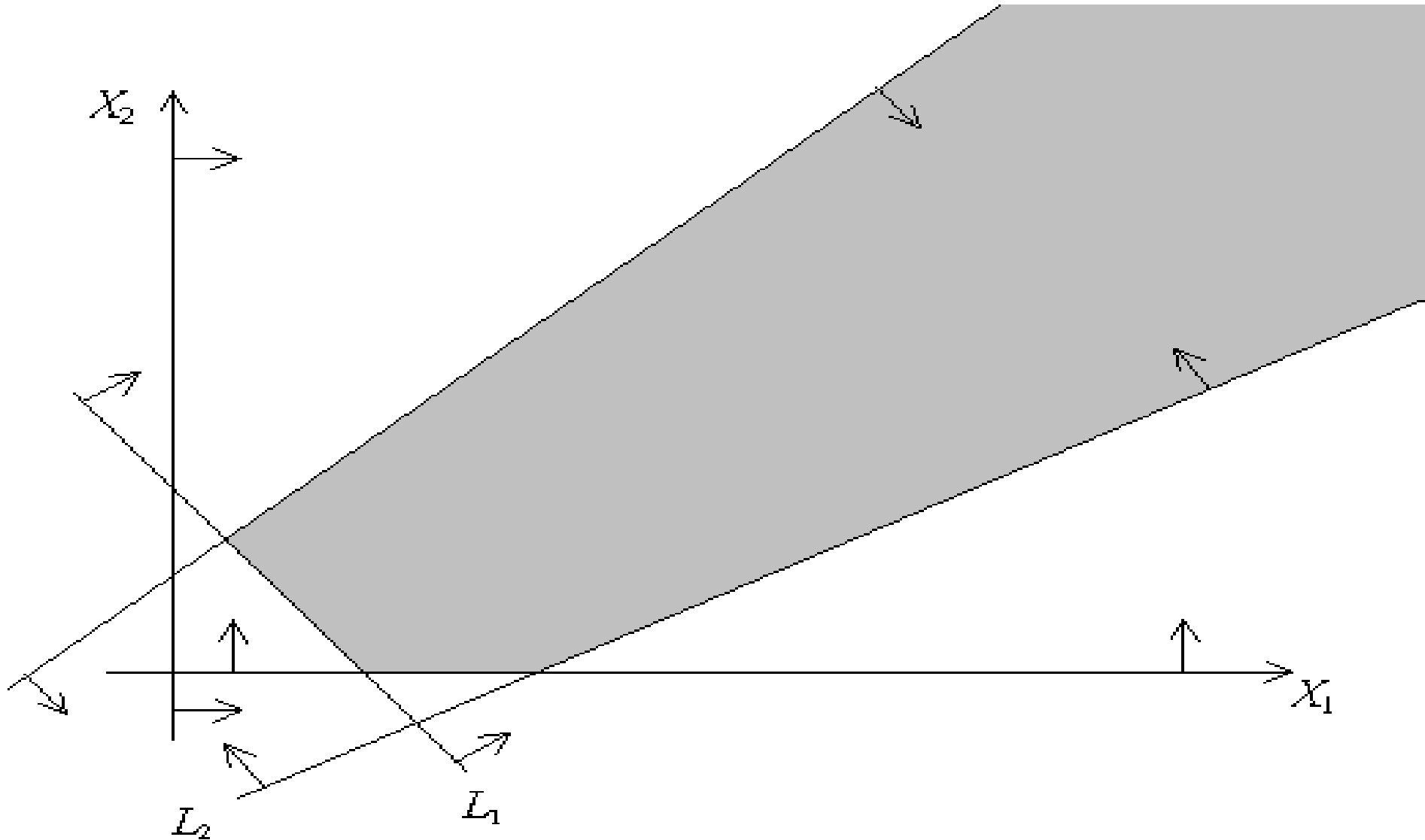


Agar yarim tekisliklar kesishmasi chekli to'plam bo'lsa, masala yechimi chekli qiymatni qabul qiladi.



