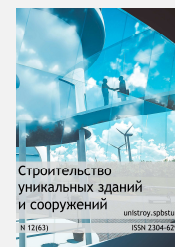


Construction of Unique Buildings and Structures



Форма моноклинальной волны, распространяющейся по первоначально сухому руслу

Д.Р. Базаров ^{1*}, С.Я. Школьников ², Д.А. Мавлянова ³, И.Д. Райимова ⁴

^{1,3-4} Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства, 100000, Узбекистан, Ташкент, ул.Кары-Ниязова, 39

² ОАО "Институт Гидропроект", 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 2

ИНФОРМАЦИЯ О СТАТЬЕ

doi: 10.18720/CUBS.64.1

ИСТОРИЯ

Подана в редакцию: 08.08.2017

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

паводок;
моноклиналиная волна;
гидравлическое трение;
длинноволновые процессы;
математическое моделирование;
уравнение Сен-Венана;
численный метод;

АННОТАЦИЯ

Рассматривается задача о распространении волны попуска в первоначально сухом широком прямоугольном русле с постоянными уклоном и шероховатостью дна. Волны попуска возникают в бьефах гидроузлов при пропуске высоких паводков, а также при кратковременном регулировании стока для нужд энергетики, ирригации и др. Основным методом решения задач о распространении волн попусков в руслах является математическое моделирование на основе дифференциальных уравнений для руслового потока – уравнений Сен-Венана, с использованием численных методов. Аналитические решения уравнений Сен-Венана удастся построить лишь в редких случаях. Тем не менее, эти решения представляют большой интерес, так как являются важными тестами для численных методов. Сравнение результатов численного эксперимента и аналитического теста показало весьма хорошее совпадение, что дает основание рекомендовать примененную методику для широкого использования.

Содержание

1.	Введение	8
2.	Методы	9
3.	Результаты и обсуждения	12
4.	Заключение	15

Контактная информация:

1*	+7(871)2371989, dbazarov61@mail.ru (Базаров Дилшод Райимович, д. т. н., профессор)
2	+7(905)5374782, syashkolnikov@mail.ru (Школьников Сергей Яковлевич, к. т. н., профессор)
3	+7(371)2371926, dildoramav@mail.ru (Мавлянова Дилдора Абдурашидовна, ассистент)
4	+7(871)2371989, dbazarov61@mail.ru (Райимова Икболой Дилшодовна, студент)

1. Введение

В [1] показано, что в широких прямоугольных руслах для течений, для которых применима формула Манинга, при постоянной по всей длине водотока шероховатости дна могут быть построены аналитические решения уравнений Сен-Венана в виде волн повышения, распространяющихся вниз по уклону русла без изменения формы. Такие волны называются моноклиральными; перед фронтом моноклиальной волны течение предполагается равномерным, соответствующим наименьшему в рассматриваемом волновом процессе удельному расходу воды q_0 ; с течением времени течение в русле асимптотически приближается к равномерному, соответствующему удельному расходу воды q_1 , максимальному в этом волновом процессе.

Аналитические решения уравнений Сен-Венана в виде моноклиальной волны в широком прямоугольном русле могут быть найдены при любом одночленном виде коэффициента гидравлического трения, пропорциональном некоторой степени гидравлического радиуса (в случае широкого прямоугольного русла равного глубине потока).

Отметим, что построение решений уравнений Сен-Венана в виде моноклиальной волны – достаточно сложная и трудоемкая задача [1, 2]. В [1] доказан факт возможности построения таких решений, но сами эти решения не приведены. В работе [3] отмечается, что построение таких решений при распространении моноклиальной волны по первоначально сухому руслу много проще, чем в общем случае при наполненном русле, так как в этом случае скорость воды постоянна во всей области течения и равна скорости распространения волны. Это так потому, что при первоначально сухом русле отсутствует поток массы воды через тело волны. В [3] построено аналитическое решение распространяющейся по суху моноклиальной волны при постоянном значении коэффициента гидравлического трения λ . Проведено сравнение полученного аналитического решения и результатов численного решения уравнений Сен-Венана с использованием явной конечно-разностной схемы и метода конечных элементов [4-7], показавшее удовлетворительное совпадение.

В [8] приводится пример расчета прорывного паводка в долине небольшой реки, демонстрирующий достоинства методики, основанной на сочетании ГИС-технологий и математического моделирования.

Влияние топографического изображения на прогнозирование степени наводнения рассматривается в [9], где представлены исходные результаты моделирования наводнений с использованием новой топографической параметризации поверхности.

В [10] представлен новый метод управления нестационарным потоком в открытых каналах. Уравнения получены из дифференциальной формы полных уравнений мелкой воды в одном измерении.

Представленные в [11] методики опробованы для решения, как тестовых, так и практических задач по моделированию волн прорыва для получения инженерных обоснований необходимых противопаводковых мероприятий.

В [12] для расчета неустановившихся течений в руслах с поймами рассмотрены две математические модели, основанные на уравнениях Сен-Венана. В модели 1 влияние наличия поймы на прохождение волн попусков или паводков учитывается через суммарные для русла и поймы морфометрические и гидравлические характеристики. В модели 2, основанной на выделении руслового потока, пойма играет роль аккумуляющей емкости.

В реальных длинноволновых процессах в призматических руслах с постоянным уклоном и шероховатостью возникает более сложная картина течения, в которой спокойный поток ниже водобоя в начальный период прохождения волны попуска может весьма сильно отличаться от моноклиальной волны, и лишь постепенно на всем участке спокойного течения волновой поток будет приближаться к ней [3, 13, 14]. Решение моноклиальной волны определено с точностью до координаты фронта волны в начальный момент времени (фронтом волны считаем точку русла, в которой глубина воды $h=0$, а выше ее по течению $h>0$). В численных экспериментах [3] считалось, что расход, поступающий в расчетную область, включался внезапно и далее не менялся. Построенное численное решение сравнивалось с моноклиальной волной, для которой в момент включения расхода воды площадь волнового профиля, лежащего ниже по течению створа разлива, равна площади, лежащей между уровнем воды и уровнем, соответствующим равномерному течению выше его.

