

2-mavzu. Ba'zi injenerlik masalalarining matematik modellari.

Reja:

1. Masalaning qo'yilishi.
2. Masalaning matematik modeli.

1. Masalaning qo'yilishi.

- **1-masala.** Quyidagi masalani qaraymiz. n xil xom ashyo dan m xil maxsulot ishlab chiqilishi talab etiladi. Bunda xom ashyo zaxiralari b_1, b_2, \dots, b_n bo'lsin. 1- turdagi birlik maxsulotni ishlab chiqish uchun zarur bo'lgan 1- turdagi xom ashyo miqdorini a_{11} , 1- turdagi birlik maxsulotni ishlab chiqish uchun zarur 2 –turdagi bo'lgan xom ashyo miqdorini a_{21} va xokazo j - turdagi birlik maxsulotni ishlab chiqish uchun zarur bo'lgan i -turdagi xom ashyo miqdorini a_{ij} bilan belgilaymiz. 1- turdagi birlik maxsulotni sotishdan olinadigan foydani c_1 , 2- turdagi birlik maxsulotni sotishdan olinadigan foydani c_2 va xokazo m - turdagi birlik maxsulotni sotishdan olinadigan foydani c_m bilan belgilaymiz. Maxsulot ishlab chiqarishning shunday rejasini tuzish kerakki, bunda xom ashyo sarfi uning zaxirasidan oshib ketmasligi, maxsulot sotishdana olinadigan umumiy foyda maksimal bo'lishi kerak. Yuqoridagi berilgan masalani quyidagi jadval ko'rinishida ifodalaymiz.

Maxsulot	1	2	...	m	Xom ashyo zaxira si
Xom ashyo					
1	a_{11}	a_{12}		a_{1m}	b_1
2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2m}	b_2
...
n	a_{n1}	a_{n2}	...	a_{nm}	b_n
Birlik maxsulotdan olinadigan foyda	c_1	c_2	...	c_m	

$$a_{11} + a_{12} + \dots + a_{1n}$$

2. Masalaning matematik modeli.

- Olinadigan maxsulot miqdori noma'lum bo'lib, ularni mos ravishda x_1, x_2, \dots, x_m bilan belgilaymiz. 1- turdagi maxsulotni ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan 1- turdagi xom ashyo miqdori $a_{11} \cdot x_1$, 2- turdagi maxsulotni ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan 1- turdagi xom ashyo miqdori $a_{12} \cdot x_2, \dots, n$ - turdagi maxsulotni ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan 1- turdagi xom ashyo miqdori $a_{1n} \cdot x_n$ ga teng bo'ladi. Barcha maxsulotlarni ishlab chiqarish uchun zarur bo'lgan 1- turdagi xom ashyonin umumiy miqdori $a_{11} + a_{12} + \dots + a_{1n}$ bo'ladi. Shartga ko'ra xom ashyo sarfi uning zaxirasida oshib ketmasligi kerak.

- Bu shartni quyidagicha ifodalaymiz: $a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$
- Qolgan xom ashyolar uchun ham xuddi shu kabi munosabatlarni xosil qilamiz:

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

- Birinchi maxsulotni sotishdan olinadigan foyda c_1x_1 , ikkinchi maxsulotni sotishdan olinadigan foyda c_2x_2 , ..., n- maxsulotni sotishdan olinadigan foyda c_nx_n ga teng bo'ladi. Barcha maxsulotlarni sotishdan olinadigan umumiy foyda $c_1x_1 + c_1x_1 + c_nx_n$ ga teng bo'ladi.