Ushbu ko'pburchak yechimlar ko'pburchagi deb ataladi va bu ko'pburchakning ixtiyoriy nuqtasi berilgan (2) tengsizliklar sistemasini qanoatlantiradi. Masalaning optimal yechimini topish uchun ko'pburchakning shunday nuqtalarini aniqlash kerakki, ushbu nuqtalarda  $z$  funktsiyasi o'zining optimal qiymatini oladi. Bunday nuqtalar ko'pburchakning chegaralarida joylashgan bo'ladi. Agar optimal yechim ko'pburchakning bir uchida joylashgan bo'lsa, unda masalaning yechimi yagona bo'ladi. Aks holda, masalaning optimal yechimi ko'pburchakning optimal qiymatni qabul qiluvchi uchlarning chiziqli kombinatsiyalaridan iborat bo'ladi.

Agar yarim tekisliklarning kesishishi cheksiz sohadan iborat bo'lsa, unda masalaning yechimi cheksiz qiymatga ega bo'lishi mumkin.



5) Agar kesishma bo'sh bo'lmasa, unda masalani ikki xil usul bilan yechish mumkin:

Birinchi usul:

Yechimlar ko'pburchagi uchlari koordinatalari topiladi.

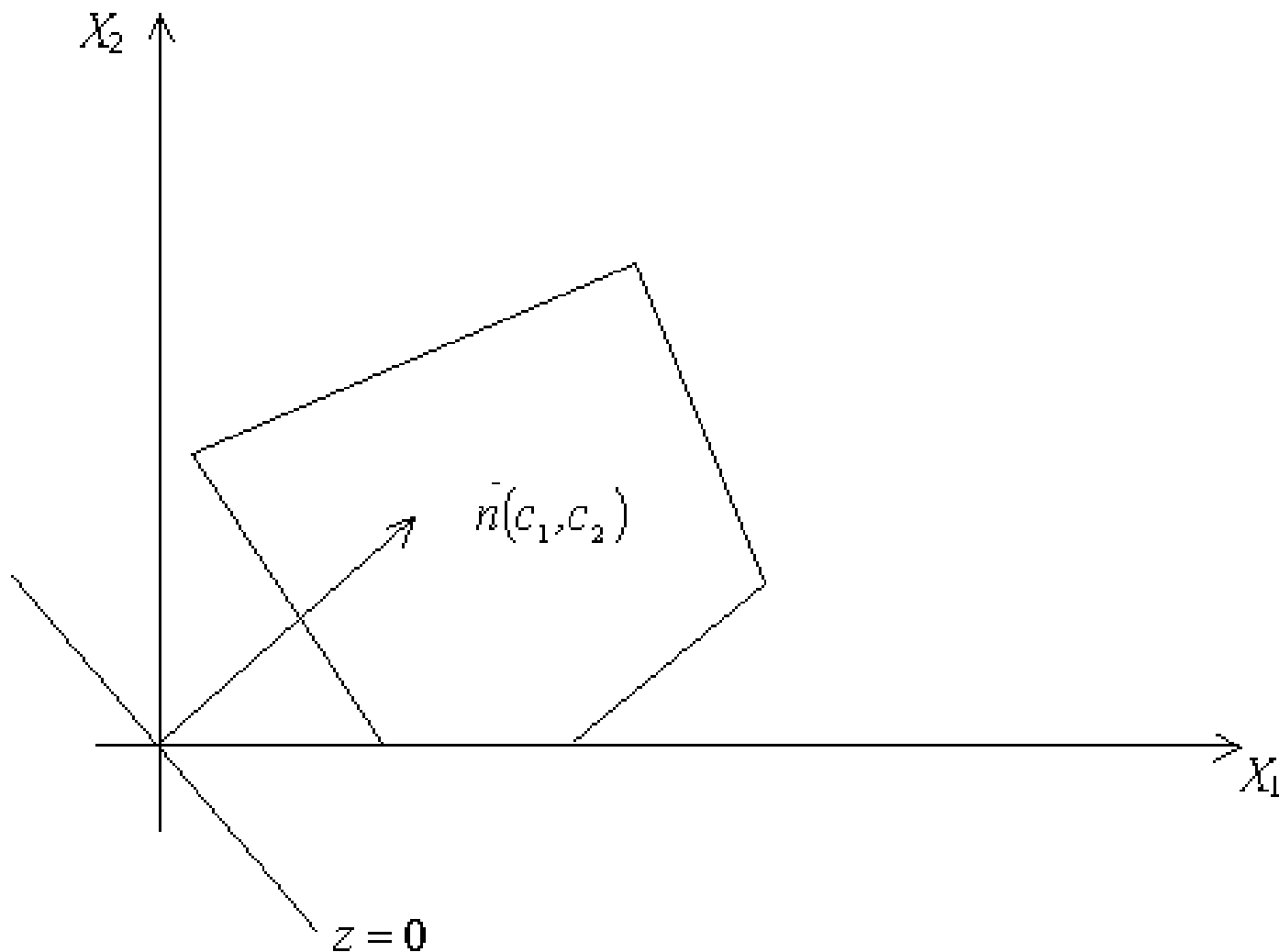
a) ushbu nuqtalarning koordinatalari  $z$  funktsiyasiga qo'yiladi.

b) Hosil qilingan qiymatlardan optimali tanlab olinadi.

