



ФИЗИКА
КАФЕДРАСИ



2011

МЕХАНИК ВА ЭЛЕКТРОМАГНИТ ТЕБРАНИШЛАР

15 - маъруза

К.П. Абдурахманов,
О.Э.Тигай , В.С.Хамидов



Маъруза режаси

- Тебранишларнинг турлари.
- Гармоник тебранишлар.
- Гармоник тебранишлар кинематикаси ва динамикаси.
- Гармоник тебранаётган моддий нуқтанинг силжиш, тезлик ва тезланиш қонуниятлари, уларнинг вақтга боғлиқлик графиклари.
- Тебраниш контури. Томсон формуласи.

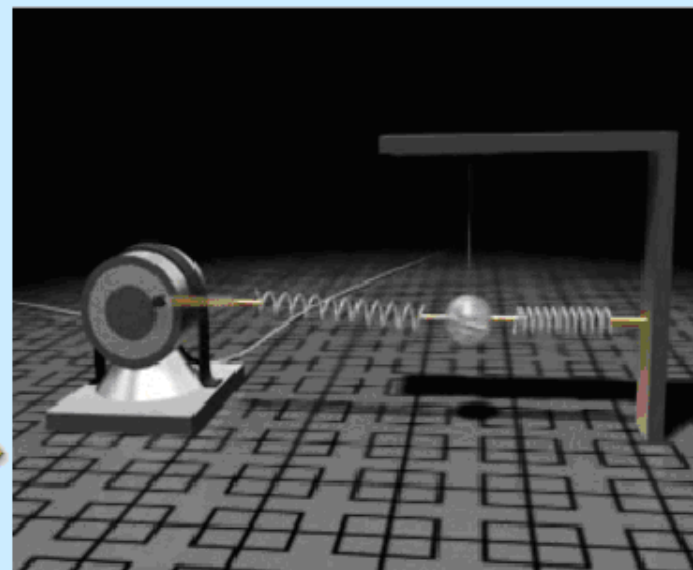
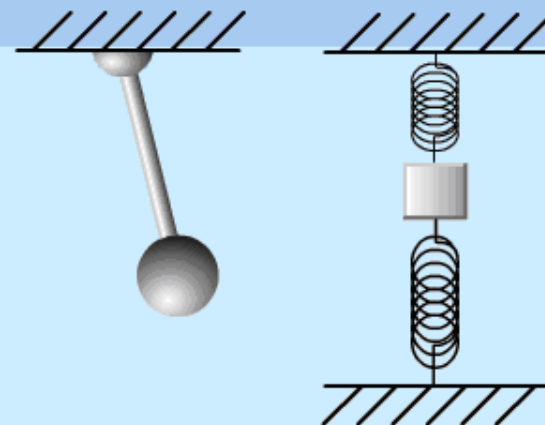
Гармоник тебранма ҳаракат кинематикаси

Вақт ўтиши билан такрорланувчи ҳаракат ёки физик жараёнлар *тебранишлар* деб аталади

Агар жисм дастлаб олган энергияси ҳисобига мувозанатдан чиқиб, ташқи куч бўлмаган ҳолатида ўз тебранишларини анча вақт амалга ошириб турса, бундай тебранишлар *эркин ёки хусусий тебранишлар* деб аталади.

Доимо таъсир қилувчи, даврий ташқи куч таъсирида тизимнинг тебраниши *мажбурий тебранишлар* деб аталади. Таъсир этувчи куч *мажбур этувчи куч* деб аталади.

Oscillations



Гармоник тебранишлар

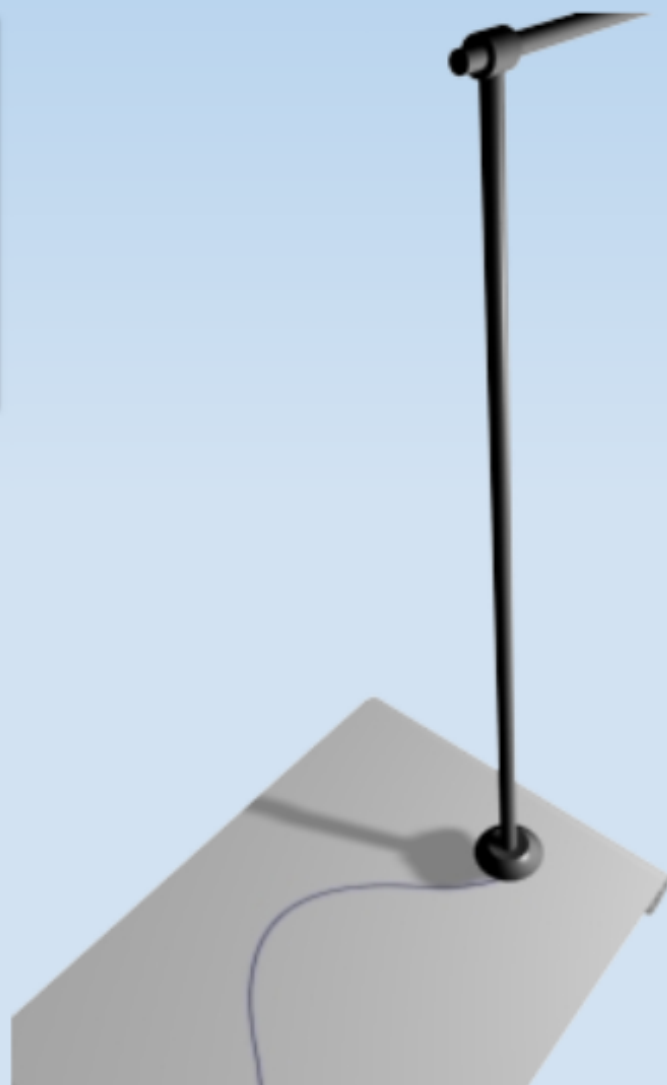
Гармоник тебранишларда тебранувчи катталиклар вақт ўтиши билан синус ёки косинус қонуниятларига бўйсунган ҳолда ўзгараради.

Гармоник тебранишнинг
тенгламаси

$$s = A \cos(\omega t + \varphi)$$

A – тебраниш амплитудаси – тебранувчи катталиқнинг максимал қиймати

ω – доиравий ёки циклик частота.



Табраниш фазаси берилган вақт моментидаги табранувчи катталикининг қийматини белгилайди.

φ — $t=0$ вақт моментида табранишнинг бошланғич фазаси:
 $(\omega t + \varphi)$ - t вақт моментидаги табраниш фазаси.

