Лекция №8. Симплексный метод решения задачи линейного программирования. Определение оптимального решения. Условие, когда решение не существует и условие, при котором решение стремится к бесконечности в задаче линейного программирование.

После нахождения опорного решения можно приступить к нахождению оптимального решения. Для этого выполняются следующие операции:

1) если в строке Z не имеется отрицательных чисел, то считается что оптимальное решение найдено. При этом переменные x 1- строки и функция Z приравниваются к соответствующим свободным числам, переменные x 1-строки приравниваются к нулю. Если в этой строке имеется несколько отрицательных чисел, то выбирается одно из них. Например, выбираем число столбца с номером n: $c_n < 0$.

2) если в столбце с номером n не имеется ни одного положительного коэффициента, то решение задачи не ограничено сверху. В противном случае свободные числа делим на соответствующие положительные коэффициенты столбца с номером n. Среди полученных соотношений выбираем наименьшее: $\theta = \min\left(\frac{a_l}{a_{jl}}\right)_{l=\overline{1,k}}$. Здесь k- определяет число выбранных пар свободных чисел и соответствующих коэффициентов строки Z.

3) Элемент строки j который соответствует на $\boldsymbol{\theta}$ является разрешающим элементом. Относительно этого элемента выполняем метод модифицированных жордановых исключений или симплексных преобразований и заполняем следующую таблицу. Пункты 1)-3) выполняются до тех пор, пока все числа строки Z не примут положительных значений или не определятся не ограниченности сверху решения задачи.

Задача:

Симплексным методом решить следующую задачу линейного программирования.

$$z = 17x_1 + x_2 + 3x_3 \to max$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \le 2$$

$$4x_1 + 2x_2 + x_3 \le 3$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 \le -1$$

$$-3x_1 + 2x_2 - 2x_3 \le 5$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0$$

В прошлом занятии мы нашли опорное решение для этой задачи. Опорное решение принимал следующий вид:

	$-x_1$	$-y_3$	$-x_3$	1
$y_1 =$	2	1	3	1
$y_2 =$	6	2	5	1
$x_2 =$	-1	-1	-2	1
$y_4 =$	-1	2	2	3
$z =$	-18	-1	-5	1

Во второй таблице все свободные числа положительные. Поэтому опорное решение найдено.

Чтобы найти оптимальное решение, рассмотрим строку Z. В этой строке имеются три отрицательных числа: –18 ,-1, –5. Выбираем наименьшее: –18. Первый столбец, который содержит -18, будет разрешающим. Рассмотрим симплексные соотношения свободных чисел и соответствующих коэффициентов первого столбца: $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}$. Число 6 соответствует наименьшему симплексному соотношению, и это число берётся в качестве разрешающего элемента.

	$-x_1$	$-y_3$	$-x_3$	1
$y_1 =$	2	1	3	1
$y_2 =$	6	2	5	1
$x_2 =$	-1	-1	-2	1
$y_4 =$	-1	2	2	3
$z =$	-18	-1	-5	1

Выполняем симплексные преобразования относительно 6 и заполняем следующую таблицу:

	$-y_2$	$-y_3$	$-x_3$	1
$y_1 =$	-1/3	1/3	4/3	2/3

x_1 =	1/6	1/3	5/6	1/6
x_2 =	1/6	-2/3	-7/6	7/6
y_4 =	1/6	7/3	17/6	19/6
z =	3	5	10	4

В последней таблице все элементы строки Z положительны. Оптимальное решение найдено, и оно принимает следующий вид: $x_1 = \frac{1}{6}, x_2 = \frac{7}{6}, x_3 = 0, z_{\max} = 4$.