ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

План:

1. Постановка задачи
2. Математическая модель транспортной задачи
3. Методы нахождения опорного плана
4. Метод потенциалов

Постановка задачи

Имеется m поставщиков и n потребителей некоторого однородного груза. Запасы груза у поставщиков соответственно равны $a_1, a_2, \ldots, a_m$. Заявки потребителей составляют $b_1, b_2, \ldots, b_n$. Известна стоимость c_{ij} перевозки единицы груза от поставщиков к потребителям.

Закрытая модель

Предполагается, что суммарные запасы груза равны суммарным потребностям в нем:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Постановка задачи

Требуется определить такой план перевозок грузов от поставщиков к потребителям, при котором суммарная стоимость перевозок минимальна. При этом необходимо полностью удовлетворить заявки всех потребителей и вывезти весь груз из всех пунктов отправления.

Транспортная таблица

	1	*2*	…	*n*	Запасы
1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	$\dots$	c_{1n} x_{1n}	a_1
2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	$\dots$	c_{2n} x_{2n}	a_2
…	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
m	c_{m1} x_{m1}	c_{m2} x_{m2}	$\dots$	c_{mn} x_{mn}	a_m
Потребности	b_1	b_2	$\dots$	b_n	

Математическая модель транспортной задачи

Обозначим через x_{ij} количество груза, перевозимое от i-го поставщика к j-му потребителю

Математическая модель

Требование удовлетворить заявки всех потребителей:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + \cdots + x_{m1} = b_1 \\ x_{12} + x_{22} + \cdots + x_{m2} = b_2 \\ \cdots \\ x_{1n} + x_{2n} + \cdots + x_{mn} = b_n \end{cases}$$

Математическая модель

Требование вывезти весь груз из всех пунктов отправления:

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + \cdots + x_{1n} = a_1 \\ x_{21} + x_{22} + \cdots + x_{2n} = a_2 \\ \cdots \\ x_{m1} + x_{m2} + \cdots + x_{mn} = a_m \end{cases}$$

Математическая модель

Условия неотрицательности переменных:

$$x_{ij} \geq 0, i = \overline{1, m}; \; j = \overline{1, n}$$

Целевая функция:

$$Z = c_{11} x_{11} + c_{12} x_{12} + \cdots + c_{mn} x_{mn} \to \min$$

Методы нахождения опорного плана

- Метод северо-западного угла
- Метод наименьшего элемента

Метод потенциалов

Построить математическую модель транспортной задачи. Решить ее методом потенциалов и провести экономический анализ полученного решения

Постановка задачи

Пункты приема / Пункты отправлений	B_1	B_2	B_3	B_4	Запасы груза
A_1	5 x_{11}	13 x_{12}	6 x_{13}	11 x_{14}	35
A_2	4 x_{21}	7 x_{22}	12 x_{23}	8 x_{24}	45
A_3	9 x_{31}	2 x_{32}	3 x_{33}	10 x_{34}	50
Потребность в грузе	30	10	65	25	

Математическая модель

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + x_{31} = 30 \\ x_{12} + x_{22} + x_{32} = 10 \\ x_{13} + x_{23} + x_{33} = 65 \\ x_{14} + x_{24} + x_{34} = 25 \end{cases}$$

Математическая модель

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 35 \\ x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 45 \\ x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 50 \end{cases}$$

Математическая модель

Условия неотрицательности переменных:

$$x_{ij} \geq 0, \overline{i = 1,3}; \overline{j = 1,4}$$

Целевая функция:

$$Z = 5x_{11} + 13x_{12} + 6x_{13} + 11x_{14} + 4x_{21} + 7x_{22} + 12x_{23} + 8x_{24}$$
$$+ 9x_{31} + 2x_{32} + 3x_{33} + 10x_{34} \to \min$$

Оптимальное решение транспортной задачи

- $X_{11} = 10$; $X_{13} = 25$; $X_{21} = 20$;
- $X_{24} = 25$; $X_{32} = 10$; $X_{33} = 40$;
- $Z_{min} = 620$ ден.ед.

Экономический анализ полученного решения

- По оптимальному плану от первого поставщика к первому потребителю необходимо перевезти 10 единиц, от первого поставщика к третьему – 25, от второго поставщика к первому – 20, от второго поставщика к четвертому – 25, от третьего поставщика к второму – 10, от третьего поставщика к третьему – 40 единиц груза. При этом наименьшие суммарные затраты на перевозку всего груза составляют 620 ден.ед.