T табраниш даври деб табранувчи тизим ҳолати такрорланишининг энг кичик даврига айтилади. (битта тўла табраниш содир бўлади) ва табраниш фазаси 2π га ошади.

$$\omega(t + T) + \varphi = (\omega t + \varphi) + 2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Табраниш даврига тескари бўлган катталик, бирлик вақт ичидаги тўла табранишлар сонини белгилайди ва у *табранишлар частотаси* деб аталади

$$n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$[n] = \left[\frac{1}{c} \right] = [c^{-1}] = [Гц]$$

Гармоник тебранишларнинг дифференциал тенгламаси

S Тебранувчи катталиқдан вақт бўйича олинган *биринчи* (тезлик) ва *иккинчи* (тезланиш) хосилалар ҳам ўша циклик частота билан гармоник тебранадилар:

$$\dot{s} = \frac{ds}{dt} = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) = A\omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\ddot{s} = \frac{d^2s}{dt^2} = -A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} + \omega^2 s = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{s} + \omega^2 s = 0$$

Тенглама ечими

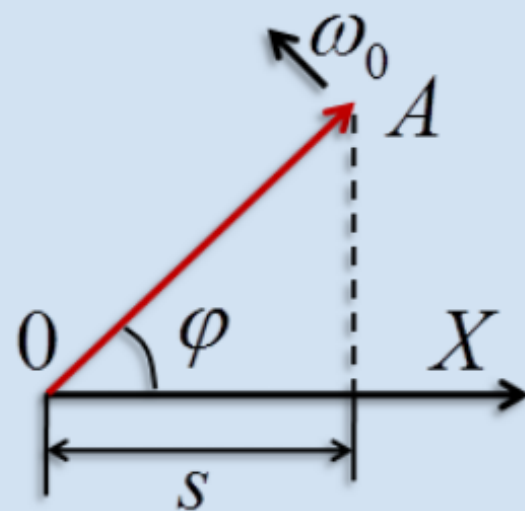
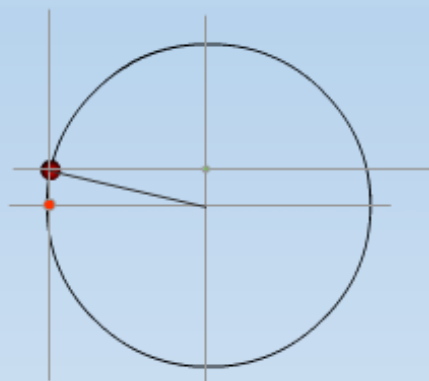
$$s = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Вектор диаграммалар усули

X ўқидаги ихтиёрий O нуқтадан φ бурчак остида олинган векторнинг модули тебранувчи катталигининг A амплитудасига тенг.

Агарда ушбу вектор O нуқта атрофида ω бурчак тезлик билан айланадиган бўлса, у вақтда векторнинг X ўқида проекцияси қуйидаги қонун бўйича тебранади:

$$s = A \cos(\omega t + \varphi)$$



Механик гармоник тебранишлар

Кўчиш:

$$x = A \cos(\omega t + \varphi)$$

Тезлик:

$$v = \dot{x} = -A\omega \cos(\omega t + \varphi + \pi/2)$$

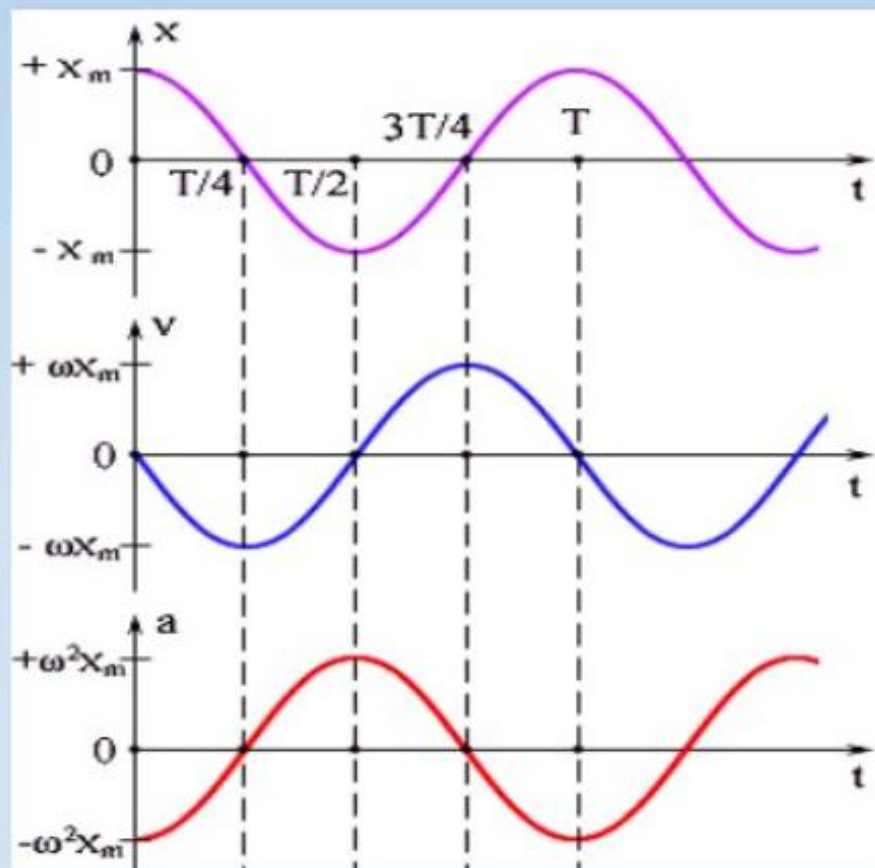
Тезланиш:

$$a = \dot{v} = \ddot{x} = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

Тезлик ва тезланишларнинг амплитудалари қуйидагичадир

$$v_m = A\omega$$

$$a_m = v_m \omega = A\omega^2$$



Тезлик фазаси кўчиш фазасидан $\pi/2$ га фарқ қилади,
Тезланиш фазаси кўчиш фазасидан π га фарқ қилади

m массали тебранаётган моддий нуқтага таъсир этувчи куч

$$a = A\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi) = \\ = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 x$$

$$F = ma$$

$$F = ma = mA\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi) = \\ = -m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -m\omega^2 x$$

Моддий нуқтага таъсир этувчи куч моддий нуқта кўчишига пропорционал ва кўчишга тескари томонга (мувозанат нуқтасига) йўналгандир

$$F = ma = -m\omega^2 x$$

Гармоник тебранаётган моддий нуқтанинг энергияси

Кинетик энергия

$$v = A\omega \cos(\omega t + \varphi + \pi/2)$$

$$v = A\omega \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\begin{aligned} K &= \frac{mv^2}{2} = \frac{mA^2\omega^2}{2} \sin^2(\omega t + \varphi) = \\ &= \frac{mA^2\omega^2}{4} (1 - \cos 2(\omega t + \varphi)) \end{aligned}$$

Потенциал энергия

$$F = ma = mA\omega^2 \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

$$F = -m\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$F = -m\omega^2 x$$

$$\begin{aligned} U &= -\int_0^x F dx = \frac{mA^2\omega^2}{2} \cos^2(\omega t + \varphi) \\ &= \frac{mA^2\omega^2}{4} (1 + \cos 2(\omega t + \varphi)) \end{aligned}$$

$$W = K + U = \frac{mA^2\omega^2}{2}$$

Тўла энергия ўзгармасдан қолади, вақт ўтиши билан фақат кинетик энергия потенциал энергияга ўтади ва тескариси содир бўлади.

