

# Mexanikaviy tebranishlar va to'lqinlar

---

Reja:

1. Tebranma harakat haqida tushuncha.
2. Garmonik tebranma harakat kinematikasi va dinamikasi.
3. Garmonik tebranma harakat energiyasi.
4. Tebranishlarning skalyar va vektor qo'shilishi.
5. Matematik, fizik, prujinali mayatniklar va tebranish konturi.

U yoki bu darajada takrorlanuvchanligi bilan ajralib turadigan jarayonlarga ***tebranishlar*** deyiladi. Takrorlanayotgan jarayonning fizik tabiatiga qarab tebranishlar mexanik, elektromexanik, elektromagnit va boshqalarga ajraladi. Biz mexanik tebranishlarni ko'ramiz.

Tebranishlar ***erkin*** (yoki xususiy) tebranishlar, ***majburiy*** tebranishlar, ***avtotebranishlar*** va ***parametrik*** tebranishlarga bo'linadi.

Muvozanat holatidan chiqarilganidan so'ng, o'zicha tebranadigan sistemadagi tebranishlarga ***erkin*** yoki ***xususiy*** tebranishlar deyiladi. Masalan, matematik mayatnikning tebranishi erkin tebranishlarga misol bo'ladi. Tebranishlar sinus yoki kosinus qonuni bo'yicha sodir bo'lsa, bunday tebranishlarga ***garmonik tebranishlar*** deyiladi. Garmonik tebranishlar tenglamasi shunday yoziladi:

$$X = A \cos \alpha = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (1)$$

*π* **Tebranish amplitudasi** A deb tebranayotgan nuqtaning muvozanatdan chetga maksimal siljish kattaligiga aytiladi. **Tebranish fazasining** fizik ma'nosи shundan iboratki, u vaqtning istalgan paytidagi siljishni, ya'ni tebranayotgan sistemaning holatini belgilaydi. Fazaning 2 rad o'zgarishiga bir **davr  $T$**  ga teng vaqt oraligi mos keladi. Vaqt birligidagi tebranishlar soni  **$n$**  ga **chastota** deyiladi. U  $T$  davr bilan shunday bog'langan:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}. \quad (2)$$

Tebranish chastotasining birligi **1 Gers.** / **Gers** chastota bir sekunddagи nuqtaning tebranishlariga teng. Garmonik tebranma harakat qilayotgan jismning **V** tezligи (1) ifodadan vaqt bo'yicha olingan hosilaga teng.

$$V = \dot{x} = -A \sin(\omega t + \varphi). \quad (3)$$

Agar (1) dan yana vaqt bo'yicha hosila olsak, tebranayotgan nuqtaning tezlanishini topamiz:

$$W = \underline{x}'' = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (4)$$

Yana (1) ifodani sinus orqali ham yozish mumkin va tebranayotgan nuqta tezligi va tezlanishi uchun (2) va (3) ga o'xshash ifodalarni hosil qilish mumkin. **Garmonik tebranma harakat**ning grafigi sinusoida yoki kosinusoidadan iborat bo'ladi. Erkin garmonik tebranishlarning differensial tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\underline{x}'' + \omega^2 \underline{x} = 0. \quad (5)$$

Bu tenglamaning yechimi shunday ko'inishga ega:

$$\underline{x} = A \cos(\omega t + \varphi). \quad (6)$$

Bu tenglama yechimini kosinus orqali ham yozish mumkin.

Tebranayotgan sistema tashqaridan madad olib turmasa, vaqt o'tishi bilan so'nadi. Bunday holda so'nuvchi tebranishga ega bo'lamiz, uning differensial tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x - \frac{r}{m} \frac{dx}{dt}, \quad (7)$$

bu yerda  $r$  — muhitning qarshilik koeffitsienti,  $k$  — kvazielastik kuch koeffitsienti,  $m$  — moddiy nuqta massasi.

Tebranayotgan sistemaga tashqi kuch davriy ravishda ta'sir etsa, ***majburiy tebranishlarga*** ega bo'lamiz. Bunday tebranishlarning differensial tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$F_0 \sin \omega_0 t - KX = -m\omega^2 X, \quad (8)$$

bu yerda  $K$  - elastiklik koeffitsienti,  $\omega$  - sistemaning xususiy chastotasi,  $F_0$  - majbur etuvchi kuch amplitudasi,  $\omega_0$  - majbur etuvchi kuch chastotasi.

Majburiy tebranishlar amplitudasi majbur etuvchi kuchning chastotasiga bog'liq bo'ladi. Tebranayottan sistemaning xususiy chastotasi majbur etuvchi kuchning chastotasiga teng bo'lganda tebranishlar amplitudasi maksimal qiymatga erishadi. Bu hodisaga *rezonans* deyiladi.

Bir yo'nalishda bir xil davr bilan tebranayotgan ikki sistemaning tebranishing qo'shilishini ko'ramiz.

$$X = X_1 + X_2 = \underline{A_1} \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi_2). \quad (9)$$

Bunday tebranishlarni qo'shilishini grafik ravishda ko'rish mumkin. Buning uchun ikkala tebranish amplitudalarini  $x$ ,  $u$  da fazalarni hisobga olib chiziladi. So'ng  $A_1$  va  $A_2$  larni parallelogram qoidasi bo'yicha ko'shiladi va natijaviy tebranish amplitudasi  $A$  topiladi va umumiy tebranish tenglamasi yoziladi.

Garmonik tebranma harakat qilayotgan har qanday sistema ma'lum tebranish energiyasiga ega bo'ladi. Bu energiya quyidagicha ifodalanadi:

$$W = \frac{KA^2}{2}, \quad (10)$$

bu yerda  $A$  - tebranish amplitudasi,  $K$ - elastiklik koeffitsienti.

Tebranayotgan sistemalarga misol sifatida **matematik** va **fizik mayatniklari** ko'rsatish mumkin. Ularning harakat tenglamasi quyidagicha:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega^2\varphi = 0 \quad (11)$$

bu yerda  $\omega$  - mayatnikning burilish burchagi,

$\omega$ - ikki mayatnik uchun har xil ko'rinishga ega bo'lgan kattalik. Bu tenglamaning yechimi quyidagicha:

$$\varphi = A \cos(\omega t + \omega_0). \quad (12)$$

***Matematik mayatnik uchun tebranish davri***  
shunday ko'rinishga ega:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (13)$$

bu yerda  $l$ - matematik mayatnikning uzunligi,  $g$  - erkin tushishi tezlanishi.

***Fizik mayatnik uchun tebranish davri*** quyidagicha bo'ladi:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL}} \quad (14)$$

bu yerda  $I$ - fizik mayatnikning inersiya momenti,  $m$  – massasi ,  $L$  - fizik mayatnikning osilish nuqtasi bilan massa markazi orasidagi masofa.

## TO'LQINLAR

Tebranishlarning fazoda tarqalishiga *to'lqin* deb ataladi. To'lqinlar ikki xil bo'ladi: *kundalang* va *buylama to'lqinlar*. Kundalang to'lqinlarda muhitning zarralari to'lqin tarqalayotgan yo'nalishga perpendikulyar yo'nalish bo'ylab tebranadi. To'lqin uzunligi  $\lambda$ , to'lqin tezligi  $v$ , tebranish davri  $T$  va chastotasi  $n$  orasida quyidagi boglanish bor:

$$V = \lambda n. \quad (1)$$

Elastik muhitda tarqalayotgan ko'ndalang to'lqin tezligi formula bilan ifodalanadi:

$$V_e = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \quad (2)$$

bunda  $G$  -siljish moduli (ko'ngdalang elastiklik moduli),  
 $\rho$  - muhit zichligi.

- Bo'ylama to'lqin tezligi quyidagi formula bilan ifodalanadi:

$$V_b = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (3)$$

bu yerda  $E$  - Yung moduli.