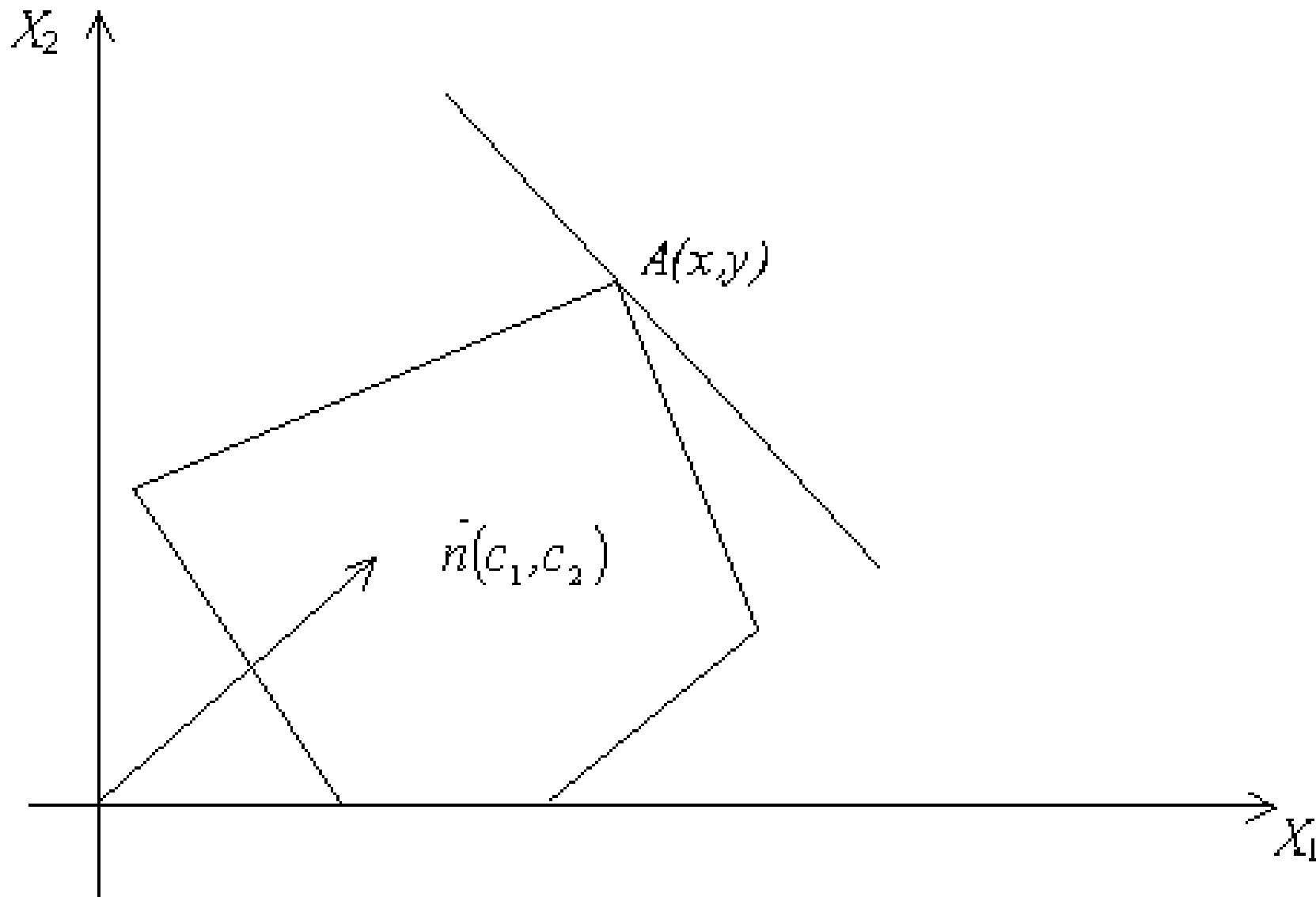
Ikkinchi usul:

a)  $\vec{n}(c_1, c_2)$  normal vektor chizamiz.