Гармоник осцилляторлар

Пружинали маятник

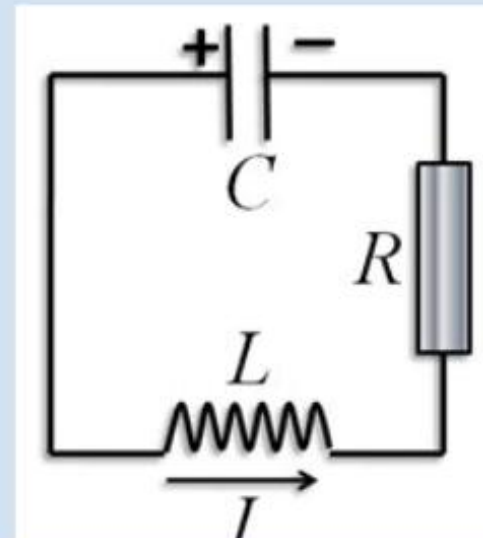
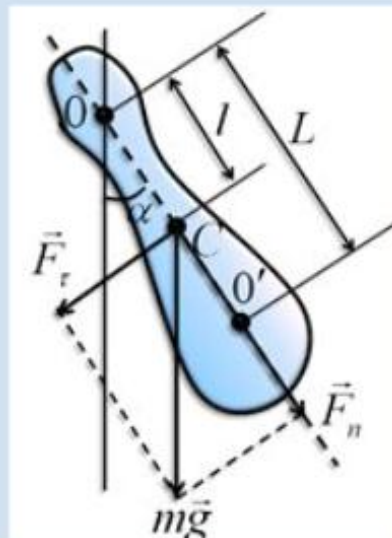
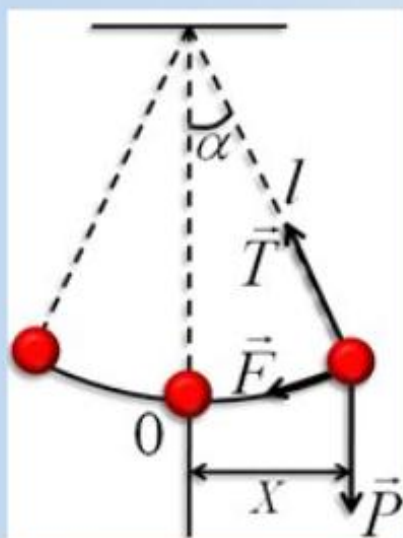
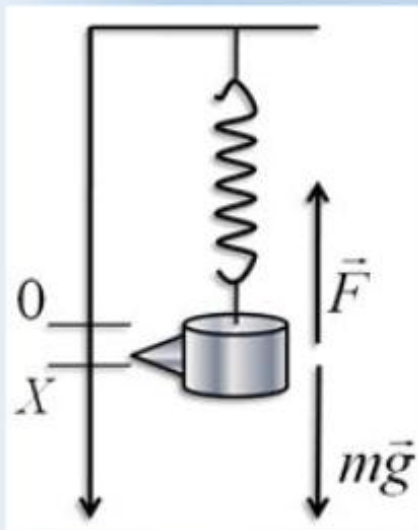
Математик маятник

Физик маятник

Электр тебраниш контури

Тебраниши қуйидаги дифференциал тенглама билан ифодаланадиган тизимлар гармоник осцилляторлар деб аталади

$$\ddot{s} + \omega^2 s = 0$$

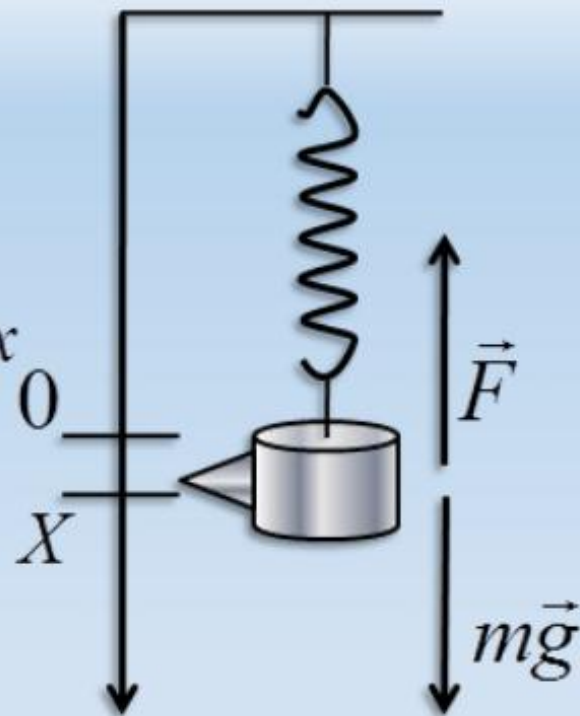


Пружинали маятник

Пружинали маятник – юқори тарафи қўзғалмас этиб қотирилган спиралли пружинанинг пастига илинган m – массали юкчадан иборатдир, у $F = -kx$ эластик куч таъсирида гармоник тебранма ҳаракат қилади

Маятникнинг ҳаракат тенгламаси

$$m\ddot{x} = -kx \quad \text{или} \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$



Частота ва давр

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Потенциал энергияси

$$U = \frac{m\omega^2 x^2}{2} = \frac{kx^2}{2}$$

Ишқаланиш кучи ҳисобга олингандаги ҳаракат тенгламаси

$$F_{TP} = -r\dot{x}$$

r – қаршилик коэффициенти

$$m\ddot{x} = -kx - r\dot{x}$$

$$\ddot{x} + \frac{r}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0$$

Математик маятник

Математик маятник – оғирлиги ҳисобга олинмайдиган l узунликдаги чўзилмайдиган ипга осилган m массали моддий нуқтадир, у оғирлик кучи таъсирида гармоник тебранма ҳаракат қилади.