**Quyida tebranma harakatlar turlaridan ayrimilarini keltiramiz**

:

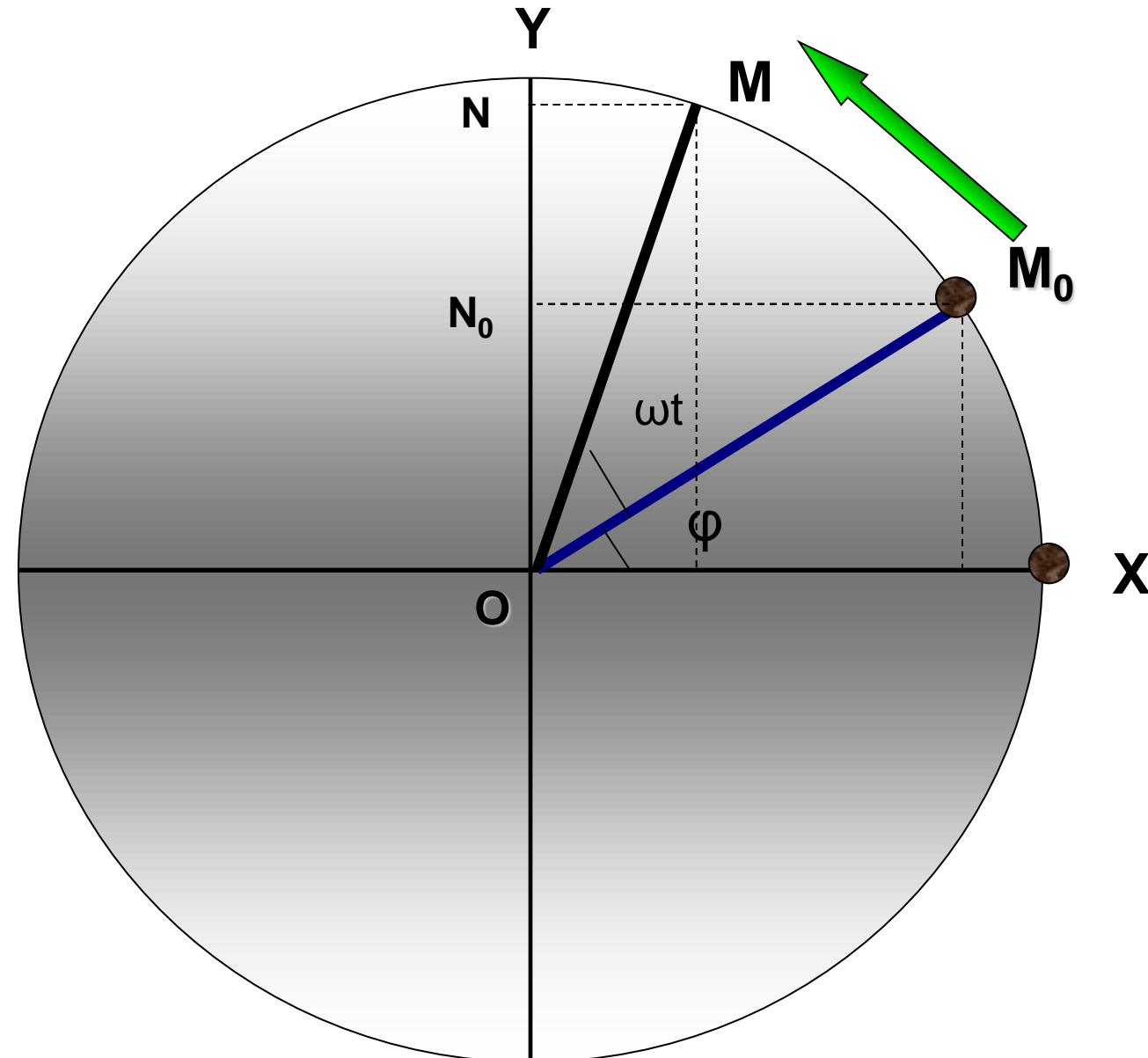
## Oddiy tebranma harakatlar

- Tebranma xarakatga misollar

•

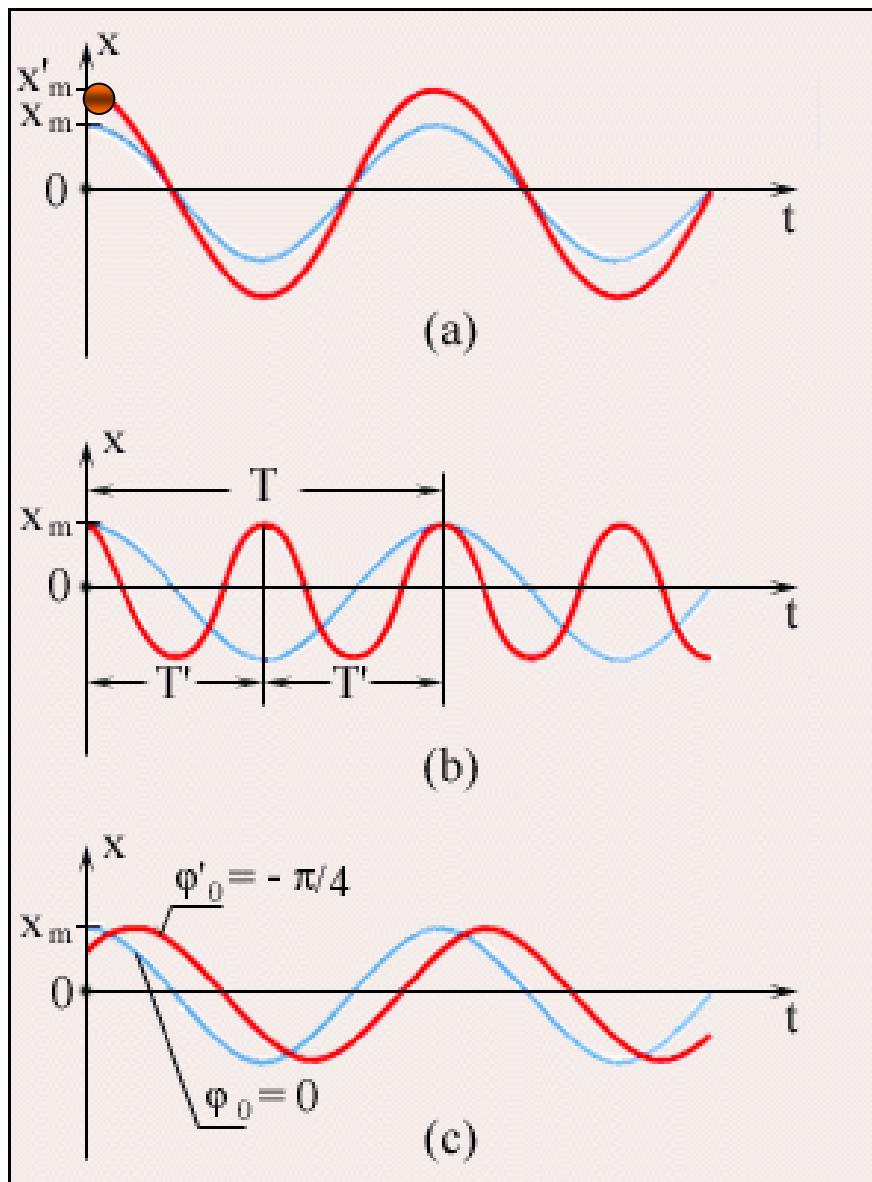
**Мисол.** М нүкта А радиусли айлана бўйлаб  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  бурчак тезлик билан ҳаракатланаётган бўлсин. 1-расм.  $t=0$  онда  $Y M_0$  нүктада бўлади. Шу нүктага ўтказилган айлананинг радиуси  $O M_0$  худди шундай бурчак тезлик билан стрелка йўналишида айланади. Агар  $t=0$  онда радиус горизонтал билан  $\phi$  бурчак ҳосил қилган бўлса,  $t$  вақт ўтгандан сўнг эса бу бурчак  $\omega t + \phi$  қийматга эга бўлади. М нүктанинг тик диаметрга проекцияси О нүкта атрофида гармоник тебранишлар ҳосил қиласи. Нүктанинг силжиши (1) формула билан ифодаланади. М нүктанинг X ўққа проекцияси хам шундай қонун асосида тебранади. (Анимацион роликларга қаранг)