2. Методы

Переходный процесс в широком прямоугольном русле описывается дифференциальными уравнениями Сен-Венана [15]¹:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial X}{\partial x} + R = 0, \quad T = \begin{pmatrix} h \\ q \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} q \\ q^2 / h + gh^2 / 2 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\lambda}{2} v^2 - ghI \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где h - глубина, q - удельный расход, $v = q/h$ - скорость течения, I - уклон дна русла, t - время, x - пространственная переменная, g – ускорение силы тяжести, λ - коэффициент гидравлического трения Дарси-Вейсбаха. Для течений в открытых руслах между коэффициентами Шези C и Дарси-Вейсбаха λ принята связь $\lambda = 2g / C^2$.

В соответствии с рекомендациями [18], основной формулой для определения коэффициента Шези является формула Павловского $C = \frac{1}{n} R^y$, где R – гидравлический радиус (для широких прямоугольных русел $R = h$), n – шероховатость русла, показатель степени y – функция R и n . Для практических расчетов обычно используются приближенные значения y [18]: $y = 1/6$ (формула Манинга) или $y = 1/5$ (формула Форхгеймера). Нетрудно видеть, что при использовании формулы Манинга коэффициент гидравлического трения $\lambda = \frac{2gn^2}{R^{1/3}}$ (для широкого прямоугольного русла $\lambda = \frac{2gn^2}{h^{1/3}}$); при использовании формулы Форхгеймера $\lambda = \frac{2gn^2}{R^{2/5}}$ (для широкого прямоугольного русла $\lambda = \frac{2gn^2}{h^{2/5}}$). Далее эти формулы будем называть формулами Манинга и Форхгеймера для коэффициента гидравлического трения.

Для системы (1) ищем автомодельное решение в виде прогрессивной волны, распространяющейся вниз по уклону дна с постоянной скоростью v . Из первого уравнения (1) и факта постоянства скорости следует, что

$$h = h(x - x_0 - vt) \quad (2)$$

Перейдем к подвижной пространственной координате

$$\tilde{x} = x - x_0 - vt \quad (3)$$

Обсудим подробнее преобразование координат при использовании дивергентной формы одномерных эволюционных уравнений (по-видимому, впервые этот метод был применен В.М. Лятхером и А.Н.Милитеевым [19]). Начнем рассмотрение с общей ситуации – перехода от координат $\{t, x\}$ к координатам $\{\tilde{t}, \tilde{x}\}$. Проинтегрируем уравнения (1) по некоторой односвязной области Ω с границей $\partial\Omega$ и применим к части подынтегрального выражения, являющейся суммой переменных, формулу Грина:

$$\oint_{\partial\Omega} T dx - X dt + \iint_{\Omega} R dt dx = 0.$$

¹ Уравнения Сен-Венана приведены в виде законов сохранения массы и импульса (в дивергентном виде); такая форма записи уравнений позволяет считать обобщенными решениями системы разрывные решения, удовлетворяющие соответствующим законам сохранения в интегральной форме [16, 17] и включающими гидравлические прыжки и боры. Хотя формально для аппроксимации непрерывных течений можно использовать любую форму уравнений Сен-Венана, практика вычислительных экспериментов показывает, что и для этого случая численные методы, базирующиеся на использовании законов сохранения, предпочтительны.

Преобразуем это уравнение к координатам v :

$$\oint_{\Omega} T \left(\frac{\partial x}{\partial \tilde{t}} d\tilde{t} + \frac{\partial x}{\partial \tilde{x}} d\tilde{x} \right) - X \left(\frac{\partial t}{\partial \tilde{t}} d\tilde{t} + \frac{\partial t}{\partial \tilde{x}} d\tilde{x} \right) + \iint_{\Omega} \frac{D(t, x)}{D(\tilde{t}, \tilde{x})} R d\tilde{t} d\tilde{x} = 0,$$

применим формулу Грина и откажемся от операции интегрирования (так как полученная формула справедлива для любой подобласти области Ω , подынтегральная функция должна быть равна 0):

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{t}} \left(T \frac{\partial x}{\partial \tilde{x}} - X \frac{\partial t}{\partial \tilde{x}} \right) + \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left(T \frac{\partial x}{\partial \tilde{t}} - X \frac{\partial t}{\partial \tilde{t}} \right) + \frac{D(t, x)}{D(\tilde{t}, \tilde{x})} R = 0 \quad (4)$$

Обратим внимание, что после преобразования координат система уравнений (4) с точки зрения физики выражает точно те же законы сохранения, что и система (1). Известно [20], что в классе дифференцируемых функций система (1) имеет бесконечное множество различных законов сохранения, но они не имеют физического смысла или их физический смысл не совпадает с физическим смыслом уравнений (1).

В нашем конкретном случае \tilde{x} определяется в соответствии с (3), а $\tilde{t} = t$, после чего нетрудно преобразовать второе уравнение системы (1) к виду:

$$\frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{t}} + \frac{\partial \tilde{X}}{\partial \tilde{x}} + R = 0, \quad \tilde{T} = \begin{pmatrix} h \\ q \end{pmatrix}, \quad \tilde{X} = \begin{pmatrix} q - vh \\ q^2 / h - vq + gh^2 / 2 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\lambda}{2} v^2 - ghI \end{pmatrix} \quad (5)$$

Система уравнений (5) представляет собой одномерные уравнения Сен-Венана в координатах, движущихся со скоростью v вправо. Если скорость v является вместе с тем и скоростью течения, и скоростью волны, то из (5) следует, что

$$h \frac{dh}{d\tilde{x}} - hI + \frac{\lambda}{2g} v^2 = 0 \quad (6)$$

Далее рассмотрим параллельно процесс построения формул моноклиальной волны для трения, соответствующего формуле Манинга, и для трения, соответствующего формуле Форхгеймера.