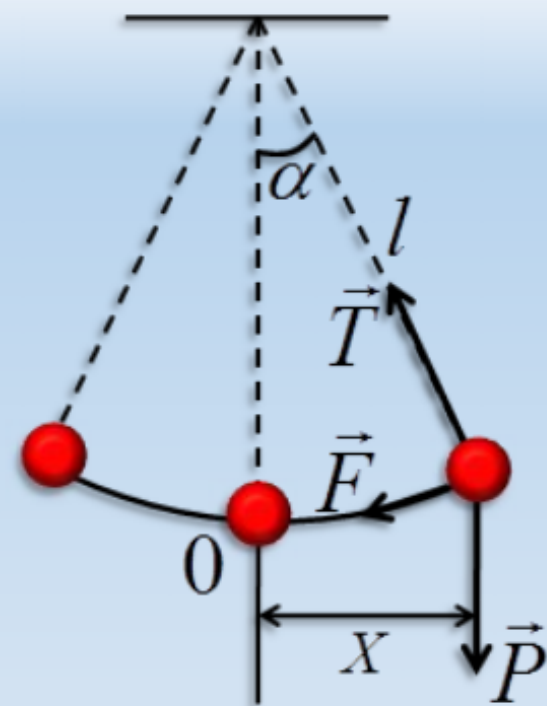
Қайтарувчи куч

$$F = P \sin \alpha \approx mg \alpha = mg \frac{x}{l}$$

Уравнение движения маятника

$$m\ddot{x} = -F = -mg \frac{x}{l}$$

$$\ddot{x} + \frac{g}{l}x = 0$$

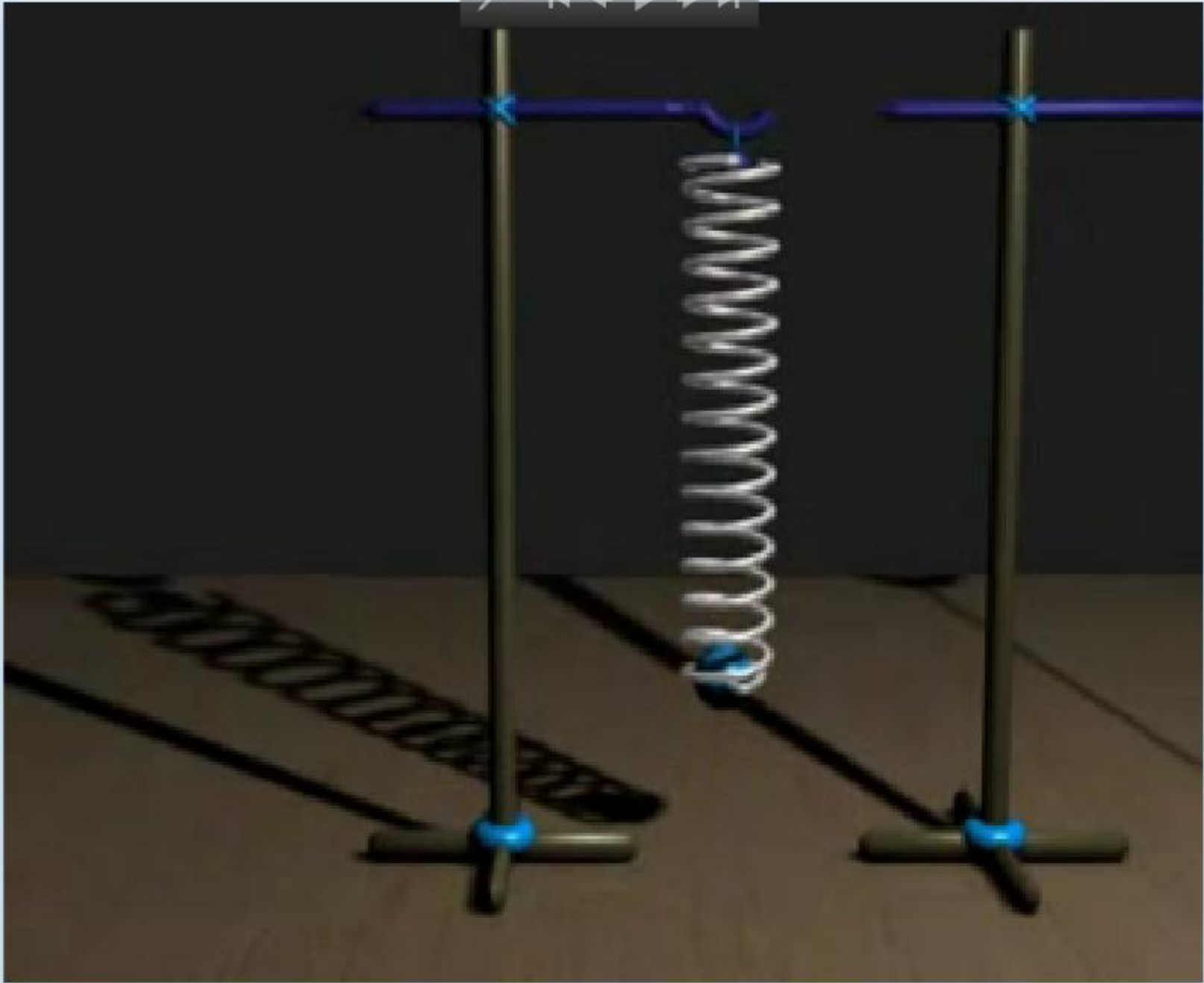


α кичик бурчакларда

$$x \approx l\alpha$$

Частота ва давр

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



Физик маятник

Физик маятник деб, жисм масса марказидан ўтмайдиган, оғирлик ўқи атропоида оғирлик кучи таъсирида тебранадиган қаттиқ жисмга айтилади.

