11. Bhatt S.T. *On Arens algebras* L^{ω}. Glass.Math. 1980. v.15. p.305-312.

12. Bhatt S.T. *On Arens algebras* L^{ω}. Glass.Math. 1981. v.16. p.297-306.

13. Fack T., Kosaki H. *Generalized s-numbers of* τ *- measurables operators.* Pacific J. Math. 1986. v.123. p.269-300.

14. Takesaki M. *Theory of operator algebras I.* New York. Springer. 1979. pp. 415.

15. Yeadon F.J. *Non-commutative* L_{τ} *- spaces.* Math.Camb.Phil.Soc. 1975. v.77. p.91-102.

УДК 517.956

О связанных состояниях негейзенберговского гамильтониана спин- поляронной системы со спином $s = 3$.

Айнакулов Ш.А.

ТИИМ

Рассмотрим гамильтониан в негейзенберговской модели для систем состоящей из одного электрона со спином $\gamma =\uparrow,\downarrow$ и магнона с значением спина $s = 3$. Гамильтониан рассматриваемой системы имеет вид

$$\widehat{H} = B\sum_{m,\gamma,\tau} a^{+}_{m,\gamma}a_{m+\tau,\gamma} - \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{6} J_k \sum_{m\tau}(S_m, S_{m+\tau})^k - \sum_{k=1}^{6} A_k \sum_{m,\gamma,\gamma'}\left\{(\sigma, S_m)_{\gamma,\gamma'} a^{-}_{m,\gamma} a_{m,\gamma'}\right\}^k \quad (1)$$

Он симметричен и действует в пространстве $H_{as} = F_{as}\left(l_2(Z^{\nu})\otimes C^2\right)\otimes_m H_m$ [1], [2]. Здесь $a^{+}_{m\gamma}\,(a_{m\gamma})$ - оператор рождения (уничтожения) электрона в узле m со спином $\gamma =\uparrow$ или $\downarrow$. $S_n = (S^x_n, S^y_n, S^z_n)$ - оператор атомного спина находящегося в узле n. $\sigma = (\sigma^x, \sigma^y, \sigma^z)$ - тройка матриц Паули. Суммирование по τ - означает суммирование по соседним узлам решётки Z^{ν}. $B, A_k, J_k, k = \overline{1,2s}$ - вещественные параметры. $F_{as}\left(l_2(Z^{\nu})\otimes C^2\right)$ -антисимметричное пространство фока над $l_2(Z^{\nu})\otimes C^2$. H_m -бесконечное тензорное произведение 7- мерных пространств: $H_m = \bigotimes_{n=1}^{\infty} C^7_n$, где $C^7_n = C^7$ - 7-мерное комплексное пространство [3].

Рассмотрим пространство $\tilde{X}$, состоящей из функций следующего вида:

$$\tilde{\psi} = \sum_{p\in Z^{\nu}} \tilde{f}_1(p)a^{+}_{p\downarrow}\varphi_0 + \frac{1}{\sqrt{6}}\sum_{p,q\in Z^{\nu}} \tilde{f}_2(p,q)a^{+}_{p\uparrow}S^{-}_{p}\varphi_0, f_1 \in l_2(Z^{\nu}), f_2 \in l_2(Z^{\nu}\times Z^{\nu}) \quad (2)$$

Здесь $\|\tilde{\psi}\| = \left(\sum_{p\in Z^{\nu}} \tilde{f}^2_1(p) + \frac{1}{6}\sum_{p,q\in Z^{\nu}} \tilde{f}^2_2(p,q)\right)^{\frac{1}{2}} < \infty$, где φ_0 -вакуумный вектор пространство X, с нормой $\|\varphi_0\| = 1$ и однозначно определяемой соотношениями: $S^z_p\varphi_0 = 3\varphi_0, S^{+}_p\varphi_0 = 0, a_{p\gamma}\varphi_0 = 0, \forall p\in Z^{\nu}, S^{\pm}_{p} = S^x_p \pm iS^y_p$.

Заметим, что пространство $\tilde{X}$ инвариантно относительно оператора $\tilde{H}$. Рассмотрим сужение оператора $\widehat{H}$ в $\tilde{X}: \hat{H} = \widehat{H}/\tilde{X}$.

Утверждение 1. Оператор $\tilde{H}$ является ограниченным самосопряженным матричным оператором. Он порождает ограниченный самосопряженный матричный оператор:

$$\tilde{H} = \left\|\tilde{H}_{ij}\right\|_{i,j=1,2}, \quad \tilde{H}_{ij}:\tilde{X}_j \to \tilde{X}_i, i,j = 1,2$$

действующий в пространстве $\tilde{X} = \tilde{X}_1 \oplus \tilde{X}_2$ по формуле:

$$\begin{cases} \left(\tilde{H}_{11}\tilde{f}_1\right)(p) = B\sum_{\tau}\tilde{f}_1(p+\tau) - A^{-}(3)\tilde{f}_1(p) \\ \left(\tilde{H}_{12}\tilde{f}_2\right)(p) = -\frac{2}{\sqrt{6}}A^{-}(3)\tilde{f}_2(p,p) \\ \left(\tilde{H}_{21}\tilde{f}_1\right)(p,q) = \sqrt{6}D(3)\delta_{pq}\tilde{f}_1(p) \\ \left(\tilde{H}_{22}\tilde{f}_2\right)(p,q) = B\sum_{\tau}\tilde{f}_2(p+\tau,q) + \frac{J(3)}{\sqrt{6}}\left[2\nu\tilde{f}_2(p,q) - \sum_{\tau}\tilde{f}_2(p,q+\tau)\right] + \\ \frac{1}{\sqrt{6}}\left[A(3)-D(3)\right]\delta_{pq}\tilde{f}_2(p,q) - \frac{A(3)}{\sqrt{6}}\tilde{f}_2(p,q) \end{cases} \quad (3)$$