Манинг

$$\lambda = \frac{2gn^2}{h^{1/3}} \quad (7.a)$$

Форхгеймер

$$\lambda = \frac{2gn^2}{h^{2/5}} \quad (7.б)$$

$$h \frac{dh}{d\tilde{x}} - hI + \frac{n^2}{h^{1/3}} v^2 = 0 \quad (8.a)$$

$$h \frac{dh}{d\tilde{x}} - hI + \frac{n^2}{h^{2/5}} v^2 = 0 \quad (8.б)$$

Замена переменных

$$\begin{cases} \bar{h} = \frac{h}{(nv)^{3/2}} I^{3/4} \\ \bar{x} = \frac{\tilde{x}}{(nv)^{3/2}} I^{7/4} \end{cases} \quad (9.a) \quad \begin{cases} \bar{h} = \frac{h}{(nv)^{10/7}} I^{5/7} \\ \bar{x} = \frac{\tilde{x}}{(nv)^{10/7}} I^{12/7} \end{cases} \quad (9.б)$$

После замены переменных и несложных преобразований уравнения (8.a) и (8.б) сведутся к виду с разделенными переменными:

$$\frac{\bar{h}^{4/3}}{\bar{h}^{4/3} - 1} d\bar{h} = d\bar{x} \quad (10.a) \quad \frac{\bar{h}^{7/5}}{\bar{h}^{7/5} - 1} d\bar{h} = d\bar{x} \quad (10.б)$$

или в интегральном виде:

$$\int \frac{\bar{h}^{4/3}}{\bar{h}^{4/3} - 1} d\bar{h} = \bar{x} + \bar{x}_0 \quad (11.a) \quad \int \frac{\bar{h}^{7/5}}{\bar{h}^{7/5} - 1} d\bar{h} = \bar{x} + \bar{x}_0 \quad (11.б)$$

Заметим, что скорость в теле моноклиальной волны равна скорости равномерного течения, соответствующему удельному расходу q , и может быть определена формулой

$$v = \frac{h_p^{2/3} \sqrt{I}}{n} \quad (12.a) \quad v = \frac{h_p^{10/7} \sqrt{I}}{n} \quad (12.б)$$

так что замены переменных (9.a) и (9.б) могут быть представлены в виде:

$$\begin{cases} \bar{h} = \frac{h}{h_p} \\ \bar{x} = \frac{xI}{h_p} \end{cases} \quad (13)$$

Интегралы в правых частях (11.a) и (11.б) берутся известными в математическом анализе способами [21]:

$$\int \frac{\bar{h}^{4/3}}{\bar{h}^{4/3} - 1} d\bar{h} = \bar{h} + 3 \left(\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \sqrt[3]{\bar{h}} + \frac{1}{4} \ln \left| \frac{\sqrt[3]{\bar{h}} - 1}{\sqrt[3]{\bar{h}} + 1} \right| \right) \quad (14.a)$$

$$\int \frac{\bar{h}^{7/5}}{\bar{h}^{7/5} - 1} d\bar{h} = \bar{h} + 5B_1 \ln |\bar{h}^{1/5} - 1| + 5 \sum_{k=1}^3 \left[B_{2k} \ln (\bar{h}^{2/5} + r_k \bar{h}^{1/5} + 1) + \frac{B_{2k+1} - B_{2k} r_k / 2}{\sqrt{1 - r_k^2 / 4}} \left(\operatorname{arctg} \frac{\bar{h}^{1/5} + r_k / 2}{\sqrt{1 - r_k^2 / 4}} - \operatorname{arctg} \frac{r_k / 2}{\sqrt{1 - r_k^2 / 4}} \right) \right] \quad (14.б)$$

где:

$$\bar{B} = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \\ B_4 \\ B_5 \\ B_6 \\ B_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,1428571 \\ 0,17814 \\ 0,0635774 \\ -0,0635774 \\ 0,2574197 \\ -0,2574197 \\ -0,17814 \end{pmatrix}, \quad \bar{r} = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,8019377 \\ -1,2469796 \\ 0,4450419 \end{pmatrix}$$

3. Результаты и обсуждения

Таким образом, при использовании формулы Маннинга для гидравлического трения безразмерную форму распространяющейся посуху моноклиальной волны задают формулы (11.а), (14.а), а при использовании формулы Форхгеймера - формулы (11.б), (14.б). Формулы для определения удельного расхода вдоль волнового профиля определяются при умножении глубины воды на скорость течения. На рис.1 представлены волновые профили моноклиальной волны для обоих рассмотренных случаев задания гидравлического трения.