Физик маятник мувозанат ҳолатидан α бурчакка оғдирилганда унга қуйидаги қайтарувчи куч моменти таъсир этади

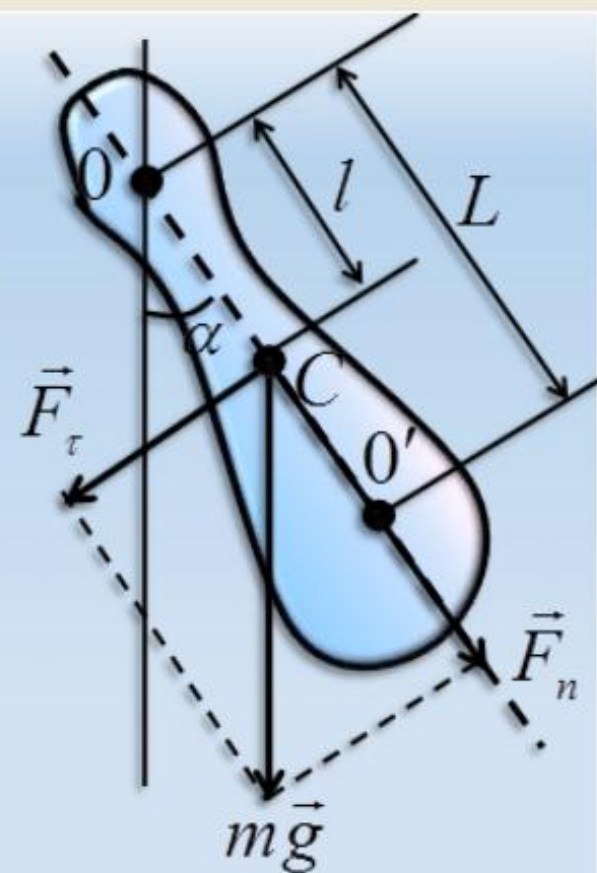
$$M = J\beta = J\ddot{\alpha}$$

Кичик бурчак остида

$$M = F_{\tau}l = -mgl \sin \alpha \approx -mgl\alpha$$

$$F_{\tau} = -mg \sin \alpha$$

- қайтарувчи куч (α бурчак ошиши йўналишига тескари бўлгани учун, минус ишора билан олинади).



Физик маятник

Физик маятник деб, жисм масса марказидан ўтмайдиган, оғирлик ўқи атропоида оғирлик кучи таъсирида тебранадиган қаттиқ жисмга айтилади.

Физик маятник мувозанат ҳолатидан α бурчакка оғдирилганда унга қуйидаги қайтарувчи куч моменти таъсир этади

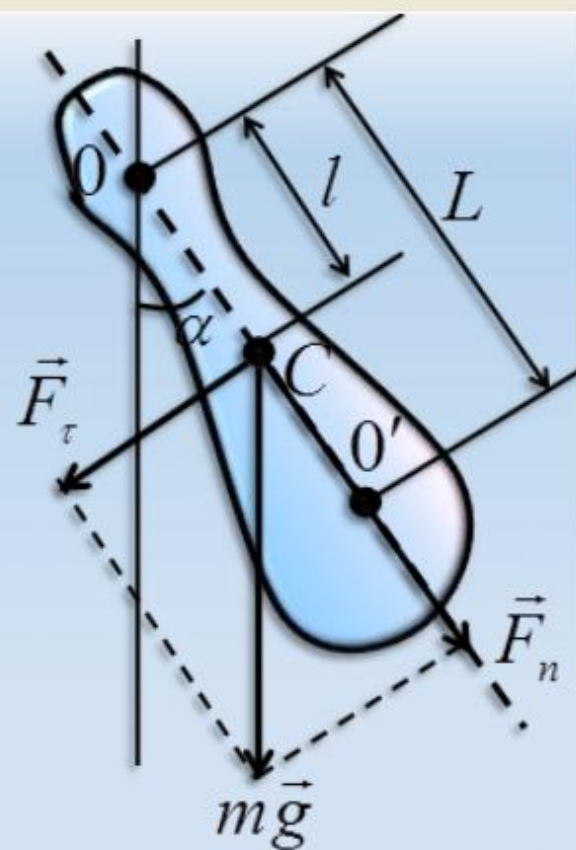
$$M = J\beta = J\ddot{\alpha}$$

Кичик бурчак остида

$$M = F_{\tau}l = -mgl \sin \alpha \approx -n$$

$$F_{\tau} = -mg \sin \alpha$$

– қайтарувчи куч (α бурчак ошиш тескари бўлгани учун, минус билан олинади).



J – O осилиш нуқтасидан ўтган ўққа нисбатан маятникнинг инерция моменти,
 l – осилиш нуқтаси ва C маятникнинг масса маркази орасидаги масофа,
 β – бурчакли тезланиш

Физик маятник

Маятникнинг ҳаракат тенгламаси

$$J\ddot{\alpha} + mgl\alpha = 0 \quad \ddot{\alpha} + \frac{mgl}{J}\alpha = 0$$

Гармоник тебранишлар тенгламаси

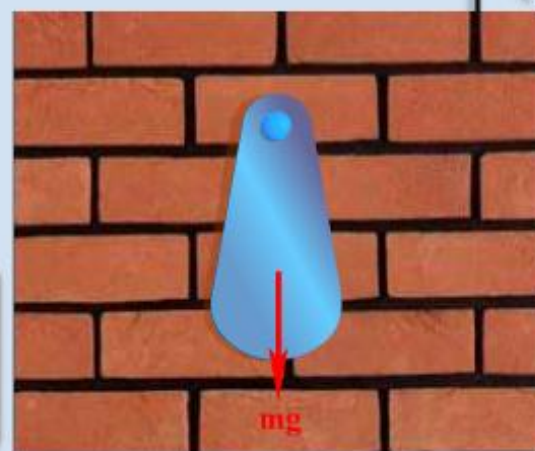
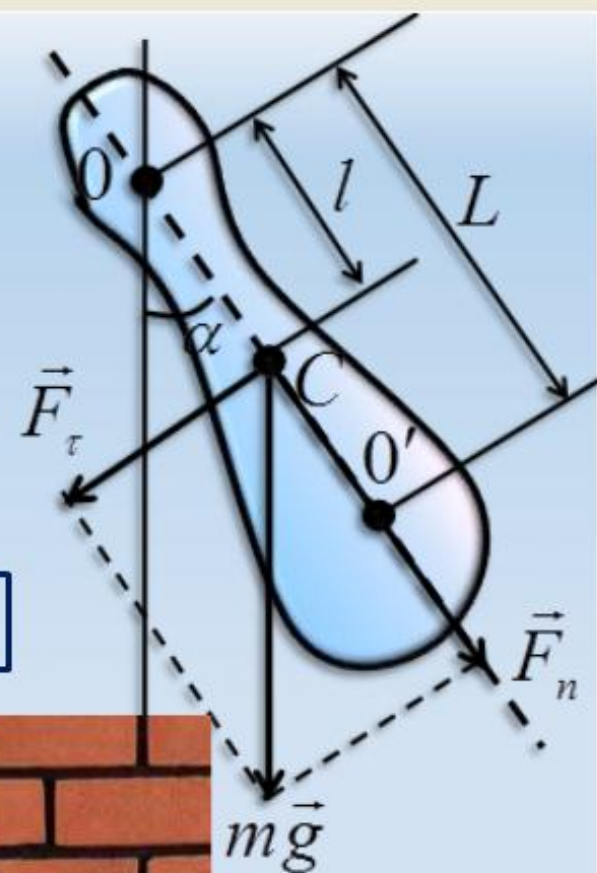
$$\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

Частота ва давр

$$\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$L = \frac{J}{ml}$$

Физик маятникнинг келтирилган узунлиги — шу физик маятник тебраниш даврига эга бўлган математик маятникнинг узунлигидир.