Оператор $\tilde{H}$ в пространстве $\tilde{X}$ действует по формуле:

$$\tilde{H}\tilde{\psi} = \sum_{p\in Z^{\nu}}\left[\left(\tilde{H}_{11}\tilde{f}_1\right)(p) + \left(\tilde{H}_{12}\tilde{f}_2\right)(p)\right]a^{+}_{p\downarrow}\varphi_0 +$$
$$\frac{1}{\sqrt{6}}\sum_{p,q\in Z^{\nu}}\left[\left(\tilde{H}_{21}\tilde{f}_1\right)(p,q) + \left(\tilde{H}_{22}\tilde{f}_2\right)(p,q)\right]a^{+}_{p\uparrow}S^{-}_{q}\varphi_0$$

Здесь $A(3) = \sum_{k=1}^{6} A_k\left(\frac{3}{2}\right)^k$, $A^{-}(3) = \sum_{k=1}^{6} A_k\left(-\frac{3}{2}\right)^k$, $D(3) = \sum_{k=1}^{6} A_k$, $J(s) = \sum_{k=1}^{6}\frac{J_k}{2}(-6)^k$.

Действуя на базисные векторы $\left\{a^{+}_{p\downarrow}\varphi_0\right\}, \left\{a^{+}_{p\uparrow}S^{-}_{q}\varphi_0\right\}$ и используя из симметрич-ности доказывается самосопряженность оператора $\tilde{H}$. Рассматривая скалярного произведения $\left|\left(\overline{H\tilde{\psi}}, \overline{H\tilde{\psi}}\right)\right|$ и выполняя некоторых простых вычислений можно доказать ограниченность оператора $\tilde{H}$.

Из теоремы Вейля следует, что спектры операторов $\tilde{H}$ и $\hat{H}$ совпадают, т.е. $\sigma\left(\tilde{H}\right) = \sigma\left(\hat{H}\right)$.

Обозначим через T^{ν} -- ν -мерный тор снабженной нормированной мерой $d\lambda : \lambda(T^{\nu}) = 1$. Положим $X_1 = L_2(T^{\nu}, d\lambda)$, $X_2 = L_2(T^{\nu}\times T^{\nu}, d\lambda\otimes d\mu)$ и $X = X_1 \oplus X_2$.

Пусть F -преобразование Фурье переводящий пространство $\tilde{X}$ в пространство X.

Утверждение 2. При преобразование Фурье оператор $\tilde{H}$ переходит в оператор $H = F\tilde{H}F^{-1}$ действующий в X в виде $H = \|H_{ij}\|_{i,j=1,2}$, где

$$\begin{cases} (H_{11}f_1)(\lambda) = h_1(\lambda)f_1(\lambda) \\ (H_{12}f_2)(\lambda) = -\frac{2}{\sqrt{6}}A^{-}(3)\int_{T^{\nu}} f_2(\lambda, \lambda - t)dt \\ (H_{21}f_1)(\lambda,\mu) = \sqrt{6}D(3)f_1(\lambda+\mu) \\ (H_{22}f_2)(\lambda,\mu) = h_2(\lambda,\mu)f_2(\lambda,\mu) + g(3)\int_{T^{\nu}} f_2(\lambda, \lambda+\mu-t)dt \end{cases} \quad (4)$$

Здесь $h_1(\lambda) = 2B\sum_{i=1}^{\nu}\cos\lambda_i - A^{-}(s)$, $g(3) = A(3) - D(3)$

$$h_2(\lambda,\mu) = 2B\sum_{i=1}^{\nu}\cos\lambda_i + 2J(3)\left(\nu - \sum_{i=1}^{\nu}\cos\mu_i\right) - A(3).$$

Доказательство утверждения непосредственно получается после некоторых вычислений при преобразование Фурье от оператора $\tilde{H}$.

Фиксируя $\Lambda = \lambda + \mu$ где $\lambda, \mu \in T^{\nu}$, рассмотрим многообразие $\Gamma_{2\Lambda} \subset T^{\nu}\times T^{\nu} : \Gamma_{2\Lambda} = \{(\lambda,\mu)T^{\nu}\times T^{\nu} : \ \lambda+\mu = \Lambda\}$ и точку $\Gamma_{1\Lambda} = \{\Lambda\} \in T^{\nu}$.

Положим, $X(\Lambda) = L_2(\Gamma_{1\Lambda}) \oplus L_2(\Gamma_{2\Lambda})$, где $L_2(\Gamma_{1\Lambda}) = C-$ множество комплексных чисел. Рассмотрим сужение оператора H на $X(\Lambda) : H(\Lambda) = H/(X\Lambda)$. Пространство $X(\Lambda)$ относительно оператора $H(\Lambda)$. Это позволяет представить оператор H и пространство X в виде прямого интеграла [4]:

$$H = \oplus\int_{T^{\nu}} H(\Lambda)d\Lambda, \quad X = \oplus\int_{T^{\nu}} X(\Lambda)d\Lambda.$$