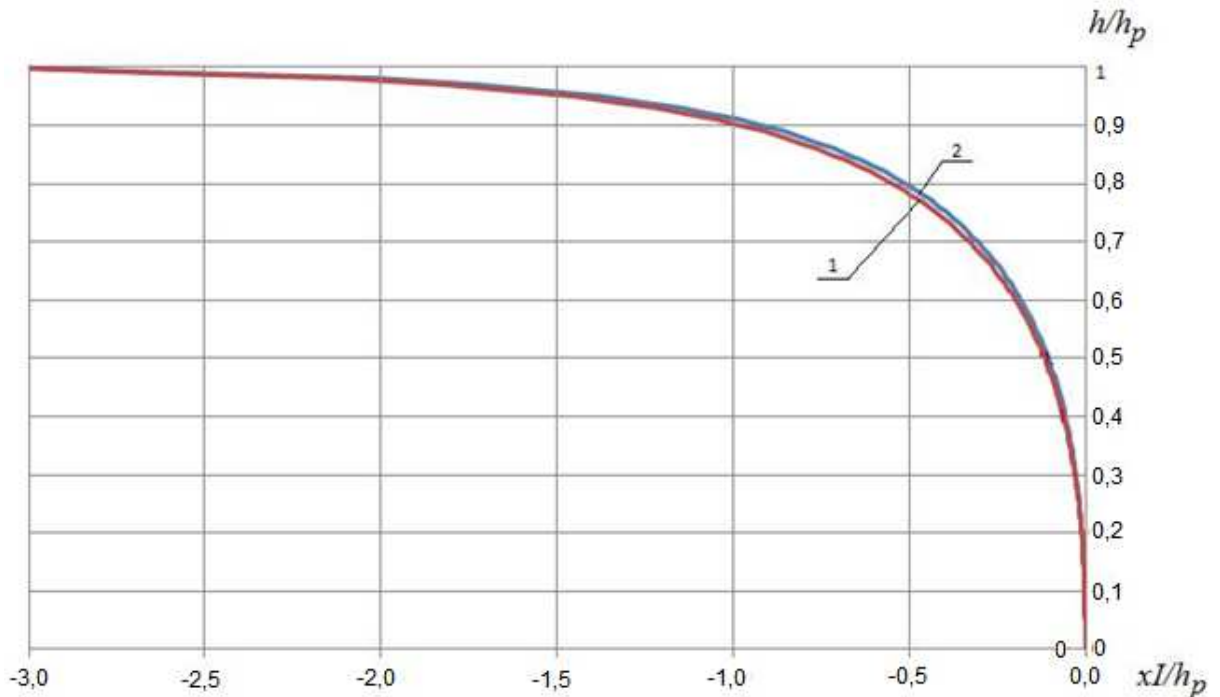


Рисунок 1. Форма моноклиальной волны при задании гидравлического трения по формуле Маннинга (1) и Форхгеймера (2)

Длинноволновые процессы, связанные с дисперсией: уединенные волны, несовершенные гидравлические прыжки и боры, не описываются уравнениями Сен-Венана [20]. Для их математического моделирования применяются нелинейно-дисперсионные уравнения теории мелкой воды [20, 22-27]. В гидравлической литературе опубликовано большое количество таких уравнений, отличающихся друг от друга членами второго порядка малости (считается, что амплитуды глубины и скорости течения, а так же их производные по пространственной переменной x и по времени t малы). Как правило, эти уравнения не удовлетворяют преобразованию Галилея (то есть на них не выполнен первый закон Ньютона). В [28] показано, что нелинейно-дисперсионная система уравнений

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial X}{\partial x} + R = 0, \quad T = \begin{pmatrix} h \\ q \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} q \\ q^2/h + gh^2/2 - a_1 h^3/3 - a_2 h^2/2 \end{pmatrix},$$

$$R = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\lambda}{2} v^2 - I(gh - a_1 h^2/2 - a_2 h) \end{pmatrix}, \quad (15)$$

Где

$$a_1 = \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial t} + v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2, \quad a_2 = - \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) \frac{dZ_D}{dx} - v^2 \frac{d^2 Z_D}{dx^2} \quad (16)$$

а остальные обозначения те же, что и для (1), удовлетворяют преобразованиям Галилея и в этом смысле «лучше» других нелинейно-дисперсионных систем уравнений русловой гидравлики, в том числе и часто используемых уравнений Буссинеска [15, 22, 29]. Нетрудно видеть, что автомодельные решения моноклиальной волны (14.а) и (14.б) являются также автомодельными решениями системы уравнений (15), (16). В самом деле, в условиях рассматриваемой задачи $a_1 = 0$, т.к. $v = const$, а $a_2 = 0$, т.к. $v = const$ и $I = const$, откуда становится очевидным то, что (14.а) и (14.б) удовлетворяют (15), (16).

Полученные автомодельные решения (14.а) и (14.б) могут найти применение и при решении некоторых реальных задач речной гидравлики и гидрологии. Однако основным вопросом данной работы является обоснование достоверности прогнозов, сделанных с применением конечно-разностных методов [19, 30, 31]. С этой целью были проведены численные эксперименты с использованием программы для ЭВМ, составленной на алгоритмическом языке Delphi и численно реализующей явную конечно-разностную схему А.Н.Милитеева [19]. Рассматривалась задача о поступлении в первоначально сухое русло из входного створа постоянного удельного расхода воды. Естественно предположить, что форма волны попуска в русло постепенно будет приближаться к форме моноклиальной волны. Если это предположение для численного решения задачи реализуется, это будет и подтверждением гипотезы о сближении форм волны попуска и моноклиальной волны, и тестом на пригодность численного метода для решения этого класса задач, и подтверждением удовлетворительной работы реализующей этот метод программы¹.

Построенные решения (14.а) и (14.б) определены с точностью до константы параллельного переноса x_0 . Определим x_0 таким образом, чтобы волновой профиль волны попуска после ее трансформации совпал бы с моноклиальной волной. В начале процесса разлива глубины у входного сечения меньше нормальной глубины h_p . Нарисуем (см.рис.1) в координатах $\{x, h\}$ горизонтальную линию $h = h_p$ на интервале $0 \leq x \leq vt$ и вертикальную линию $x = vt$ на интервале $0 \leq h \leq h_p$, а так же волновой профиль, соответствующий моменту времени t . Построенная ломаная линия, состоящая из горизонтального и вертикального отрезков, является волновым профилем, соответствующим решению задачи о внезапном поступлении расхода в первоначально сухое русло для упрощенной математической модели кинематической волны [22, 32]. Здесь уравнение неразрывности (1) замыкается не уравнением движения (2), как в системе уравнений Сен-Венана (1), (2), а при помощи формул Шези или Дарси-Вейсбаха. При этом такая математическая модель часто применяется при математическом моделировании паводков [22] и имеет линейный масштаб рассмотрения, существенно превосходящий масштаб рассмотрения, характерный для уравнений Сен-Венана. Нетрудно видеть, что для сравнения численной и аналитической методик константа трансляции x_0 должна выбираться таким образом, чтобы площадь волнового профиля, лежащего справа от фронта волнового профиля уравнения кинематической волны точно равнялась бы площади между линией $h = h_p$ и волновым профилем моноклиальной волны (это очевидно, так как закон сохранения массы выполнен и для уравнений Сен-Венана, и для уравнения кинематической волны). Выпишем это равенство, считая x функцией h , а $x_0 = vt$, где t – время от начала расчета, x_0 расстояние от входного створа до створа добегающей волны, соответствующего уравнению кинематической волны:

$$\int_0^{h_1} (x_0 - x)dh = \int_{h_1}^{h_p} (x - x_0)dh,$$

откуда:

$$x_0 h_p = \int_0^{h_p} x dh,$$

или, в выше принятых безразмерных переменных

¹ Следует иметь в виду, что при малых значениях параметра λ/I поток может оказаться сверхкритическим и формирование для него автомодельного профиля невозможно [20].

$$\bar{x}_0 = \int_0^1 \bar{x} d\bar{h} \quad (17)$$

При использовании уравнения Маннинга:

$$\int_0^1 \bar{x} d\bar{h} = I_1 + I_2 + I_3 ,$$

где

$$I_1 = \int_0^1 \bar{h} d\bar{h} = 1/2 ,$$

$$I_2 = \frac{3}{2} \int_0^1 \arctg \sqrt[3]{x} dx = \frac{3}{2} \left[x \cdot \arctg \sqrt[3]{x} - \frac{\sqrt[3]{x}^2}{2} + \frac{1}{2} \ln(1 + \sqrt[3]{x}^2) \right]_0^1 = \frac{3}{2} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} + \ln \sqrt{2} \right)$$

$$I_3 = \frac{3}{4} \int_0^1 \ln \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} dx = \frac{3}{4} \left[x \ln \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} - \sqrt[3]{x}^2 - \ln(1 - \sqrt[3]{x}^2) \right] = -\frac{3}{4} [1 + 2 \ln(2)]$$

$$\int_0^1 \bar{x} d\bar{h} = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} + \ln \sqrt{2} \right) - \frac{3}{4} [1 + 2 \ln(2)] \approx -0,342 \quad (18)$$

Для сравнения интеграл (17) для гидравлического трения, заданного формулой Маннинга, определялся численно с использованием формулы трапеций. Полученный результат совпал с аналитическим (18).

Численные эксперименты проводились при различных гидродинамических параметрах и с использованием как уравнения Маннинга, так и уравнения Форхгеймера; во всех проведенных численных экспериментах сформировавшаяся моноклиальная волна практически совпала с теоретической. При определении величины \bar{x}_0 , при которой волна попуска должна совпасть с моноклиальной волной, при использовании формулы Форхгеймера, получение \bar{x}_0 аналитическим путем трудоемко. Численная оценка, полученная по формуле трапеций: $\bar{x}_0 \approx -0,315$.

Результаты численного эксперимента при использовании формулы Маннинга представлены на рис.2. Для сравнения на рис. 2 нанесены не только волновые профили, полученные в численных экспериментах, но и заданные аналитически по формуле (14.а); при этом местоположение аналитических профилей определялось в соответствии с формулами (17), (18), а так же решение задачи о внезапном поступлении расхода при помощи упрощенной математической модели кинематической волны [22], часто применяемой в задачах о распространении паводков. Из рассмотрения рис.2 видно, что использованный численный метод с удовлетворительной точностью прогнозирует период развития прорывного паводка, характеризуемый формированием моноклиальной волны.

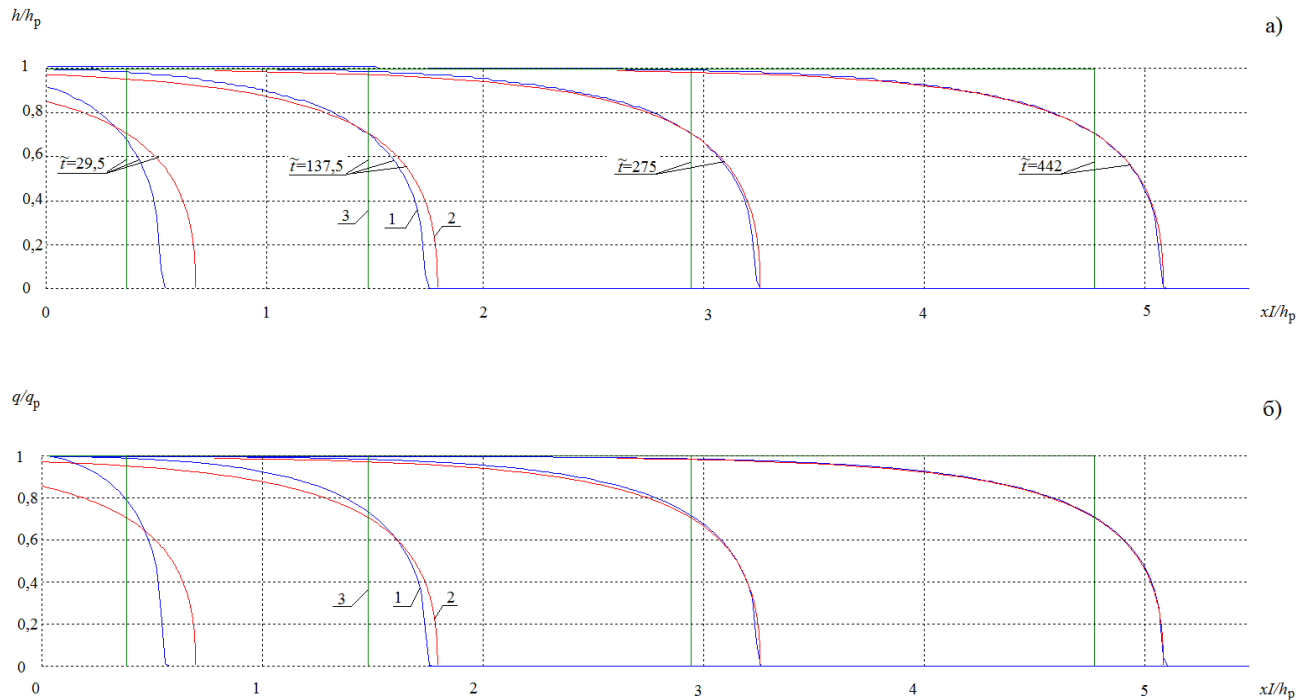


Рисунок 2. Решение задачи трансформации волны попуска в широком прямоугольном русле с постоянными уклоном и шероховатостью дна. Трение в соответствии с формулой Маннинга; а – волновой профиль, б – график изменения расхода по длине русла.