$t=0$

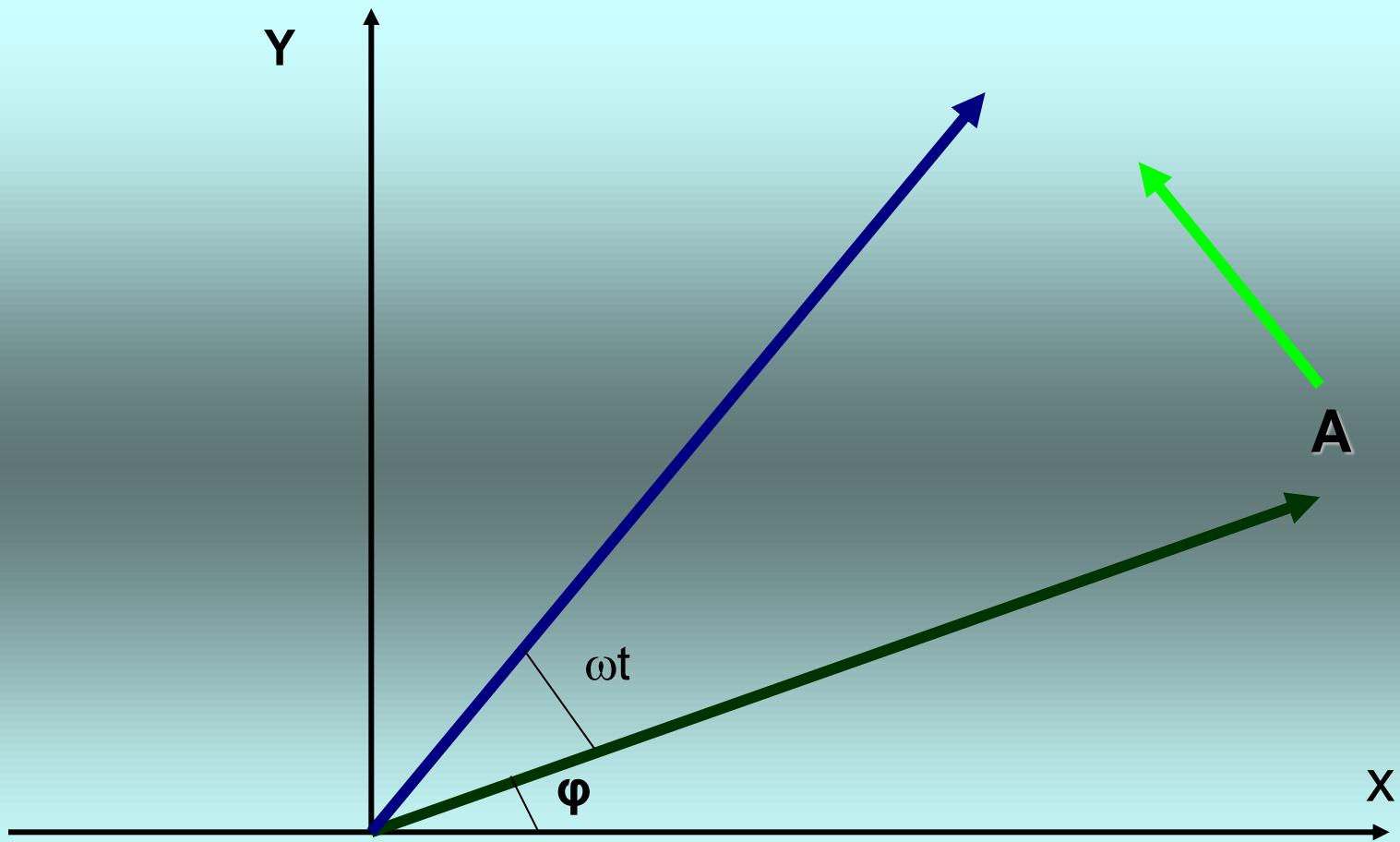


[Flash  
animation](#)

**Ciljishni grafik asosda tasvirlash mumkin. Buning uchun gorizontal o'qqa vaqt, vertikal o'qqa esa siljish kattaligi qo'yiladi**



**Garmonik tebranishlarning grafik tasvirlash  
usullaridan yana biri  
vektor diagrammalar usuli hisoblanadi.**



Нуктанинг силжишини  $t$  вакт мобайнида босиб ўтилган йўл сифатида қараб, унинг тезлигини топиш мумкин.

$$\vartheta = \frac{dY}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \varphi) \quad (2)$$

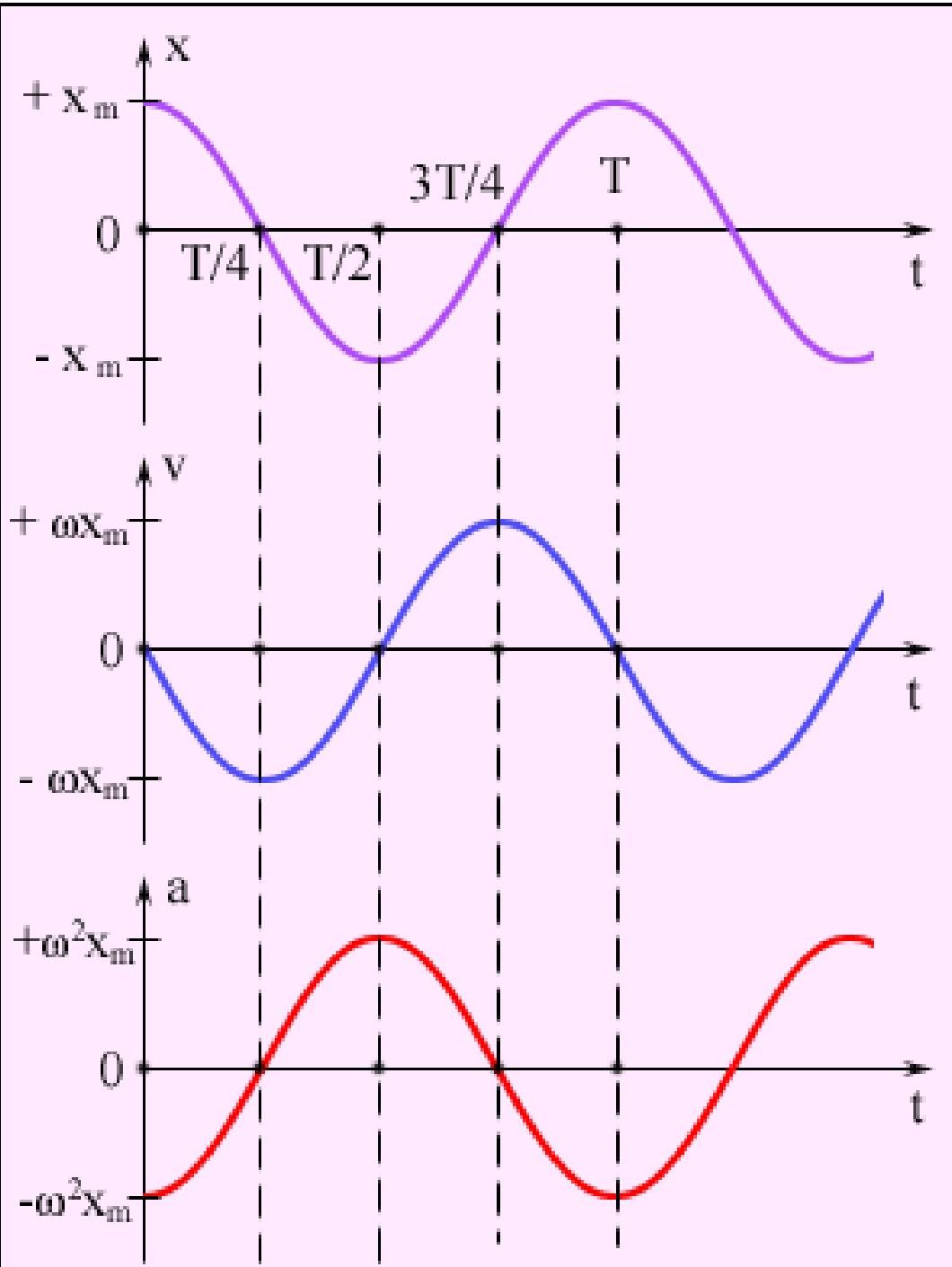
Тезланиш эса:

$$a = \frac{d\vartheta}{dt} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi) = \omega^2 y \quad (3)$$

Демак, гармоник тебранаётган нуктанинг тезланиши силжишга пропорционал бўлиб, тескари йўналган бўлади.

**Keyingi slayda, siljish kattaligi, tezlik va tezlanishning vaqt bo'yicha o'zgarishi grafiklari keltirilgan .**

**X(t) koordinata**



**V(t) tezlik**

**a(t) tezlanish**

Гармоник тебранишлар учун динамикани 2-чи қонуни

$$\vec{F} = m\vec{a} = -m\omega^2 \vec{A} \sin(\omega t + \varphi) = -m\omega^2 \vec{y} \quad (4)$$

Гармоник тебранаётган жисмга қўйилган куч кўчишга тескари йўналган, у жисмни ўрта ҳолатга қайтаришга ҳаракат қиласи, шунинг учун бу куч қайтарувчи куч дейилади.