- Masalaning shartiga ko'ra maxsulotdan olinadigan umumiy foyda maksimal bo'lishi kerak, ya'ni quyidagi shart bajarilishi kerak: $z = c_1x_1 + c_1x_1 + c_nx_n \rightarrow \max$
- Olinadigan maxsulot xajmi manfiy bo'lishi mumkin emas, ya'ni $x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0.$

Yuqoridagi munosabatlarni birlashtirib, berilgan masalaning quyidagi matematik modelini xosil qilamiz:

- $$z = c_1x_1 + c_1x_1 + c_nx_n \rightarrow \max$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots a_{2n}x_n \leq b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots a_{mn}x_n \leq b_m$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$$

- **2-masala.** n ta yuklarni jo'natish punktlari, m ta yuklarni qabul qilish punktlari berilgan bo'lsin. 1- jo'natish punktidan 1-qabul punktiga jo'natiladigan bir birlik yuk tashish xarajatlarini c_{11} bilan, c_{12} 1- jo'natish punktidan 2-qabul punktiga jo'natiladigan bir birlik yuk tashish xarajatlarini c_{21} bilan va xokazo c_{ij} i- jo'natish punktidan j-qabul punktiga jo'natiladigan bir birlik yuk tashish xarajatlarini c_{ij} bilan belgilaymiz. Jo'natish punktlaridagi yuk zaxiralarini z_i bilan, qabul punktlaridagi yukka bo'lgan talabni d_j bilan belgilaymiz. Masalaning shunday modelini tuzish kerakki, bunda jo'natish punktlaridagi barcha yuklar olib chiqib ketilishi, qabul punktlarining yukka bo'lgan talabi qondirilishi, yuk zaxiralari yig'indisi yukka bo'lgan umumiy talabga teng bo'lishi hamda yuk tashish xarajatlari minimal bo'lishi kerak.

- Masalani jadval ko'rinishida ifodalaymiz:

Qabul punktlari \ Jo'natish punktlari	1	2	...	n	Yuk zaxiralari
1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	...	c_{1n} x_{1n}	b_1
2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	...	c_{2n} x_{2n}	b_2
...
m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	...	c_{mn} x_{mn}	b_m
Yukka bo'lgan talab	a_1	a_2	...	a_n	

Masala shartiga ko'ra $\sum_{i=1}^n a_i = \sum_{j=1}^{mn} b_j$ bo'lishi kerak. Jadvalda $x_{ij}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$

i- jo'natish punktidan j-qabul punktiga jo'natiladigan yuk xajmi bo'lib, ularning qiymati noma'lum va bu qiymatlarni topish kerak. 1-jo'natish punktidan 1-qabul punktiga yuk tashish xarajati $c_{11} \cdot x_{11}$ ga, 1-jo'natish punktidan 2-qabul punktiga yuk tashish xarajati $c_{12} \cdot x_{12}$ ga va umuman i-jo'natish punktidan j-qabul punktiga yuk tashish xarajati $c_{ij} \cdot x_{ij}$ ga teng bo'ladi. Barcha yuklarni tashishning umumiy xarajati esa quyidagi funktsiya orqali ifodalanadi:

$$Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min$$

1-jo'natish punktidan tashiladigan yuklarning umumiy umumiy miqdori shartga ko'ra shu punktdagi yuk zaxirasiga teng bo'lishi kerak: $x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = b_1$. Xuddi shu kabi munosabatlarni qolgan jo'natish punktlari uchun ham xosil qilamiz:

$$x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = b_2$$

.....

$$x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = b_m$$

1-qabul punktiga tashiladigan yuklarning umumiy umumiy miqdori shartga ko'ra shu punktdagi yukka bo'lgan talabga teng bo'lishi kerak: $x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = a_1$. Xuddi shu kabi munosabatlarni qolgan qabul punktlari uchun ham xosil qilamiz:

$$x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} = a_2$$

.....

$$x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} = a_n$$

Tashiladigan yuklarning hajmi manfiy bo'lishi mumkin emas, ya'ni $x_{ij} \geq 0, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}$. Yuqoridagi barcha munosabatlarni birlashtirib, berilgan masalaning quyidagi matematik modelini xosil qilamiz:

