

5-mavzu. Jordan va modifikatsiyalangan Jordan almashtirishlari.

Reja:

- 1. Jordan almashtirishlari.**
- 2. Modifikatsiyalangan Jordan almashtirishlari.**

Chiziqli funktsiyalar sistemasiga mos quyidagi Jordan jadvalini tuzamiz:

	x_1	x_2	...	x_j	...	x_n
$y_1 =$	a_{11}	a_{12}	...	a_{1j}	...	a_{1n}
$y_2 =$	a_{21}	a_{22}	...	a_{2j}	...	a_{2n}
...
$y_i =$	a_{i1}	a_{i2}	...	a_{ij}	...	a_{in}
...
$y_m =$	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mj}	...	a_{mn}

Berilgan jadval ustida Jordan almashtirishlari quyidagi tartibda bajariladi:

1. Jadvalda biror qoida bo'yicha bosh element tanlab olinadi. Bosh elementni o'z ichiga oluvchi satr va ustun hal qiluvchi satr va hal qiluvchi ustun deyiladi.
2. Hal qiluvchi satrdagi va hal qiluvchi ustundagi o'zgaruvchilar o'рни almashtiriladi;
3. Bosh element o'rniga unga teskari son yoziladi;
4. Hal qiluvchi ustun elementlari bosh elementga bo'linib, mos kataklarga yoziladi;

5. Hal qiluvchi satr elementlari bosh elementga bo'linib, ishoralari o'zgartiriladi va mos kataklarga yoziladi;
6. Qolgan kataklar to'rtburchak qoidasi bo'yicha to'ldiriladi.
7. Masalan, bosh element sifatida a_{ij} element tanlab olinsa, $(2,2)$ katakni to'ldirish uchun quyidagi hisoblash bajariladi:

$$b_{22} = \frac{a_{ij} \cdot a_{22} - a_{2j} \cdot a_{i2}}{a_{ij}}$$

Natijada jadval quyidag ko'rinishga keladi:

	x_1	x_2	...	y_i	...	x_n
$y_1 =$	b_{11}	b_{12}	...	$\frac{a_{1j}}$...	b_{1n}
$y_2 =$	b_{21}	b_{22}	...	$\frac{a_{1j}}$ a_{2j}	...	b_{2n}
...
$x_j =$	$\frac{a_{i1}}$	$\frac{a_{i2}}$...	$\frac{1}{a_{ij}}$...	$\frac{a_{in}}$
...
$y_m =$	b_{m1}	b_{m2}	...	$\frac{a_{1j}}$ a_{mj}	...	b_{mn}

- **Misol.** Quyidagi chiziqli funktsiyalar sistemasi ustida Jordan almashtirishlarini bajaramiz:

$$\begin{cases} y_1 = x_1 + 3x_2 - 2x_3 \\ y_2 = 4x_1 - 2x_2 + 3x_3 \\ y_3 = 7x_2 - x_3 \end{cases}$$

- Jordan jadvalini tuzamiz va bosh element sifatida 1-satr, 3-ustundagi sonni olamiz:

	x_1	x_2	x_3
$y_1 =$	1	3	-2
$y_2 =$	4	-2	3
$y_3 =$	0	7	-1

Jordan almashtirishlarini bajarib, navbatdagi jadvalga o'tamiz:

	x_1	x_2	y_1
$x_3 =$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2}$
$y_2 =$	$\frac{11}{2}$	$\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$y_3 =$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{1}{2}$

Natijada chiziqli funktsiyalar sistemasi quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\begin{cases} y_1 = \frac{1}{2}x_1 + \frac{3}{2}x_2 - \frac{3}{2}x_3 \\ y_2 = \frac{11}{2}x_1 + \frac{5}{2}x_2 - \frac{1}{2}x_3 \\ y_3 = -\frac{1}{2}x_1 + \frac{11}{2}x_2 + \frac{1}{2}x_3 \end{cases}$$

(3) sistemani quyidagi modifikatsiyalangan jadval ko'inishida yozamiz:

	$-x_1$	$-x_2$...	$-x_s$...	$-x_n$
$y_1 =$	c_{11}	c_{12}	...	c_{1s}	...	c_{1n}
$y_2 =$	c_{21}	c_{22}	...	c_{2s}	...	c_{2n}
...
$y_i =$	c_{i1}	c_{i2}	...	c_{is}	...	c_{in}
...
$y_m =$	c_{m1}	c_{m2}	...	c_{ms}	...	c_{mn}

Berilgan jadval ustida modifikatsiyalangan Jordan almashtirishlari quyidagi tartibda bajariladi:

1. Jadvalda biror qoida bo'yicha bosh element tanlab olinadi. Bosh elementni o'z ichiga oluvchi satr va ustun hal qiluvchi satr va hal qiluvchi ustun deyiladi.
2. Hal qiluvchi satrdagi va hal qiluvchi ustundagi o'zgaruvchilar o'рни almashtiriladi;
3. Bosh element o'rniga unga teskari son yoziladi;
4. Hal qiluvchi satr elementlari bosh elementga bo'linib, mos kataklarga yoziladi;

5. Hal qiluvchi ustun elementlari bosh elementga bo'linib, ishoralari o'zgartiriladi va mos kataklarga yoziladi;
6. Qolgan kataklar to'rtburchak qoidasi bo'yicha to'ldiriladi.
7. Masalan, bosh element sifatida element tanlab olinsa, (2,2) katakni to'ldirish uchun quyidagi hisoblash bajariladi:

.

- Natijada quyidagi jadvalni xosil qilamiz:

	$-x_1$	$-x_2$...	$-y_i$...	$-x_n$
$y_1 =$	b_{11}	b_{12}	...	$-\frac{c_{1s}}{c_{is}}$...	b_{1n}
$y_2 =$	b_{21}	b_{22}	...	$-\frac{c_{2s}}{c_{is}}$...	b_{2n}
...
$x_s =$	$\frac{c_{i1}}{c_{is}}$	$\frac{c_{i2}}{c_{is}}$...	$\frac{1}{c_{is}}$...	$\frac{c_{in}}{c_{is}}$
...
$y_m =$	b_{m1}	b_{m2}	...	$-\frac{c_{ms}}{c_{is}}$...	b_{mn}

Misol. Quyidagi chiziqli funktsiyalar sistemasi ustida modifikatsiyalangan Jordan almashtirishlarini bajaramiz:

$$\begin{cases} y_1 = x_1 - 4x_2 + 3x_3 \\ y_2 = -5x_1 + x_2 \\ y_3 = 2x_1 - 3x_2 - 4x_3 \end{cases}$$

Modifikatsiyalangan Jordan jadvalini tuzamiz va bosh element sifatida 3-satr, 2-ustundagi sonni olamiz:

	$-x_1$	$-x_2$	$-x_3$
$y_1 =$	-1	4	-3
$y_2 =$	-5	-1	0
$y_3 =$	-2	3	4

Jordan almashtirishlarini bajarib, navbatdagi jadvalga o'tamiz:

	$-x_1$	$-y_3$	$-x_3$
$y_1 =$	$\frac{5}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{25}{3}$
$y_2 =$	$\frac{13}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$
$x_2 =$	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$

Natijada chiziqli funktsiyalar sistemasi quyidagi ko'rinishga keladi:

$$\begin{cases} y_1 = -\frac{5}{3}x_1 + \frac{4}{3}x_2 + \frac{25}{3}x_3 \\ y_2 = -\frac{13}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_2 - \frac{4}{3}x_3 \\ y_3 = \frac{2}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_2 - \frac{4}{3}x_3 \end{cases}$$