### Flash animation 1

Гармоник тебранаётган жисм учун энергиянинг сақланиш қонуни амал қиласи, яъни тўла энергия ўзгармас бўлади.

$$E = T + U = \text{const} \quad (5)$$

$$\text{Кинетик энергия } T = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)}{2} \quad (6)$$

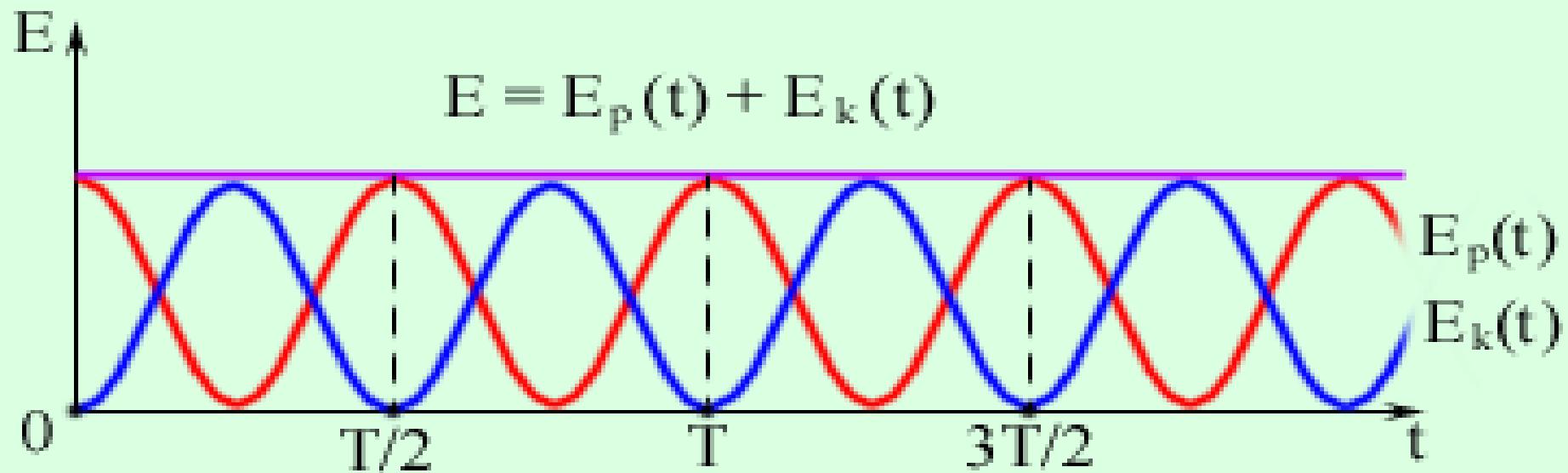
Кинетик энергиянинг максимал қиймати тўла энергияга teng бўлишидан

$$E = T_{\max} = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \quad (7)$$

Бу ҳолатдан ушбу потенциал энергия формуласини олиш мумкин:

$$U = E - T = \frac{m\omega^2 A^2}{2} - \frac{m\omega^2 A^2 \cos^2(\omega t + \varphi)}{2} = \frac{m\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t + \varphi)}{2} \quad (8)$$

Yanada yaqqol tasavur qilish uchun qo'yidagi animatsiyaga  
qaraymiz [Java Scr](#)



Динамиканинг иккинчи қонунидан, тебранаётган жисмлар учун күйдаги

ифодани олиш мүмкин:  $ma = \frac{md^2Y}{dt^2} = F = -m\omega^2Y$ , бундан эса

$$\frac{d^2Y}{dt^2} + \omega^2Y = 0 \quad (9)$$

ифодани олиш мүмкин.

(9)-ифода гармоник тебранишларнинг дифференциал тенгламаси дейилади. Унинг ечими

$Y = A \sin(\omega t + \phi)$  ифода ҳисобланади. Гармоник тебранма ҳаракат қилувчи тизимларга турли күринишдаги маятникларни көлтириш мүмкин.

## 1. Пружинали маятник.

Юкчани пастга силжитиб ва уни қўйиб юбориб тебранишлар ҳосил бўлишини кузатиш мумкин. Юкчага таъсир этувчи кучни

$$F = -kY \quad (10)$$

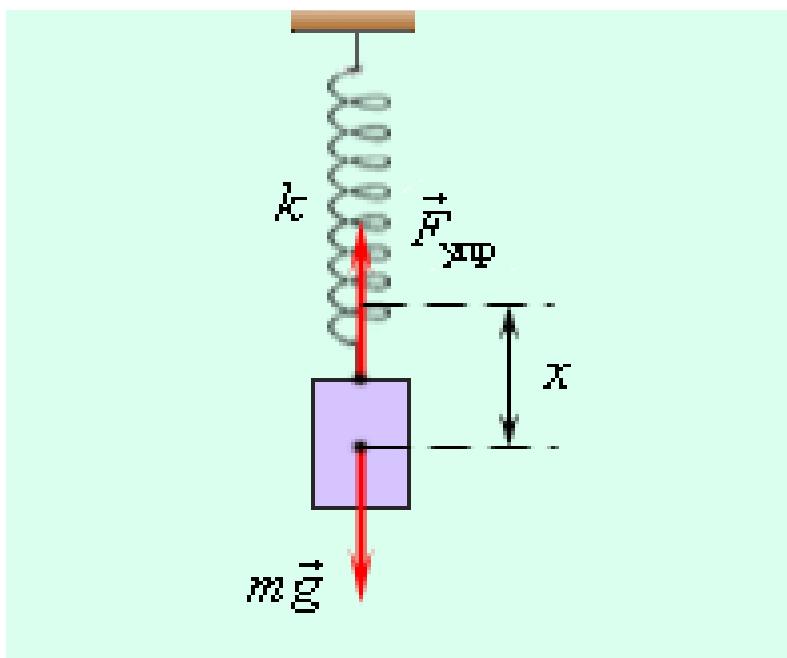
кўринишда ёзиш мумкин (эластиклик кучини силжишга пропорционал эканлигидан) ушбу формулани

$$\vec{F} = m\vec{a} = -m\omega^2 \vec{A} \sin(\omega t + \varphi) = -m\omega^2 \vec{y} \text{ билан солиштиrsак}$$

$$k = m\omega^2 = m \frac{4\pi^2}{T^2} \text{ келиб чиқади.}$$

Бундан эса  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ , k-эластиклик коэффиценти.

[Animation](#)



## 2. Физик маятник.

Бу оғирлик маркази  $C$  дан үтмаган  $O$  үк атрофида төбрана оладиган жисм жисбланади. Агар т массага ва I инерция моментига зга бўлган маятник кичик  $\varphi$  бурчакка оғдирилган бўлса, маятнишка кўйилган куч моменти  $M = -mgl \sin \varphi \approx mgl\varphi$  (минус ишораси куч моментининг жисмни  $\varphi$  бурчак йўналишини қарама-карши томонга оғдиришини кўрсатади). Айланма ҳаракатнинг

асосий қонуни  $M = I\beta = I \frac{d^2\varphi}{dt^2}$  дан

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl\varphi$$

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \frac{mgl}{I} \varphi = 0 \quad (11)$$

Бундан, физик маятникнинг циклик частотаси

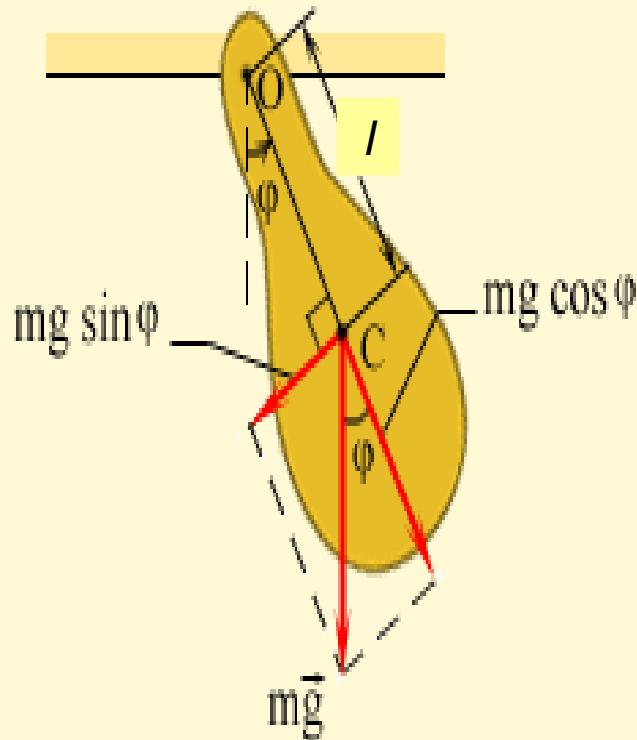
$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{I}},$$

Даври

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}}$$

(12)

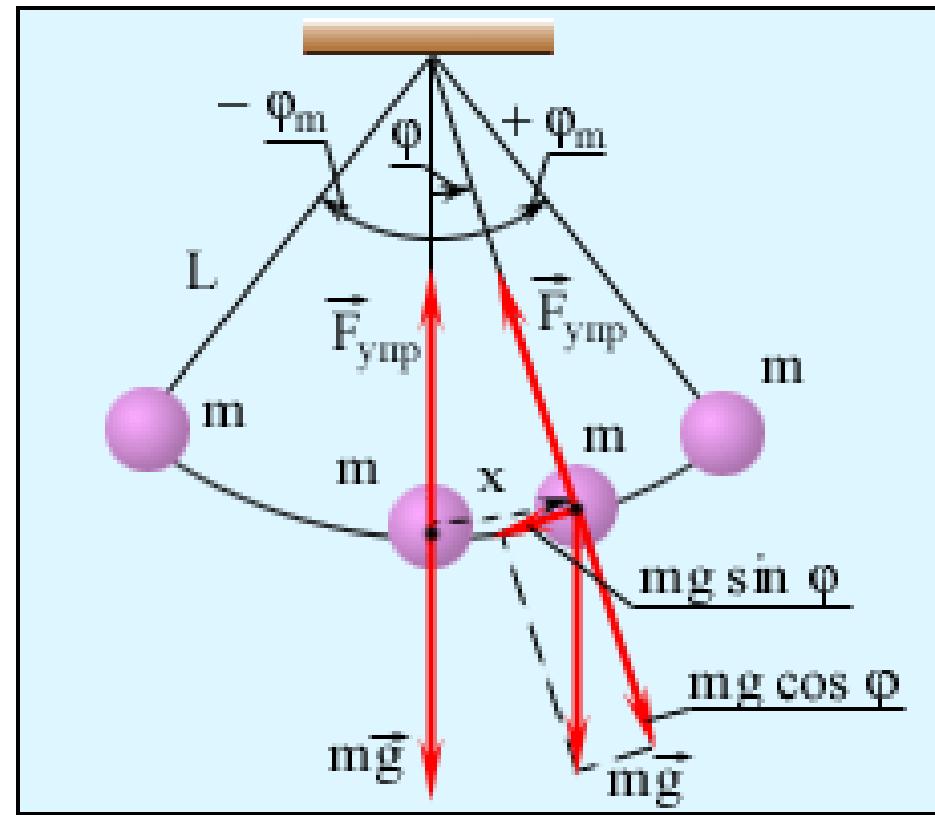
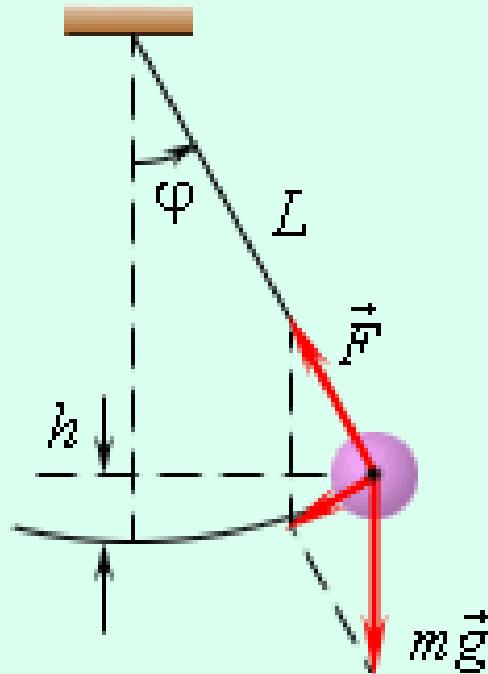
$l$ -маятник оғирлик марказидан айланиш ўқигача бўлган масофа.



**3.Математик маятник.**  $L$  узунликдаги оғирлиги хисобга олинмайдиган,  $m$  массали моддий нүкта хисобланади. У физик маятникнинг хусусий холидир. Бу ҳолатда  $I=ml^2$  бўлганлиги сабабли, математик маятникнинг тебранишлар даври

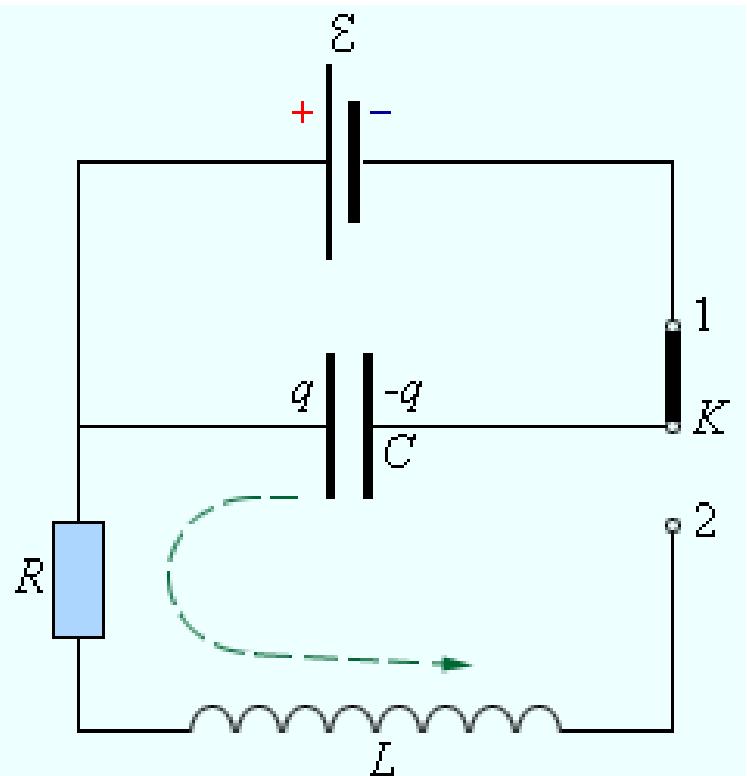
[Animation](#)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (13)$$



Эркин ёки хусусий электромагнит тебранишлар **C** конденсатор ва **L** индуктивликдан ташкил топган, **тебраниш контури** деб аталған берк электр занжирида юз берадиган **заряд**, **кучланиш** ва **токларнинг** тебранишига айтилади.

Бундай, тебранишлар натижасида конденсатор  $W = \frac{CU^2}{2}$  энергиясиниг ғалтак энергияси  $W = \frac{LI^2}{2}$  га ўтиш ва аксинча йўналишдаги жараён юз беради. Ғалтакдаги ўзиндуция ЭЮК  $\varepsilon_s = -L \frac{dI}{dt}$ , конденсатордаги потенциаллар фарқи



$$U = Q/C.$$

[Animation fizika kartinkax](#)

Кирхгофнинг 2-қонунидан

$$-L = \frac{dI}{dt} = \frac{Q}{C} \text{ ёки } \frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} Q = 0$$

$I = dQ/dt$  ва  $\frac{dI}{dt} = \frac{d^2Q}{dt^2}$  бўлганлиги учун

$$\frac{d^2Q}{dt^2} + \frac{1}{LC} Q = 0 \quad (14)$$

(14)-контурдаги хусусий тебранишларнинг дифференциал тенгламаси.

Бу ерда циклик частота  $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$  га тенг.

Бу тенгламанинг ечими  $Q = Q_0 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}} t + \varphi\right)$  (15)  
заряднинг тебраниш тенгламаси.

$$U = \frac{Q_0}{C} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \varphi\right) = U_0 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \varphi\right) \quad (16)$$

кучланишнинг тебраниш тенгламаси

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}} \cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \varphi\right) = \frac{Q_0}{\sqrt{LC}} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right) \quad (17)$$

Демак, **заряд, кучланиш, ток** контурда бир хил частотада гармоник равиша тебраниб туради. Бунда **заряд** ва **кучланишнинг** фазаси бир хил бўлиб токнинг фазси  **$\pi/2$**  қийматга фарқ қиласди. Электр контуридаги тебранишлар даври **Томсон** формуласидан аниqlанади.

$$T = 2\pi\sqrt{LC} \quad (18)$$

## Тебранишларни қўшиш.

Айрим тебранувчи тизимларда жисм бир вақтнинг ўзида бир неча ҳаракатда қатнашиш мумкин. Шунинг учун бундай тизимлардаги жисмнинг натижавий ҳаракатини аниқлаш муҳим бўлади.

### 1. Бир йўналишдаги тебранишларни қўшиш.

Частоталари бир хил, амплитуда ва фазалари фарқ қилгандаги ҳолат. Бу ҳолатда тебранишларнинг ҳаракат тенгламалари

$$y_1 = A_1 \sin(\omega t + \phi_1) \quad y_2 = A_2 \sin(\omega t + \phi_2)$$

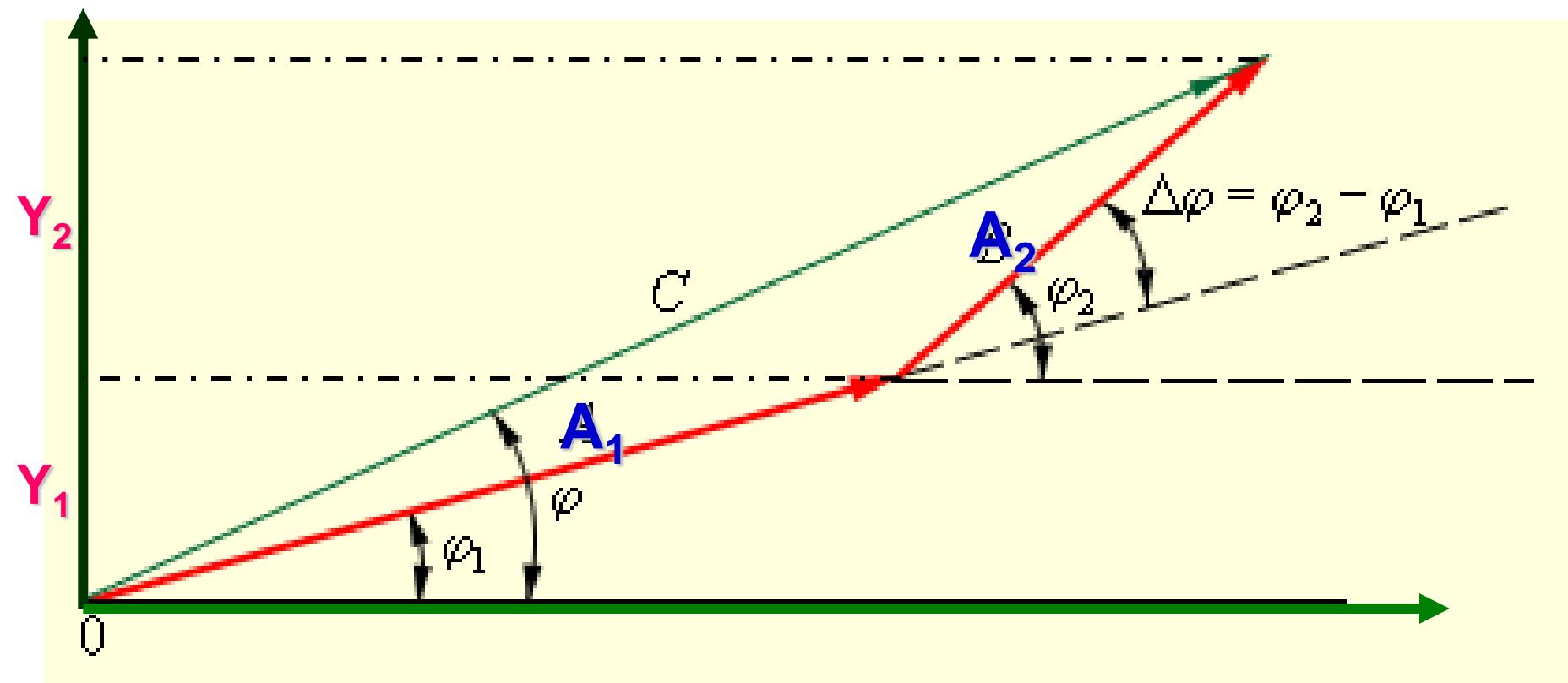
Тебранишларни векторлар диаграммаси усулидан фойдаланиб қўшиш мумкин.  $\vec{A}_1$  ва  $\vec{A}_2$  векторлар бир хил  $\omega$  бурчак тезлик билан ҳаракатланиш туфайли фаза силжиши ўзгармас бўлади.

Натижавий тебранишлар тенгламаси

$$y = y_1 + y_2 = A \sin(\omega t + \varphi) \quad (19)$$

Бунда,  $\vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2$  ва  $y$  хам  $\omega$  бурчак тезлик билан ҳаракат қиласди.

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (20)$$



[animation](#)

$\Phi$  нинг қиймати эса

$$tg\varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (21)$$

(20) дан А амплитуда  $\varphi_1 - \varphi_2 = m\pi$  ҳолатда максимал,

$\varphi_1 - \varphi_2 = (2m-1)\frac{\pi}{2}$  ҳолатда эса минимал қийматларни қабул қилиши келиб чиқади. ( $m=0,1,2,3,4,\dots$ ).

Натижавий тебранишларга шу йўналишдаги ва шундай даврга эга бўлган З-чи тебранишнинг қўшилиши шу даврга эга гармоник тебранишлар ҳосил қиласди. Тебранишларнинг частота, амплитуда ва бошланғич фазалари фарқ қилиб, улар бир йўналишда тебранганда  $y_1=A_1\sin(\omega t+\varphi_1)$ ,  $y_2=A_2\sin(\omega t+\varphi_2)$   $A_1 = A_2 = A_0$ ,  $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_0$ ,  $\omega_1 \approx \omega_2$  деб қабул қиласиз. Бундан тебранишларни аналитик йўл билан қўшиш мумкин (бурчак тезликлар фарқ қилиш сабабли, вектор диаграммалар усули нокулай ҳисобланади).

Натижавий тебранишлар тенгламаси

$$y = y_1 + y_2 = 2A_0 \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \sin \left( \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t + \varphi \right) \quad (22)$$

$A = \left| 2A_0 \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \right|$  - **күпайтма натижавий тебранишлар амплитудаси.**

Амплитуда вақтта ва частоталар фарқининг ярмига тенг бўлган қийматдаги частотага боғлиқ бўлади. Узилмаган чизиқлар силжишини, узилган чизиқлар эса амплитудани ўзгаришини тасвирлайди. Амплитудаси вақт бўйича ўзгариб турувчи тебранишлар **тепкили тебранишлар** дейилади.

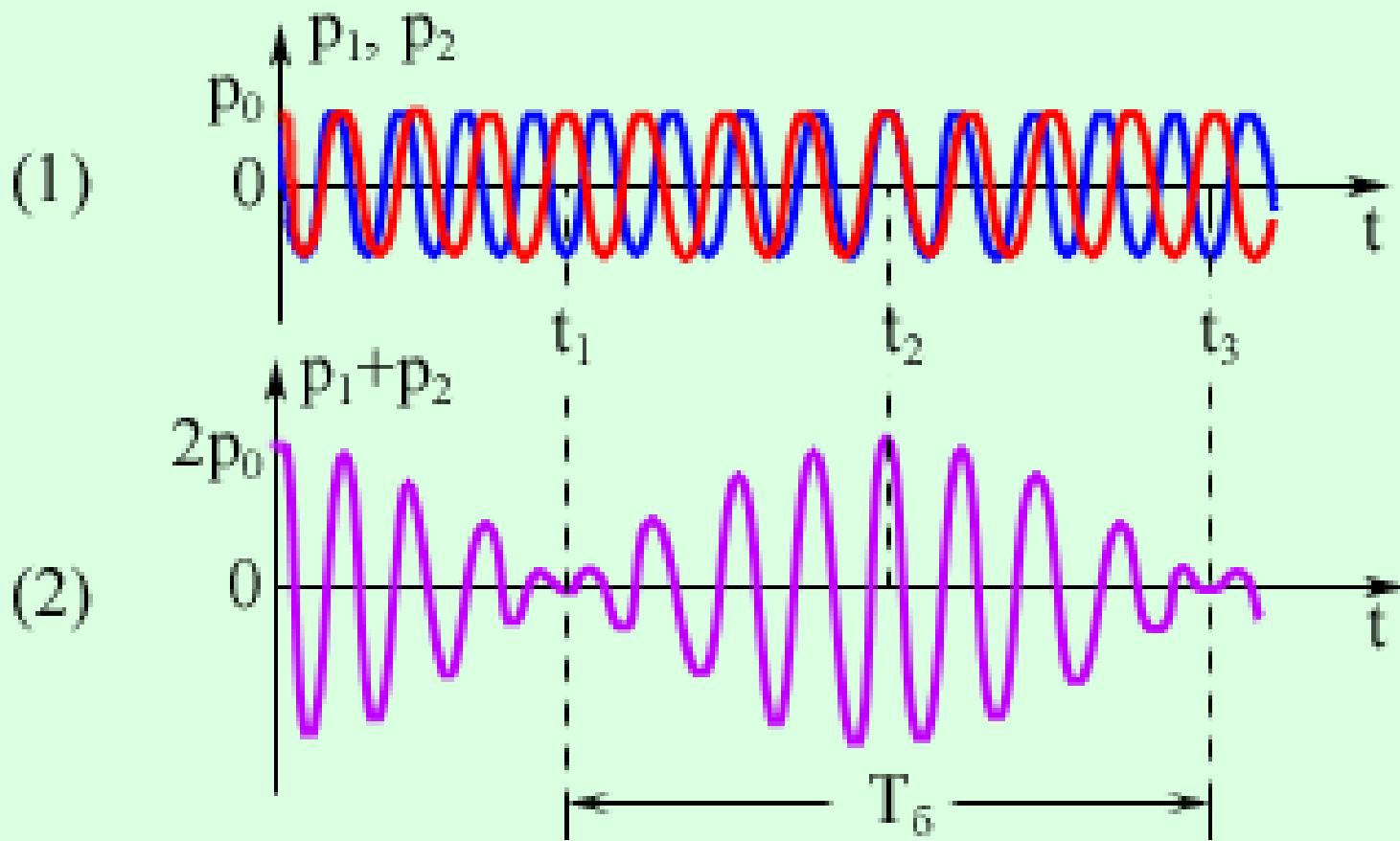
[animation](#)

Агар ташкил этувчи тебранишлар амплитудаси тенг бўлмаса, натижавий тебранишлар амплитудаси 0 гача камаймасдан. Маълум бир минимум орқали ўтади.

$$y = y_1 + y_2 = 2A_0 \cos \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t \sin \left( \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t + \varphi \right) \text{ни } y = 2A_0 \cos \Omega t \sin \omega t$$

кўринишида ёзиш мумкин,  $\Omega = 2\pi\nu = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2}$ ,  $\nu = \frac{\nu_1 - \nu_2}{2}$ , яъни циклик частота  $\omega = |\omega_1 - \omega_2|$ ,  $\nu = |\nu_1 - \nu_2|$  частотага мос келади. Бир марта тўла тебранганда амплитуда **2 марта максимумга** эришади. Тепкилар товуш ва электр тебранишларида учраб туради.

[animation](#)



## 2. Ўзаро перпендикуляр тебранишларни қўшиш.

Агар моддий нуқта бир вақтнинг ўзида  $x$  ва  $y$  ўқлари бўйлаб тебранаётган бўлса

$$y = A_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \quad x = A_2 \sin(\omega t + \varphi_2) \quad (23)$$

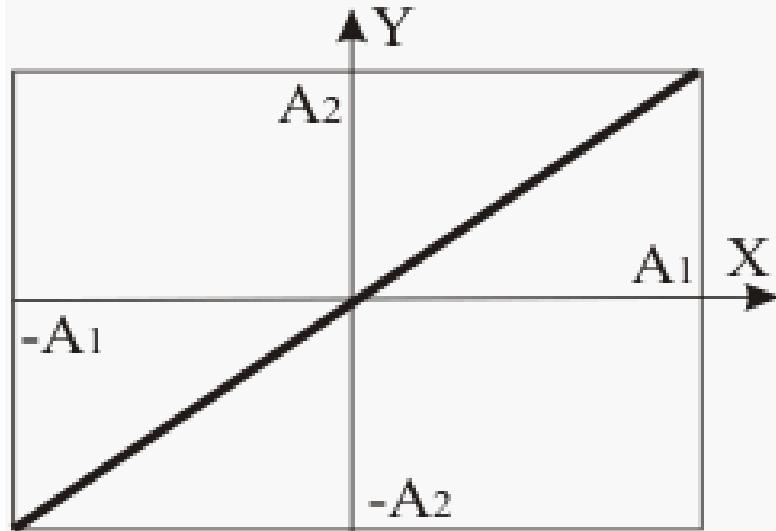
$\varphi_2 - \varphi_1 = \Delta\varphi$  – тебранишларнинг фазалар фарқи нуқта траекториясининг тенгламаси

$$\frac{y}{A_1} = \sin(\omega t + \varphi_1), \quad \frac{x}{A_2} = \sin(\omega t + \varphi_2) \text{ вақт } t \text{ ни чиқариб ташласак}$$

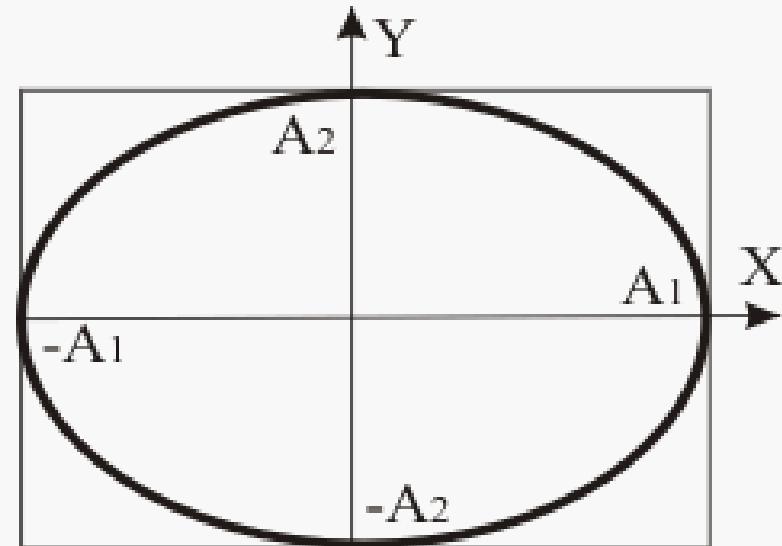
$$\frac{y^2}{A_1^2} + \frac{x^2}{A_2^2} + \frac{2xy}{A_1 A_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1) = \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (24)$$

(24) - формула эллипс тенгламаси бўлиб, қуйидаги хусусий ҳоллар учун кўриб чиқилади: 1)  $\Delta\varphi=0$ . Бу ҳолатда  $\frac{y}{A_1} = -\frac{x}{A_2}$ ,  
 $y = -\frac{A_1}{A_2}x$  ҳосил бўлади ва тўғри чизикдан иборат бўлган траектория ҳосил бўлади .

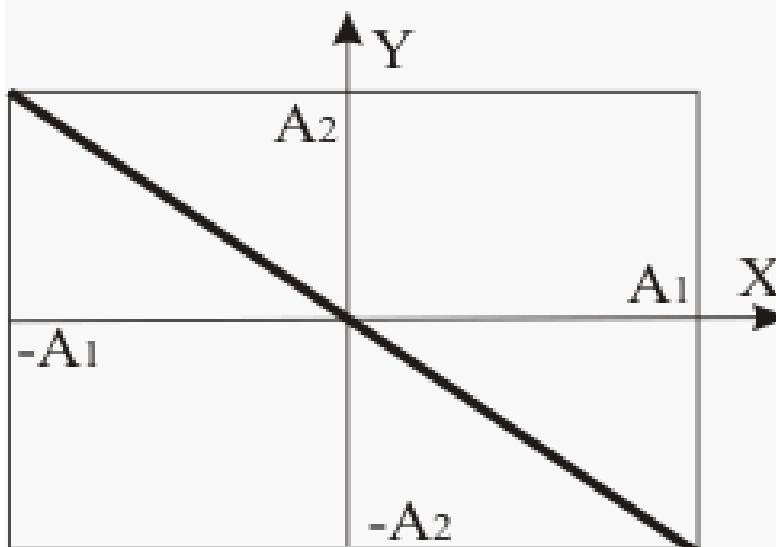
$$\varphi_2 - \varphi_1 = 0; 2\pi; \dots$$



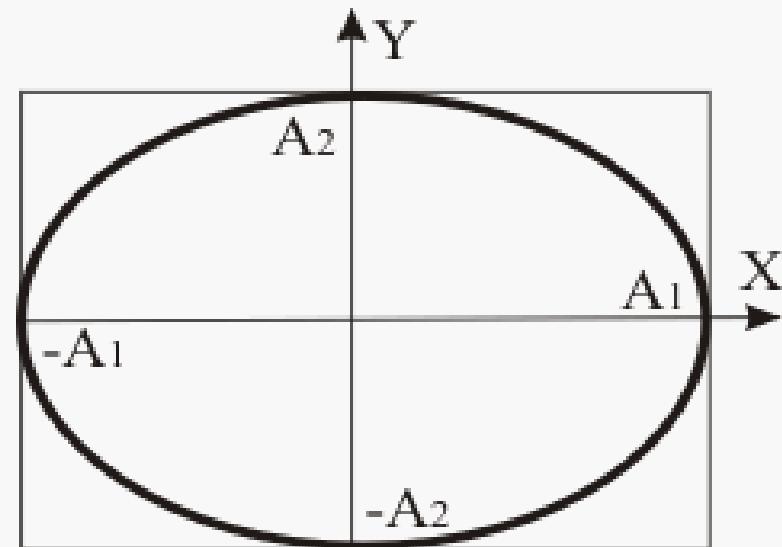
$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pi/2; 5\pi/2; \dots$$



$$\varphi_2 - \varphi_1 = \pi; 3\pi; \dots$$



$$\varphi_2 - \varphi_1 = 3\pi/2; 7\pi/2; \dots$$



Нүктанинг күчиши  $r = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \cdot \sin \omega t$ ,  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$

2)  $\Delta\varphi = \pi \cdot \frac{y^2}{A_1^2} + \frac{x^2}{A_2^2} - \frac{2xy}{A_1 A_2} = 0$ .  $y = \frac{A_1}{A_2} x$  (10-расм)

3)  $\Delta\varphi = \pm \frac{\pi}{2}$   $\frac{y^2}{A_1^2} + \frac{x^2}{A_2^2} = 1$  ва эллипс тенгламаси ҳосил бўлади

(11-расм)

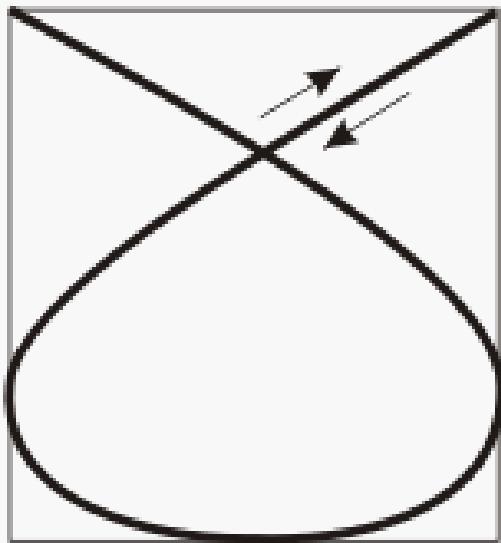
$A_1 = A_2$  ҳолатда ҳаракат траекторияси айланадан иборат

бўлади. Тебранишлар даври бир хил, аммо фазалар фарқи  $\frac{\pi}{2}$  га тенг

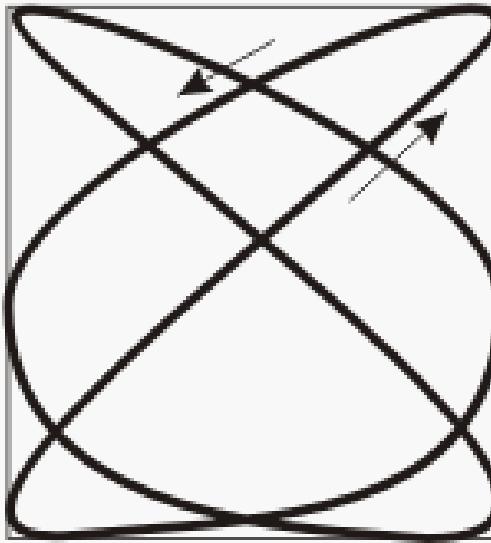
бўлганда траектория эгилган эллипсдан иборат бўлади.

Даври ва фазалари фарқ қилувчи тебранишлар қўшилганда натижавий тебранишлар траекторияси мураккаб қўриниш олади ва улар Лесажур фигуralари дейилади.

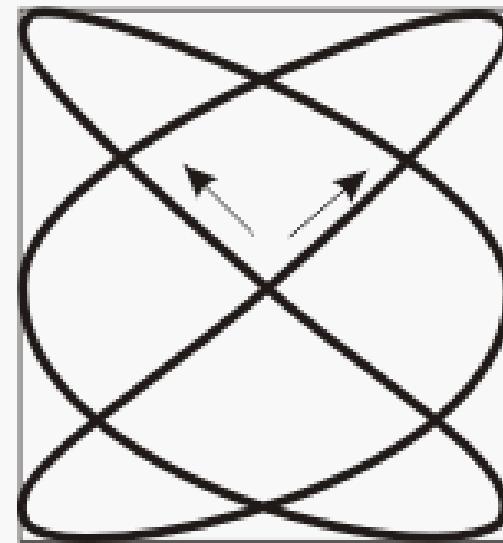
$\Delta\phi=0$



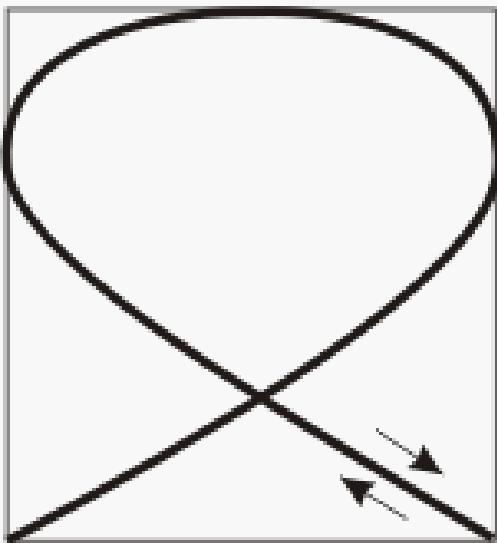
$A_1=A_2$   
 $\Delta\phi=\pi/8$



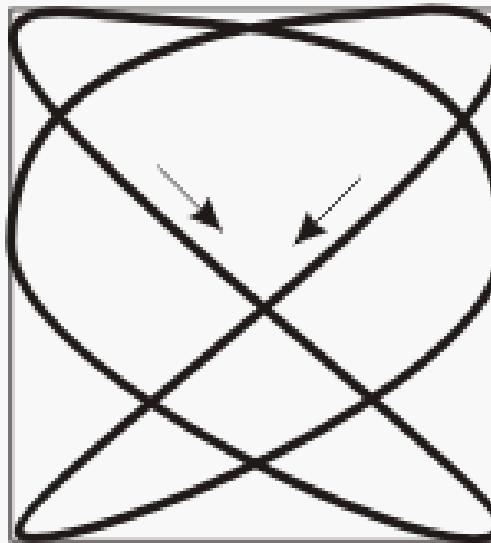
$\omega_1=3\omega_2/2$   
 $\Delta\phi=\pi/4$



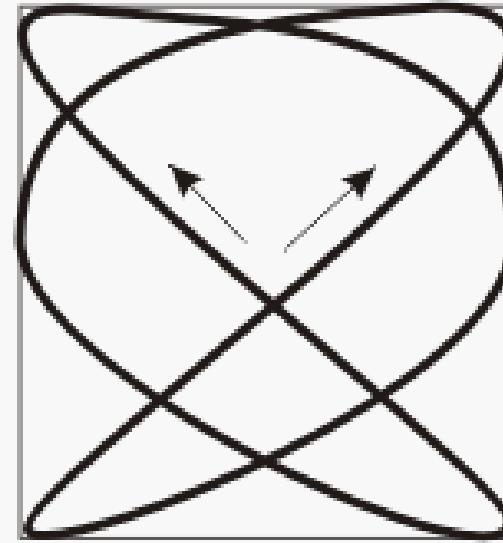
$\Delta\phi=\pi/2$



$\Delta\phi=5\pi/8$



$\Delta\phi=\phi_2-\phi_1$   
 $\Delta\phi=3\pi/8$



## **Ma’ruzani tayyorlashda foydalanilgan dasturlar, linklar va adabiyotlar**

---

- Microsoft Power Point
  - Macromedia Flash MX Professional 2004
  - “Otkritaya fizika” ch.1. kompaniya «Fizikon»
  - Savelev I. V. Kurs fiziki. M.: Nauka 1989 t.1
-

- E'tboringiz uchun rahmat!
-