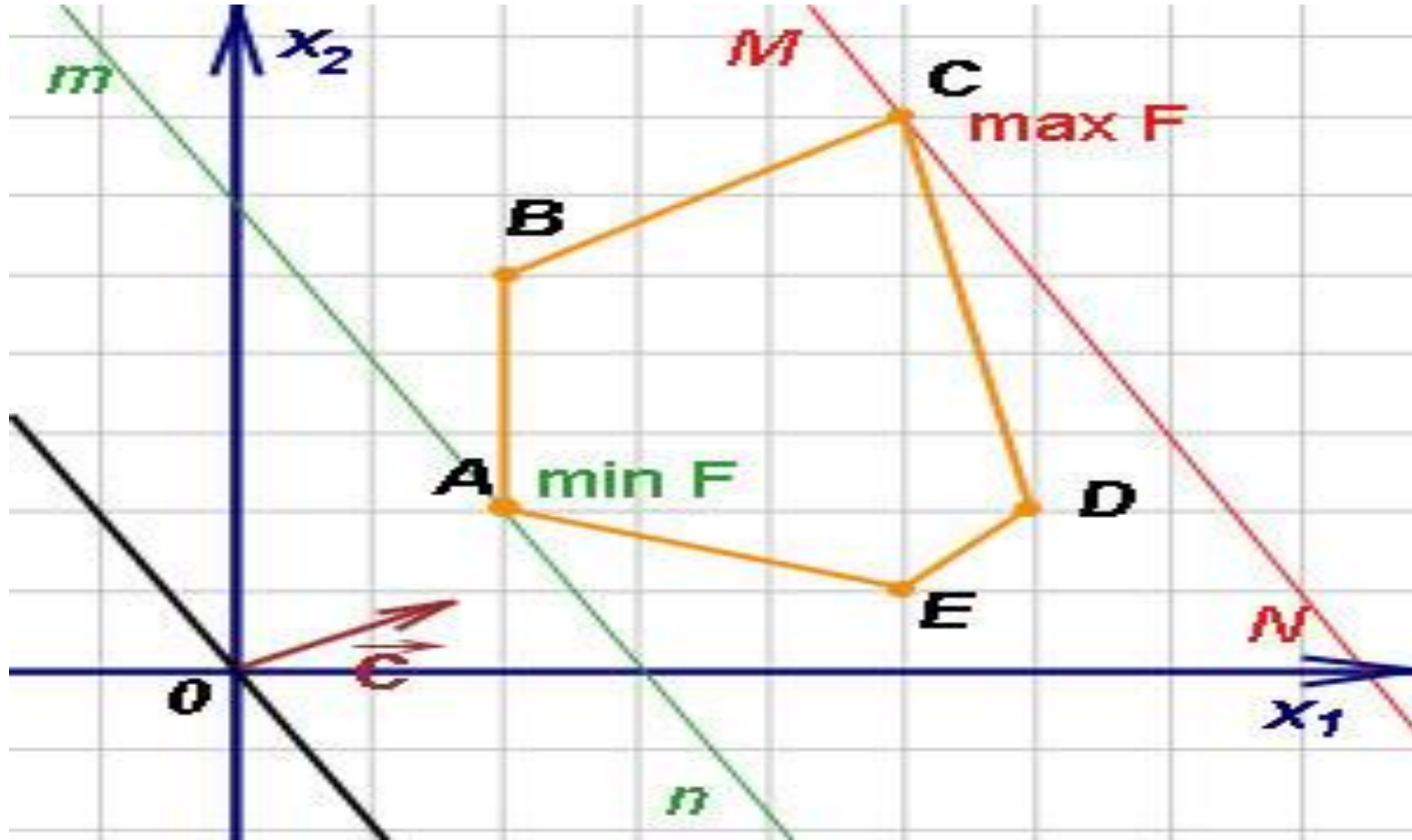
b) normal vektorga perpendikulyar  $z = 0$  to'g'ri chiziq chizamiz.



c)  $z = 0$  to'g'ri chiziq normal yo'nalish bo'yicha o'ziga parallel ravishda siljiydi.  $z$  to'g'ri chiziqning ko'pburchakdan A chiqish nuqtasi CHDM ning maksimal echimi hisoblanadi.