Электр тебраниш контури

Электр тебраниш контури деб, L индуктивли ғалтак, C сифимли конденсатор ва R қаршиликдан ташкил топган электр занжирга айтилади.

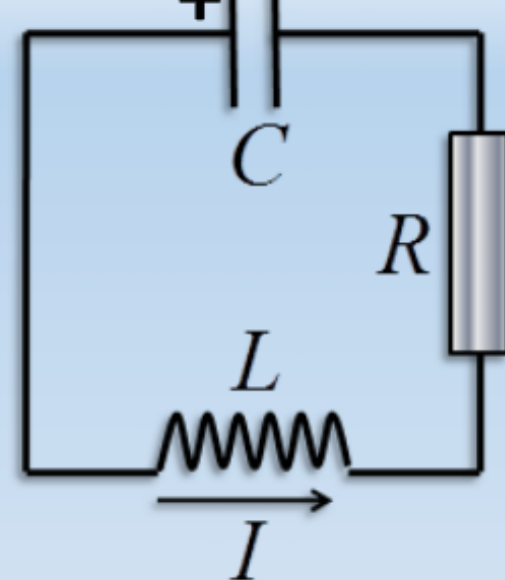
Занжирдаги заряд, ток кучи ва кучланишнинг даврий ўзгаришлари электр тебранишлар деб аталади.

Занжирнинг бир қисми учун Ом қонуни

$$IR = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{Si} \text{ или } IR = -\frac{q}{C} - L \frac{dI}{dt}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{q}{C}$$

t ихтиёрий вақт momentiда қопламалардаги потенциаллар фарқи.



Ток кучи

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Тебраниш контурида заряд тебранишининг дифференциал тенгламаси:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0 \quad \text{или} \quad \ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$$

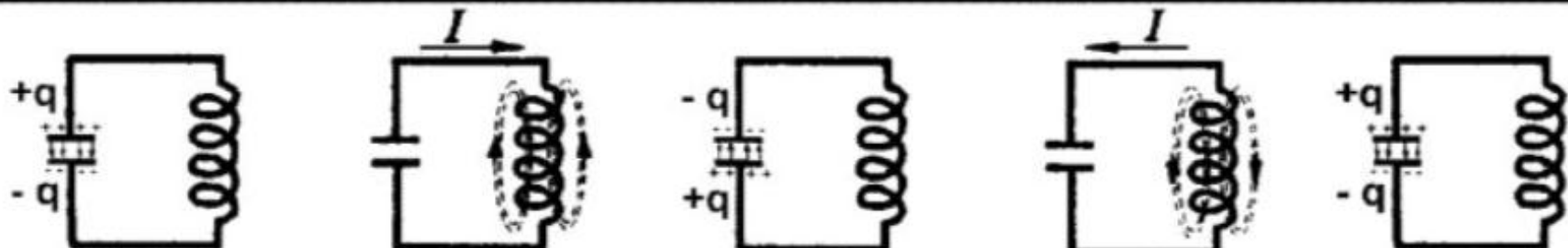
t=0

t=0.25T

t=0.5T

t=0.75T

t=T



$E=U_{max}$

$E=K_{max}$

$E=U_{max}$

$E=K_{max}$

$E=U_{max}$



Тебраниш контурида эркин гармоник тебранишлар

Заряднинг эркин гармоник тебраниши дифференциал тенгламаси



$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{LC} q = 0$$

Тенгламанинг ечими – гармоник қонун кўринишидаги заряднинг ўзгариш қонуни



$$q = q_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$$

Тебраниш даври – Томсон ифодаси



$$T = 2\pi\sqrt{LC}$$

Тебраниш частотаси



$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Гармоник қонун кўринишидаги ток кучи ва кучланишнинг ўзгариши

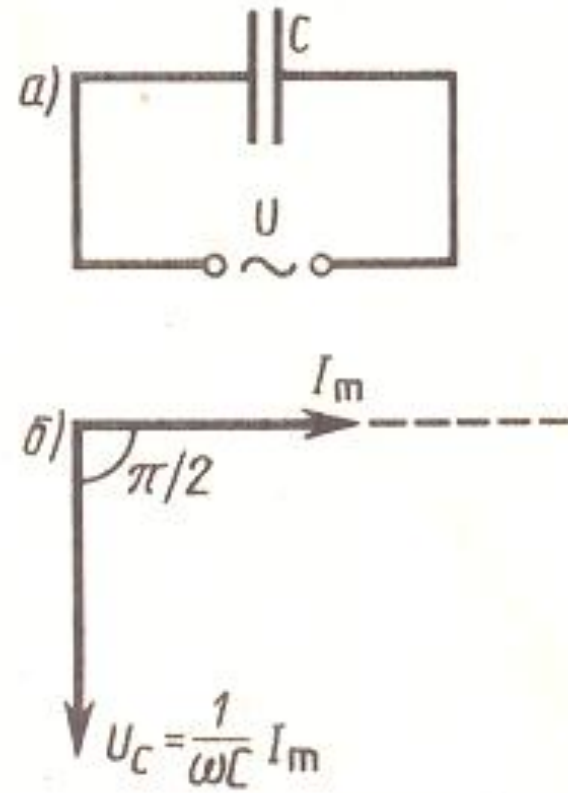
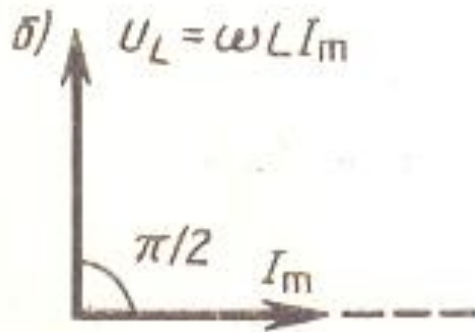
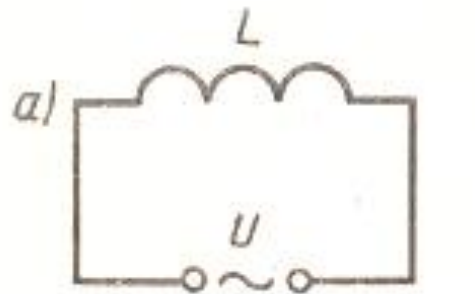
$$I = \frac{dq}{dt} = -\omega q_{\max} \sin(\omega t + \varphi) = I_{\max} \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$U = \frac{q}{C} = U_{\max} \cos(\omega t + \varphi)$$