Обозначения: 1 - численное решение задачи с использованием явной конечно-разностной схемы А.Н. Милитеева [4]; 2 - аналитическое решение уравнений Сен-Венана (1), (7.а) - моноклиальная волна (11.а), (14.а), (18), к которому приближается волна попуска в процессе трансформации; 3 - аналитическое решение упрощенной математической модели – уравнения кинематической волны.

4. Заключение

Проведенные исследования позволили сделать вывод о том, что явная конечно-разностная схема А.Н. Милитеева [4] обеспечивает удовлетворительное совпадение численного и аналитического решений, что дает основание широко применять ее для прогнозирования волн попусков в нижних бьефах гидроузлов.

Литература

- [1]. Стокер Дж.Дж. Волны на воде. Математическая теория и приложения. М.: Изд-во иностранной литературы, 1959. 618 с.
- [2]. Стародумов И.О. Кинематическое уравнение Сен-Венана. Метод решения // Вестник Адыгейского государственного университета Сер.: Естественно-математические и технические науки. Вып.2.(137). 2014. С. 33-39.
- [3]. Школьников С.Я., Юзбеков Н.С. Трансформация прорывной волны на суходоле // Проблемы безопасности при чрезвычайных ситуациях. Обзорная информация ВИНТИ. М., 1999. Вып.6. С.26-30.
- [4]. Милитеев А.Н., Сладкевич М.С. Разностная схема для решений плановых уравнений мелкой воды // Деп. в ВИНТИ. Депонированные рукописи. 1983. Вып.3.
- [5]. Друца А.В. Конечно-разностный метод для решения нелинейной системы уравнений динамики мелкой воды на неструктурированной сетке // Вычислительные методы и программирование. 2012. Т.13. № 4. С. 511-516.
- [6]. Delis A.I., Katsaounis Th. Numerical solution of the two-dimensional shallow water equations by the application of relaxation methods // Applied Mathematical Modelling. 2005. Vol.29. Issue 8. Pp. 754-783.
- [7]. Liang Shin-Jye, Hsu Tai-Wen. Least-squares finite-element method for shallow-water equations with source terms // Acta Mechanica Sinica. 2009. Vol.25. Issue 5. Pp. 597-610.

- [8]. Беликов В.В., Милитеев А.Н., Прудовский А.М., Родионов В.Б., Школьников С.Я., Кочетков В.В., Пленов В.Г. Оценка параметров прорывного паводка при составлении декларации безопасности ГТС // Известия ВНИИГ им. Б.Е.Веденеева. 2002. Т.240. С. 145-151.
- [9]. Marks K., Bates P. Integration of high-resolution topographic data with floodplain flow models // Hydrological Processes. 2000. Vol.14. Issue 11-12. Pp.2109–2122.
- [10]. Sanders B.F., Katopodes N.D. Control of canal flow by adjoint sensitivity method // Journal of Irrigation and Drainage Engineering. 1999. Vol. 125. Issue 5. Pp. 287-297.
- [11]. Степанов К.А. Методика моделирования волны прорыва для предотвращения возможного ущерба, вызванного затоплением земель в результате обрушения плотины // Научное обозрение. Технические науки. 2014. № 2. С.165-165.
- [12]. Воеводин А.Ф., Никифоровская В.С., Остапенко В.В. Математическое моделирование трансформации волн паводков в руслах с поймами // Метеорология и гидрология. 2008. №3. С.88-95.
- [13]. Atanov G.A., Evseeva E.G., Meselhe E.A. Estimation of roughness profile in trapezoidal open channels // Journal of Hydraulic Engineering. 1999. Vol.125. Issue 3. Pp. 309–312.
- [14]. Gessese A., Wa K.M., Sellier M. Bathymetry reconstruction based on the zero-inertia shallow water approximation // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2013. Vol. 27. Issue 5. Pp. 721-732.
- [15]. Лятхер В.М., Яковлев Ю.С. Динамика сплошных сред в расчетах гидротехнических сооружений. М.: Энергия, 1976. 392 с.
- [16]. Васильев О.Ф., Гладышев М.Т. О расчете прорывных волн в открытых руслах // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1966. №6. С.184-189.
- [17]. Васильев О.Ф. Математическое моделирование гидравлических и гидрологических процессов в водоемах и водотоках // Водные ресурсы. 1999. Т. 26. № 5. С. 600–611.
- [18]. Киселев П.Г. Справочник по гидравлическим расчетам. М.: Энергия, 1974. 312 с.
- [19]. Лятхер В.М., Милитеев А.Н. Расчет наката длинных гравитационных волн на откос // Океанология. 1974. Т.14. № 1. С.37-43.
- [20]. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны. М.: Мир, 1977. 638 с.
- [21]. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т.1. М.: Физматлит, 1996. 416 с.
- [22]. Ле Меоте Б. Введение в гидродинамику и теорию волн на воде. Л.: Гидрометеиздат, 1974. 368 с.
- [23]. Романов А. Обратные задачи математического моделирования трансформации волн паводков и половодья // Метеорология и гидрология. 2009. №8. С. 91-99.
- [24]. Черкезов Р.И. Совершенствование методов гидродинамического моделирования неустановившегося движения воды в руслах рек. Дис. канд. техн. наук. Москва, 2013. 108 с.
- [25]. Федотова З.И., Хакимзянов Г.С. Нелинейно-дисперсионные уравнения мелкой воды на нестационарном дне // Вычислительные технологии. 2008. Т.13. №4. С. 114–126.
- [26]. Шокин Ю.И., Федотова З.И., Хакимзянов Г.С. Иерархия нелинейных моделей гидродинамики длинных поверхностных волн // Доклады академии наук. 2015. Т.462. №2. С. 168-172.
- [27]. Forterre Y., Pouliquen O. Long-surface-wave instability in dense granular flows // Journal of Fluid Mechanics. 2003. Vol. 486. Pp. 21-50.
- [28]. Железняк М.И. Исследование распространения длинных поверхностных волн с учетом нелинейно-дисперсионных и турбулентных эффектов. Дис. канд. физ.-мат. наук. Киев, 1983. 179 с.
- [29]. Jing Hai-xiao, Long Wen, Tao Jian-hua. Fully nonlinear Boussinesq-type equations with optimized parameters for water wave propagation // China Ocean Engineering. 2015. Vol.29, Issue 4. Pp. 503–518.
- [30]. Елизарова Т.Г., Булатов О.В. Численный алгоритм решения регуляризованных уравнений мелкой воды на неструктурированных сетках // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. 2014. № 21. 27 с.
- [31]. Binder B.J., Blyth M.G., McCue S.W. Free-surface flow past arbitrary topography and an inverse approach for wave-free solutions // IMA Journal of Applied Mathematics. 2013. Vol.78. Issue 4. Pp. 685–696.
- [32]. Moramarco T., Pandolfo C., Singh P.V. Accuracy of kinematic wave and diffusion wave approximations for flood routing. I: steady analysis // Journal of Hydrologic Engineering. 2008. Vol.13. Issue 11.