Z to'g'ri chiziqning ko'pburchakka A kirish nuqtasi CHDMning minimal yechimi, z to'g'ri chiziqning ko'pburchagidan C chiqish nuqtasi esa CHDMning maksimal yechimi bo`ladi.



## Masala:

Quyidagi chiziqli dasturlash masalasini grafik usulda eching:

$$z = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \geq 4 \end{array} \right. \quad \text{L1}$$

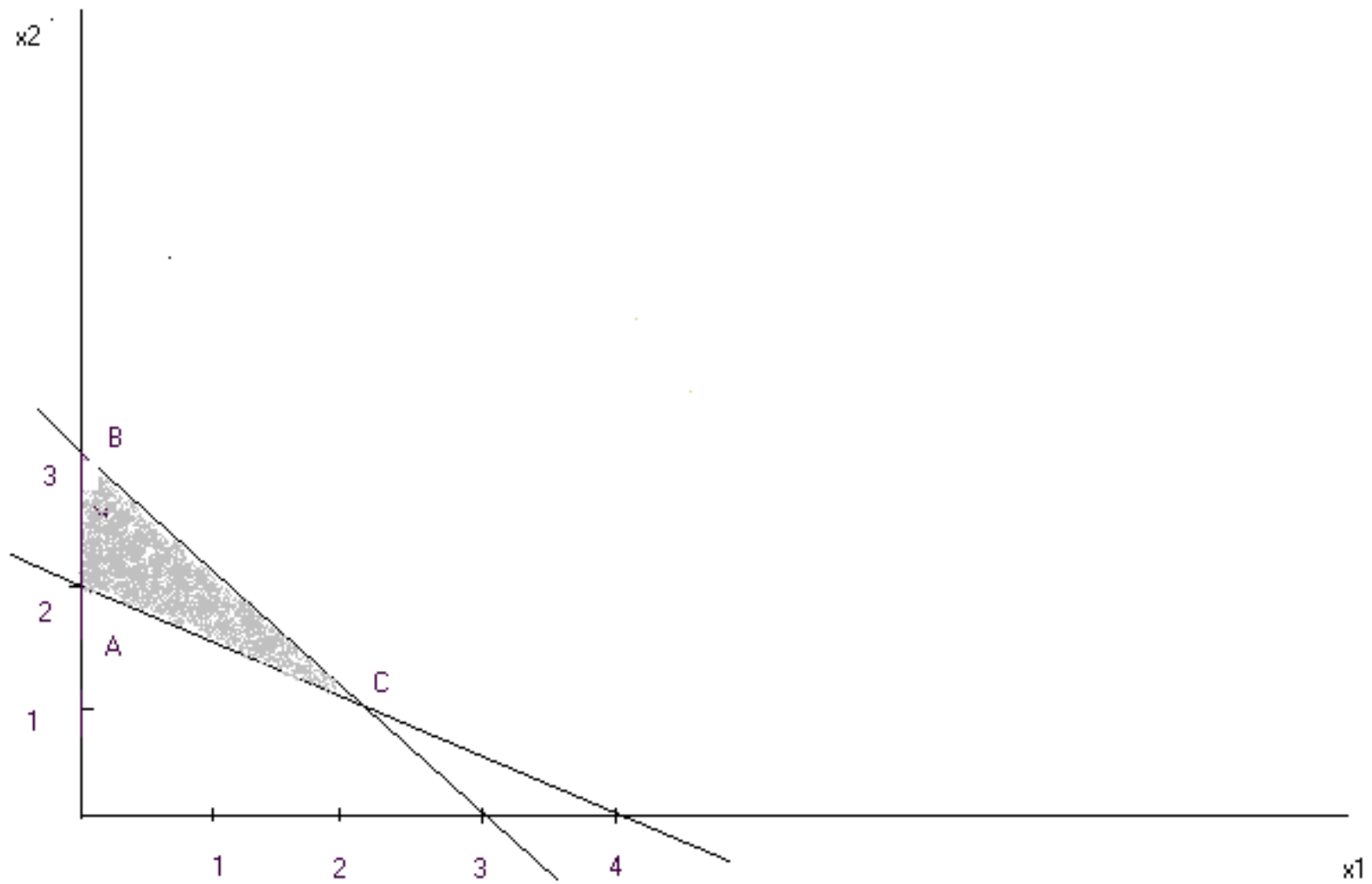
$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 + x_2 \leq 3 \end{array} \right. \quad \text{L2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