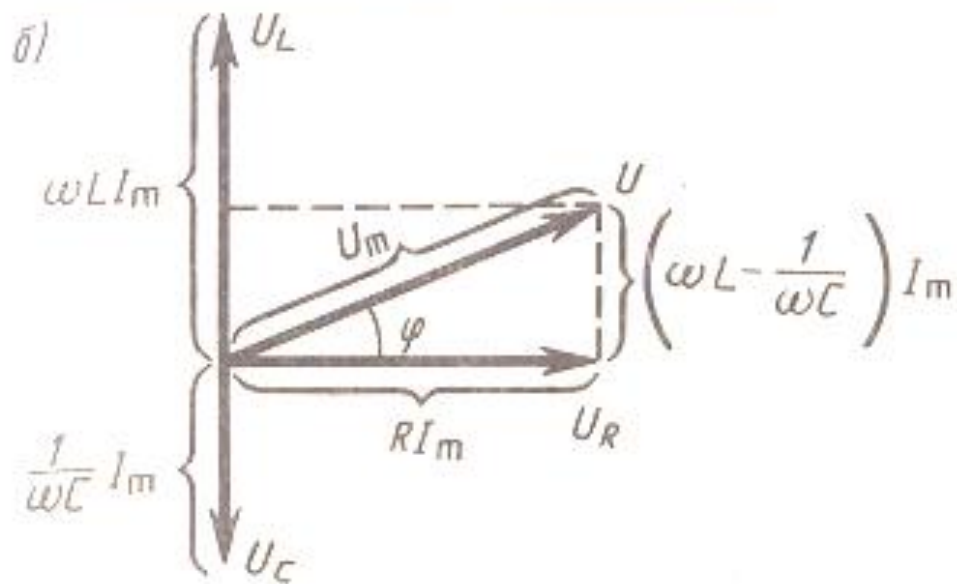
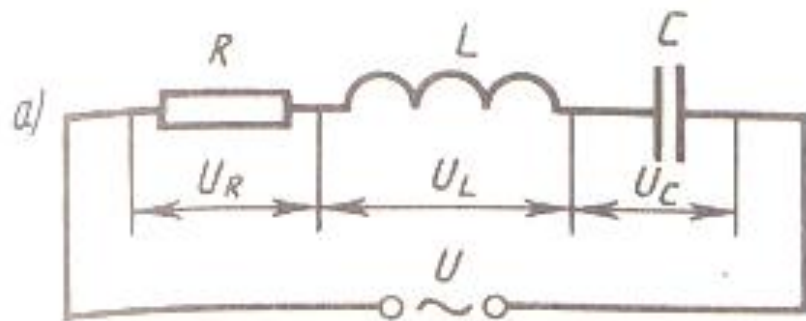
Электр ва механик катталиклар орасидаги ўхшашликлар

Электр катталиклар		Механик катталиклар	
Конденсатор заряди	$q(t)$	Координата	$x(t)$
Занжирдаги ток	$i = \frac{dq}{dt}$	Тезлик	$v = \frac{dx}{dt}$
Индуктивность	L	Масса	m
Сиғимга тескари бўлган катталик	$\frac{1}{C}$	Бикрлик	k
Конденсатордаги кучланиш	$U = \frac{q}{C}$	Эластик куч	kx
Конденсаторнинг электр майдон энергияси	$\frac{q^2}{2C}$	Пружинанинг потенциал энергияси	$\frac{kx^2}{2}$
Ғалтакнинг магнит майдон энергияси	$\frac{LI^2}{2}$	Кинетик энергия	$\frac{mv^2}{2}$
Магнит оқим	LI	Импульс	mv

O'zgaruvchan tok zanjirda induktiv va sig'im qarshiliklar



O'zgaruvchan tok zanjirda aktiv, induktiv va sig'im qarshiliklar



O'zgaruvchan tok kuchi va kuchlanishi

$$Q/C = U_C = U_m \cos \omega t.$$

$$\begin{aligned} I &= \frac{dQ}{dt} = -\omega C U_m \sin \omega t = \\ &= I_m \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \end{aligned}$$

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{[1/(\omega C)]}.$$

$$R_C = 1/(\omega C)$$

$$U_C = \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t.$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R}.$$