The form of a monoclinic wave propagating along an initially dry riverbed

D.R. Bazarov ^{1*}, S.Y. Shkolnikov ², D.A. Mavlyanova ³, I.D. Rayimova ⁴

^{1,3,4} Tashkent Institute of Engineers of Irrigation and Mechanization of Agriculture, 39, Kary-Niyazov str., Tashkent, Uzbekistan, 100000

² JSC "Institute Hydroproject", 2 Volokolamskoye, Moscow, 125993 Russia

Article info	Article history	Keywords
scientific article	Received 08.08.2017	flood;
doi: 10.18720/CUBS.64.1		monoclinic wave;
		hydraulic friction;
		long-wave processes;
		mathematical modeling;
		Saint-Venant equation;
		numerical method;

ABSTRACT

The problem of the propagation of a flood release wave in an initially dry wide rectangular riverbed with a constant slope and a bottom roughness is considered. Flood release waves occur in the tails of hydroschemes during the passage of high floods, as well as during short-term regulation of water course for energetics, irrigation, etc. The main method for problem solving on the propagation of flood release waves in riverbeds is mathematical modeling on the basis of differential equations for the streamflow - the Saint-Venant equations, using numerical methods. Analytical solutions of the Saint-Venant equations can be constructed only in rare cases. Nevertheless, these solutions are of great interest, since they are important tests for numerical methods. Comparison of the results of the numerical experiment and the analytical test showed a very good agreement, which gives grounds to recommend the applied technique for widespread use.

Contact information:

- 1* +7(871)2371989, dbazarov61@mail.ru (Dilshod Bazarov, Ph.D., Professor)
- 2 +7(905)5374782, syashkolnikov@mail.ru (Sergey Shkolnikov, Ph.D., Professor)
- 3 +7(371)2371926, dildoramav@mail.ru (Dildora Mavlyanova, Assistant)
- 4 +7(871)2371989, dbazarov61@mail.ru (Ikboloy Rayimova, Student)

References

- [1]. Stoker J.J. Volny na vode. Matematicheskaya teoriya i prilozheniya [Water waves: The mathematical theory with applications]. New York: Interscience Publishers, 1957. 567 p.
- [2]. Starodumov I.O. Kinematicheskoye uravneniye Sen-Venana. Metod resheniya [The kinematic Saint-Venant equation. The solution method]. Bulletin of the Adygeya State University, a series of "Natural-mathematical and technical sciences". 2014. No.2 (137). Pp.33-39. (rus)
- [3]. Shkolnikov S.Ya., Yuzbekov N.S. Transformatsiya proryvnoy volny na sukhodole [Transformation of a breakthrough wave on dry land]. Safety and emergencies problems. VINITI. Moscow, 1999. No.6. Pp.26-30. (rus)
- [4]. Militeyev A.N., Sladkevich M.S. Raznostnaya skhema dlya resheniy planovykh uravneniy melkoy vody [Difference scheme for solutions of planned shallow water equations]. Dep. v VINITI. Deponirovannyye rukopisi. 1983. No.3. (rus)
- [5]. Druitsa A.B. Konechno-raznostnyy metod dlya resheniya nelineynoy sistemy uravneniy dinamiki melkoy vody na nestrukturirovannoy setke [A finite difference method for solving nonlinear shallow water equations on unstructured grids]. Numerical Methods and Programming. 2012. Vol.13. Issue 4. Pp. 511-516. (rus)
- [6]. Delis A.I., Katsaounis Th. Numerical solution of the two-dimensional shallow water equations by the application of relaxation methods. Applied Mathematical Modelling. 2005. Vol.29. No.8. Pp. 754-783.
- [7]. Liang Shin-Jye, Hsu Tai-Wen. Least-squares finite-element method for shallow-water equations with source terms. Acta Mechanica Sinica. 2009. Vol.25. Issue 5. Pp. 597-610.
- [8]. Belikov V.V., Militeyev A.N., Prudovskiy A.M., Rodionov V.B., Shkolnikov S.Ya., Kochetkov V.V., Plenov V.G. Otsenka parametrov proryvnogo pavodka pri sostavlenii deklaratsii bezopasnosti GTS [Estimation of parameters of breakthrough flood in the compilation of the safety declaration of Hydraulic engineering structure]. Proceeding of the VNIIG. 2002. Vol.240. Pp.145-151. (rus)
- [9]. Marks K., Bates P. Integration of high-resolution topographic data with floodplain flow models. Hydrological Processes. 2000. Vol.14. Issue 11-12. Pp.2109–2122.
- [10]. Sanders B.F., Katopodes N.D. Control of canal flow by adjoint sensitivity method. Journal of Irrigation and Drainage Engineering. 1999. Vol. 125. Issue 5. Pp. 287-297.
- [11]. Stepanov K.A. Metodika modelirovaniya volny proryva dlya predotvrashcheniya vozmozhnogo ushcherba, vyzvannogo zatopleniyem zemel v rezultate obrusheniya plotiny [Break wave simulation methodology to prevent possible damage caused by the flooding of land due to the collapse of the dam]. Science review. Technical science. 2014. No.2. Pp.165-165. (rus)
- [12]. Voyevodin A.F., Nikiforovskaya V.S., Ostapenko V.V. Matematicheskoye modelirovaniye transformatsii voln pavodkov v ruslakh s poymami [Mathematical modeling of the transformation of flood waves in channels with flood plains]. Russian Meteorology and Hydrology. 2008. No.3. Pp.88-95. (rus)
- [13]. Atanov G.A., Evseeva E.G., Meselhe E.A. Estimation of roughness profile in trapezoidal open channels. Journal of Hydraulic Engineering. 1999. Vol.125. Issue 3. Pp. 309–312.
- [14]. Gessese A., Wa K.M., Sellier M. Bathymetry reconstruction based on the zero-inertia shallow water approximation. Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2013. Vol. 27. Issue 5. Pp. 721-732.
- [15]. Lyatkher V.M., Yakovlev Yu.S. Dinamika sploshnykh sred v raschetakh gidrotekhnicheskikh sooruzheniy [Dynamic continuous mediums at estimation hydrotechnical building]. M.: Energiya, 1976. 392 p. (rus)
- [16]. Vasilyev O.F., Gladyshev M.T. O raschete proryvnykh voln v otkrytykh ruslakh [Calculation of intermittent waves in open channels]. Journal of Russian Academy of Sciences. Fluid Dynamics. 1966. №6. Pp.184-189. (rus)
- [17]. Vasilyev O.F. Matematicheskoye modelirovaniye gidravlicheskikh i gidrologicheskikh protsessov v vodoyemakh i vodotokakh [Mathematical Modeling of Hydraulic and Hydrological Processes in Water Bodies and Streams]. Water Resources. 1999. Vol. 26. No.5. Pp.600–611. (rus)
- [18]. Kiselev P.G. Spravochnik po gidravlicheskim raschetam [Reference Book on Hydraulic Calculations]. Moscow: Energiya, 1974. 312 p. (rus)
- [19]. Lyatkher V.M., Militeyev A.N. Raschet nakata dlinnykh gravitatsionnykh voln na otkos [Calculation of the long gravitational waves run-up on a slope]. Oceanology. 1974. Vol.14. No.1. Pp.37-43. (rus)
- [20]. Whitham G.B. Lineynye i nelineynye volny [Linear and nonlinear waves]. Moscow: Mir, 1977. 638 p. (rus)
- [21]. Piskunov N.S. Differentsialnoye i integralnoye ischisleniye [Differential and. Integral Calculus]. Vol.1. Moscow: Fizmatlit, 1996. 416 p. (rus)
- [22]. Le Meote B. Vvedeniye v gidrodinamiku i teoriyu voln na vode [Introduction to Fluid Mechanics and the Theory of Water Waves]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1974. 368 p. (rus)