## Masalaning echilishi:

Koordinatalar sistemasida tengsizlikka mos keladigan yarim tekisliklarni va ularning kesishmasiga aniqlaymiz:





Bu yerda to'g'ri chiziq bilan chegaralangan yuqori yarim tekislik tengsizlikni , to'g'ri chiziq bilan chegaralangan quyi yarim tekislik esa tengsizlikni ifodalaydi. Bo'yalgan sohadagi nuqtalarning koordinatalari berilgan masaladagi barcha tengsizliklarni qanoatlantiradi. maqsad funksiyasi maksimal qiymatga uchburchakning chegaraviy nuqtalarida erishganligi sababli, optimal yechimni topish uchun nuqtalarning koordinatalarini topib, funksiyasiga qo'yamiz va ularning ichidan funksiyaga eng katta qiymat beruvchi nuqtani tanlab olamiz.

nuqta va to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtasi bo'lganligi uchun ushbu tenglamalarni birgalikda yechamiz.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 4 \\ x_1 + x_2 = 3 \end{cases}$$

Sistemani yechib, o'zgaruvchilarning qiymatlarini aniqlaymiz.

$$x_1 = 2, x_2 = 1$$

Nuqta koordinatalari quyidagi qiymatlarni oladi:

$$A(0;2), B(0;3), C(2;1)$$

Ushbu nuqtalarning koordinatalarini  $z$  funksiyasiga qo'yamiz va quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$z_A = 2 * 0 + 4 * 2 = 8$$

$$z_B = 2 * 0 + 4 * 3 = 12$$

$$z_C = 2 * 2 + 4 * 1 = 8$$

Olingan qiymatlar orasidan masalaing optimal yechimini topamiz:  $Z_{\max} = 12, x_1^* = 0, x_2^* = 3$ .

CHDMni Excel elektron jadvali yordamida yechish mumkin. Bu holda tengsizliklarning koeffitsientlari va ozod sonlari ikkinchi va uchinchi satrlarga, funksiya koeffitsientlari to'rtinchi satrga kiritiladi. O'zgaruvchilarning dastlabki qiymatlari sifatida 0 ni olamiz va uni beshinchi satrga kiritamiz. Natijada jadval quyidagi ko'rinishga keladi:

Microsoft Excel - Книга1

Файл Плавка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно

Arial Cyr 10 Ж К Ч

	A	B	C	D	E	F
1	x1	x2				
2	1	2		>=	4	
3	1	1		<=	3	
4	2	4		max		
5	0	0				
6						
7						
8						

Kursorni C2 katakchaga joylashtiriamiz va  $f_x$  funktsiya ustasi tugmachasini bosamiz. Natijada quyidagi muloqot oynasi ochiladi:

## Мастер функций - шаг 1 из 2



Поиск функции:

Введите краткое описание действия, которое нужно выполнить, и нажмите кнопку "Найти"

Найти

Категория: 10 недавно использовавшихся

Выберите функцию:

СУММПРОИЗВ

СУММ

СРЗНАЧ

ЕСЛИ

ГИПЕРССЫЛКА

СЧЁТ

МАКС

**СУММПРОИЗВ(массив1;массив2;массив3;...)**

Возвращает сумму произведений соответствующих элементов массивов или диапазонов.

[Справка по этой функции](#)

OK

Отмена

Бу yerda «Категория» darchasida «Математическое» bo`limi tanlanadi, «Выберите функцию» darchasida «Суммпроизв» funktsiyasi tanlanadi.



Поиск функции:

Введите краткое описание действия, которое нужно выполнить, и нажмите кнопку "Найти"

Найти

Категория: Математические

Выберите функцию:

СЛЧИС  
СТЕПЕНЬ  
СУММ  
СУММЕСЛИ  
СУММКВ  
СУММКВРАЗН  
СУММПРОИЗВ

**СУММПРОИЗВ(массив1;массив2;массив3;...)**

Возвращает сумму произведений соответствующих элементов массивов или диапазонов.