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}},$$

$$U = U_m \cos \omega t,$$

$$I = I_m \cos (\omega t - \varphi),$$

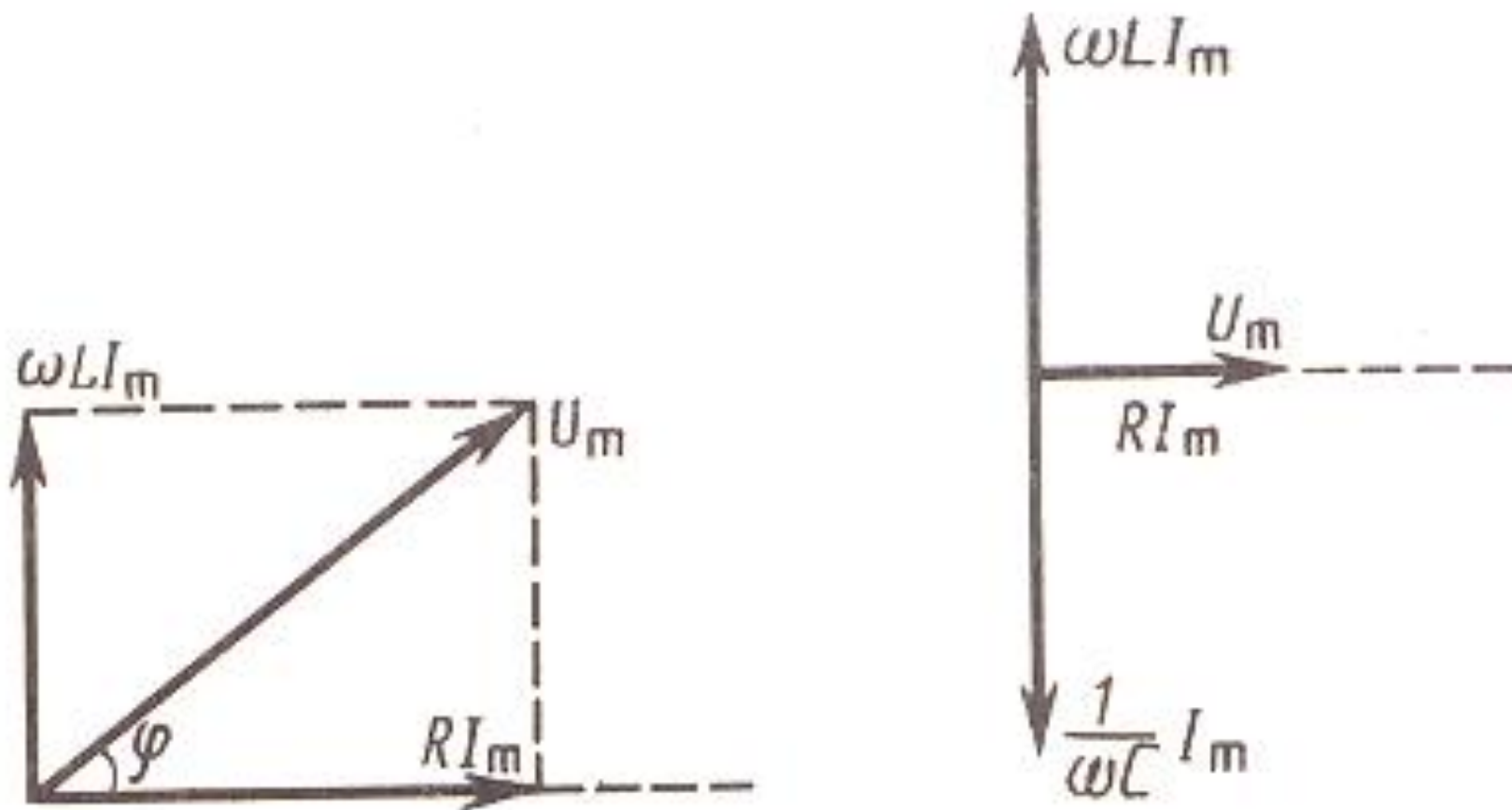
O'zgaruvchan tok zanjirda qarshiliklar

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \\ = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2}$$

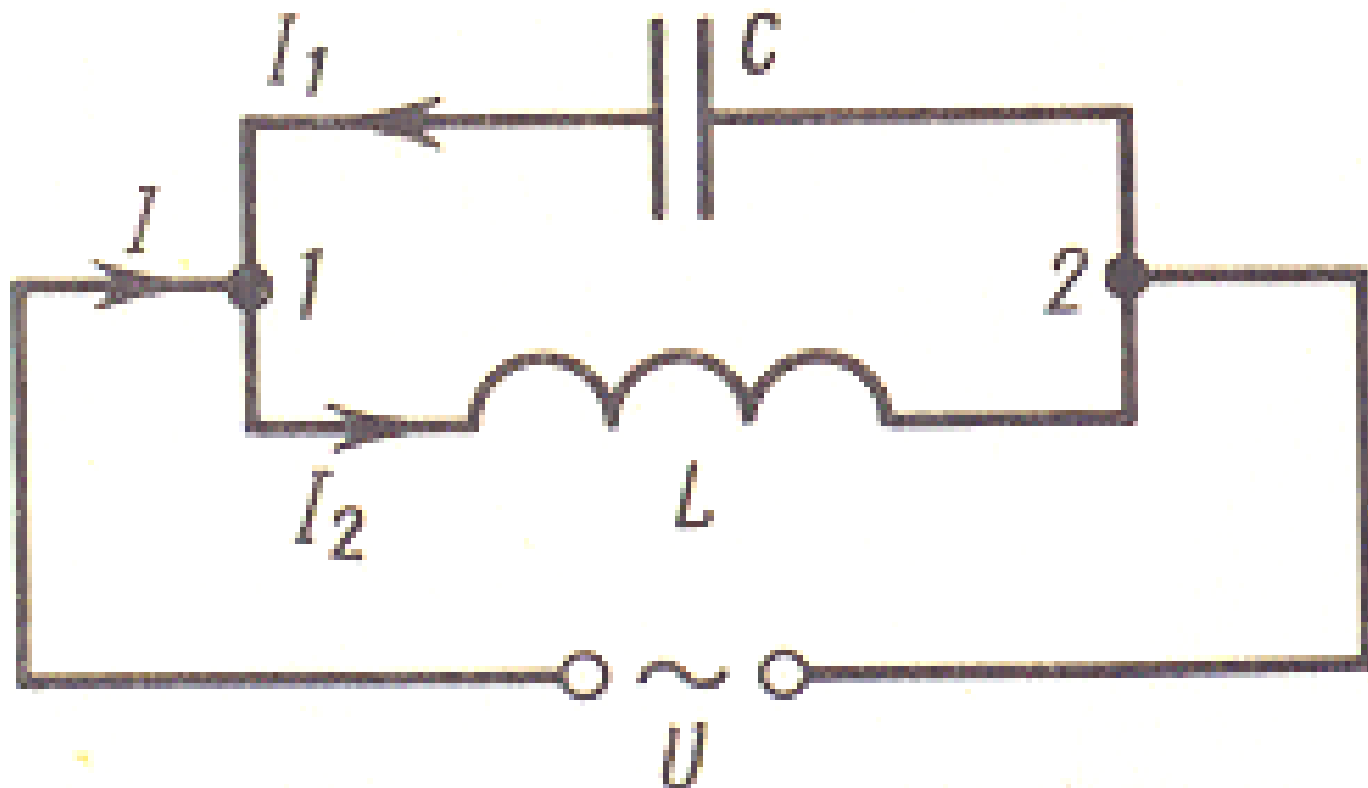
$$X = R_L - R_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

$$\begin{cases} \operatorname{tg} \varphi = \omega L/R, \\ I_m = U_m / \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}. \end{cases}$$

Tok kuchi va kuchlanish fazaviy diagrammasi



O'zgaruvchan tok zanjiri



Kuchlanish rezonansi

$$\omega L = 1/(\omega C),$$

$$\omega_{\text{pez}} = 1/\sqrt{LC}.$$

$$(U_L)_{\text{pez}} = (U_C)_{\text{pez}},$$

$$\begin{aligned}(U_L)_{\text{pez}} = (U_C)_{\text{pez}} &= \sqrt{\frac{L}{C}} I_m = \\ &= \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} U_m = QU_m,\end{aligned}$$

$$I_1 = I_{m_1} \cos(\omega t - \varphi_1),$$

$$I_{m_1} = \frac{U_m}{1/(\omega C)}.$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = -\infty,$$

$$I_2 = I_{m_2} \cos(\omega t - \varphi_2),$$

$$I_{m_2} = U_m / (\omega L).$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = +\infty.$$

$$I_m = |I_{m_1} - I_{m_2}| = U_m |\omega C - 1/(\omega L)|.$$