- [23]. Romanov A. Obratnyye zadachi matematicheskogo modelirovaniya transformatsii voln pavodkov i polovodya [Inverse Problems in Mathematical Modeling of Flood Waves Routing]. Russian Meteorology and Hydrology. 2009. No.8. Pp. 91-99. (rus)
- [24]. Cherkezov R.I. Sovershenstvovaniye metodov gidrodinamicheskogo modelirovaniya neustanovivshegosya dvizheniya vody v ruslakh rek. Cand. techj. sci. diss. Moscow, 2013. 108 p. (rus)
- [25]. Fedotova Z.I., Khakimzyanov G.S. Nelineyno-dispersionnyye uravneniya melkoy vody na nestatsionarnom dne [Nonlinear dispersive shallow water equations for a non-stationary bottom]. Computational Technologies. 2008. Vol.13. Issue 4. Pp. 114–126. (rus)
- [26]. Shokin Yu.I., Fedotova Z.I., Khakimzyanov G.S. Ierarkhiya nelineynykh modeley gidrodinamiki dlinnykh poverkhnostnykh voln [Hierarchy of nonlinear models of the hydrodynamics of long surface waves]. Proceedings of the Russian Academy of Sciences. 2015. Vol.462. No.2. Pp.168-172. (rus)
- [27]. Forterre Y., Pouliquen O. Long-surface-wave instability in dense granular flows. Journal of Fluid Mechanics. 2003. Vol. 486. Pp. 21-50.
- [28]. Zheleznyak M.I. Issledovaniye rasprostraneniya dlinnykh poverkhnostnykh voln s uchetom nelineyno-dispersionnykh i turbulentnykh effektov [Investigation of the propagation of long surface waves with allowance for nonlinear-dispersion and turbulent effects]. Cand. phys. and math. sci. diss. Kiyev, 1983. 179 p. (rus)
- [29]. Jing Hai-xiao, Long Wen, Tao Jian-hua. Fully nonlinear Boussinesq-type equations with optimized parameters for water wave propagation. China Ocean Engineering. 2015. Vol.29, Issue 4. Pp. 503–518.
- [30]. Yelizarova T.G., Bulatov O.V. Chislennyy algoritm resheniya regularizovannykh uravneniy melkoy vody na nestrukturovannykh setkakh [Numerical algorithm for solving regularized shallow water equations on unstructured grids]. Keldysh Institute PREPRINTS. 2014. No.21. 27 p. (rus)
- [31]. Binder B.J., Blyth M.G., McCue S.W. Free-surface flow past arbitrary topography and an inverse approach for wave-free solutions. IMA Journal of Applied Mathematics. 2013. Vol.78. Issue 4. Pp. 685–696.
- [32]. Moramarco T., Pandolfo C., Singh P.V. Accuracy of kinematic wave and diffusion wave approximations for flood routing. I: steady analysis. Journal of Hydrologic Engineering. 2008. Vol.13. Issue 11.

Базаров Д.Р., Школьников С.Я., Мавлянова Д.А., Райимова И.Д., Форма моноклиальной волны, распространяющейся по первоначально сухому руслу, Строительство уникальных зданий и сооружений, 2018, №1(64). С.7-19.

Bazarov D.R., Shkolnikov S.Y., Mavlyanova D.A., Rayimova I.D. The form of a monoclinic wave propagating along an initially dry riverbed, Construction of Unique Buildings and Structures. 2018. 1 (64). Pp. 7-19. (rus)