[Справка по этой функции](#)

OK

Отмена

OK tugmasini bosamiz. Natijada quyidagi muloqot oynasi ochiladi:



# Аргументы функции

СУММПРОИЗВ

Массив1  = массив

Массив2  = массив

Массив3  = массив

=

Возвращает сумму произведений соответствующих элементов массивов или диапазонов.

**Массив2:** массив1;массив2;... от 2 до 30 массивов, чьи компоненты нужно перемножить, а затем сложить полученные произведения. Все массивы должны иметь одну и ту же размерность.

[Справка по этой функции](#)

Значение:

OK

Отмена

Bu yerda «Массив 1» maydoniga A2:B2 kataklar diapazonini, «Массив 2» maydoniga A5:B5 kataklar diapazonini kiritamiz, «Массив 2» maydonida F4 tugmasini bosib A5:B5 kataklar diapazonini fiksirlaymiz.

## Аргументы функции



СУММПРОИЗВ

Массив1  = {1;2}  
Массив2  = {0;0}  
Массив3  = МАССИВ

= 0

Возвращает сумму произведений соответствующих элементов массивов или диапазонов.

**Массив1:** массив1;массив2;... от 2 до 30 массивов, чьи компоненты нужно перемножить, а затем сложить полученные произведения. Все массивы должны иметь одну и ту же размерность.

[Справка по этой функции](#)

Значение: 0

OK

Отмена

"OK" tugmasini bosish orqali Excel ning asosiy oynasiga qaytamiz. Keyin formulani C2 katakchadan C3:C4 katakchalarga nusxa qilamiz. Natijada, oyna quyidagi ko`rinishga keladi:



# Microsoft Excel - Книга1

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно



Arial Cyr 10 Ж К Ч [text alignment icons] % 0

	A	B	C	D	E	F
1	x1	x2				
2	1	2	0	>=	4	
3	1	1	0	<=	3	
4	2	4	0	max		
5	0	0				
6						
7						
8						

Kursorni C4 katakka o`rnatib, menyuda «Сервис-Поиск решения» buyrug`ini beramiz.

Microsoft Excel - Книга1

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка

Arial Cyr 10 Ж К Ч

	A	B	C	D
1	x1	x2		
2		1	2	0 >=
3		1	1	0 <=
4		2	4	0 max
5		0	0	
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				

Орфография... F7

Справочные материалы... Alt+щелчок

Проверка наличия ошибок...

Общая рабочая область...

Доступ к книге...

Защита ▶

Совместная работа ▶

Зависимости формул ▶

**Поиск решения...**

Надстройки...

Настройка...

Параметры...

Natijada quyidagi «Поиск решение» muloqot oynasi ochiladi.

# Поиск решения



Установить целевую ячейку:

Равной:  максимальному значению

значению:

минимальному значению

Выполнить

Закреть

Изменяя ячейки:

Предположить

Ограничения:

```
$C$2 >= $E$2  
$C$3 <= $E$3
```

Добавить

Изменить

Удалить

Параметры

Восстановить

Справка

Bu yerda «Установить целевую ячейку» maydoniga **\$C\$4** ni kiritamiz, «Изменяя ячейки» maydoniga **\$A\$5:\$B\$5** ni kiritamiz. «Ограничения» darchasiga o`tib «Добавить» tugmasini bosamiz. Natijada quyidagi hosil bo`ladi:

## Добавление ограничения



Ссылка на ячейку:



Ограничение:



ОК

Отмена

Добавить

Справка

Ву yerda «Ссылка на ячейку» maydoniga **\$C\$2** ni kiritamiz, maydonida munosabat amalini tanlaymiz «Ограничения» maydoniga **\$E\$2** ni kiritamiz va «Добавить» tugmasini bosamiz.

## Добавление ограничения



Ссылка на ячейку:

\$C\$2



>=



Ограничение:

\$E\$2



ОК

Отмена

Добавить

Справка

Xuddi shu kabi «Ссылка на ячейку» maydoniga **\$C\$3** ni kiritamiz, maydonida munosabat amalini tanlaymiz «Ограничения» maydoniga **\$E\$3** ni kiritamiz va «ОК» tugmasini bosamiz. Natijada «Поиск решения» oynasiga qaytamiz:

# Поиск решения



Установить целевую ячейку:

Выполнить

Равной:  максимальному значению

значению:

Закреть

минимальному значению

Изменяя ячейки:



Предположить

Ограничения:



Добавить

Изменить

Удалить

Параметры

Восстановить

Справка

«Параметры» tugmasini bosib quyidagi oynani hosil qilamiz:

## Параметры поиска решения



Максимальное время:  секунд

ОК

Предельное число итераций:

Отмена

Относительная погрешность:

Загрузить модель...

Допустимое отклонение:  %

Сохранить модель...

Сходимость:

Справка

Линейная модель

Автоматическое масштабирование

Неотрицательные значения

Показывать результаты итераций

Оценки

Разности

Метод поиска

линейная

прямые

Ньютона

квадратичная

центральные

сопряженных градиентов

«Неотрицательное значение» parametrini belgilaymiz.

## Параметры поиска решения



Максимальное время:  секунд

ОК

Предельное число итераций:

Отмена

Относительная погрешность:

Загрузить модель...

Допустимое отклонение:  %

Сохранить модель...

Сходимость:

Справка

Линейная модель

Автоматическое масштабирование

Неотрицательные значения

Показывать результаты итераций

Оценки

линейная

квадратичная

Разности

прямые

центральные

Метод поиска

Ньютона

сопряженных градиентов

«ОК» tugmasini bosib «Поиск решение» muloqot oynasiga qaytamiz va «Выполнить» tugmasini bosamiz. Natijada quyidagi oyna hosil bo`ladi:



## Результаты поиска решения

Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.

Тип отчета

Результаты  
Устойчивость  
Пределы

- Сохранить найденное решение
- Восстановить исходные значения

ОК

Отмена

Сохранить сценарий...

Справка

«**ОК**» tugmasini bosamiz. Natijada masalaning quyidagi yechimi hosil bo`ladi:

# Microsoft Excel - Книга1

Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно

Arial Cyr 10 Ж К Ч

C4 =СУММПРОИЗВ(A4:B4;\$A\$5:\$B\$5)

	А	В	Шрифт	С	Д	Е	Ф
1	x1	x2					
2	1	2	6	>=		4	
3	1	1	3	<=		3	
4	2	4	12	max			
5	0	3					
6							
7							

Bu yerdan ko`rinib turibdiki, berilgan masaladagi barcha tengsizliklar bajariladi va masalaning optimal yechimi quyidagicha bo`ladi:  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3$ ,  $z_{\max} = 12$ .

Mathcadda chiziqli dasturlash masalasi yechishda maximize va minimize funksiyalaridan foydalaniladi. Bu funksiyalar umumiy ko'rinishda quyidagicha yoziladi:

Maximize(<maqсад funksiyaning nomi>, <ўзгарувчилар рўйхати>)

Minimize(<maqсад funksiyaning nomi>, <ўзгарувчилар рўйхати>)

Mathcadda chiziqli dasturlash masalasini yechish quyidagicha bajariladi:

Mathcad dasturi ishga tushirgandan so'ng dastlab, maqsad funksiyasi quyidagicha yoziladi:  $L(x_1, x_2) := 2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2$

“Given” so'zi yozilgach keying qagtordan tengsizliklar sistemasi yoziladi:

$$x_1 + 2 \cdot x_2 \geq 4$$

$$x_1 + x_2 \leq 3$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0$$

Navbatdagi qatorda o'zgaruvchilarning boshlang'ich qiymatlari yoziladi:

$x_1 := 0$     $x_2 := 3$

So'ng quyidagi operator kiritiladi:

$p := \text{Maximize}(L, x_1, x_2)$

Optimal yechimni beruvchi o'zgaruvchilarning qiymatlari  $p =$  operator yordamida, maqsad funktsiyasining optimal qiymati esa  $L(p_0, p_1) =$  operator yordamida xosil qilinadi. Mathcadda masalaning dasturi quyidagicha bo'ladi:

Mathcad - [simplex2]

File Edit View Insert Format Tools Symbolics Window Help

Normal Arial 10 B I U

My Site Go

$L(x_1, x_2) := 2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2$   
**Given**  
 $x_1 + 2 \cdot x_2 \geq 4$   
 $x_1 + x_2 \leq 3$   
 $x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$   
 $x_1 := 0 \quad x_2 := 0$   
 $p := \text{Maximize}(L, x_1, x_2)$   
 $p = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \quad L(p_0, p_1) = 12$

Boolean

Matrix

Press F1 for help. AUTO NUM Page 1

Natija quyidagi ko`rinishda bo`ladi:  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 3$ ,  $z_{\max} = 12$ .