

КАТТИК ЖИСМ УРИЛИШИ.

Режа.

1. Механик энергияни сақланиш қонуни.
2. Каттик жисм урилиши.
3. Абсолют ноеластик урилиш.
4. Абсолют эластик урилиш.

Таянч со`з ва иборалар: кинетик, потенциал, Консерватив, ноконсерватив, энергия диссипатсияси, марказий урилиш, эластик, ноеластик, тикланиш коэффитсиенти, деформатсия.

Механик энергиянинг сақланиш қонуни. Н та жисмда иборат тизим ёпиқ тизимни ташкил этаётган бо`лсин. Тизимдаги жисм масаларини m_1, m_2, \dots, m_n , ҳар бир жисмнинг фазодаги вазиятини аниқловчи радиус-векторларни $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$ ва ҳар бир и-жисмга тизимдаги бошқа жисмларнинг ко`рсатаётган таъсир кучларини $\vec{F}_{i1}, \vec{F}_{i2}, \dots, \vec{F}_{in}$ деб белгилайлик ва бу кучлар фақат консерватив кучлардан иборат бо`лсин, и-жисм учун Нютоннинг иккинчи қонунини тадбиқ этилса, қуйидаги ифодага эга бо`линади:

$$m_i \frac{d\vec{g}_i}{dt} = \vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \vec{F}_{i3} + \dots + \vec{F}_{in} \quad (1)$$

Кузатилаётган и-жисм шу таъсир этаётган кучлар туфайли дт вақт ичида dr_i силжиган бо`лсин, (1) нинг иккала қисмини dr_1 га скаляр ко`пайтирамиз:

$$m_i \frac{d\vec{g}_i}{dt} d\vec{r}_i = (\vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \vec{F}_{i3} + \dots + \vec{F}_{in}) d\vec{r}_i \quad (2)$$

бунда, $\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{g}_i$ эканлигини эътиборга олиб (2) формулани қуйидагича ёзамиз:

$$m_i g_i d g_i - (\vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \vec{F}_{i3} + \dots + \vec{F}_{in}) d\vec{r}_i = 0 \quad (3)$$

бундай формулаларни тизимдаги барча жисмлар учун ёзиб, уларни мос равишда қо`шиб чиқсак:

$$\sum_{i=1}^N m_i g_i d g_i - \sum (\vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \vec{F}_{i3} + \dots + \vec{F}_{in}) d\vec{r}_i = 0 \quad (4)$$

Ҳосил бо`лади. Бу формуладаги $m_i \vec{g}_i d\vec{g}_i$ и-жисм кинетик энергиясининг, $\sum_{i=1}^N m_i \vec{g}_i d\vec{g}_i$ эса, тизим кинетик энергиянинг о`згаришини ифодалайди, яъни:

$$\sum_{i=1}^N m_i \vec{g}_i d\vec{g}_i = dE_k \quad (5)$$

(4) ифодадаги $(\vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \dots + \vec{F}_{in})d\vec{r}_i$ и- жисмга таъсир қилаётган консерватив кучларнинг бажарган иши бўлиб, бу катталиқ иккинчи томондан жисм потенциал энергиясининг о`згаришига тенг.

Кузатилаётган ҳолда иш мусбат катталиқдан иборат бўлиб, бу жисм потенциал энергиясининг камайиши ҳисобига бажарилади, шунинг учун

$$-(\vec{F}_{i1} + \vec{F}_{i2} + \dots + \vec{F}_{in})d\vec{r}_i = dE_p$$

натижада (4) ифодани қуйидагича ёзиш мумкин.

$$dE_k + dE_n = 0, \quad d(\mathcal{E}_k + \mathcal{E}_n) = 0, \quad \mathcal{E}_k + \mathcal{E}_n = \text{const} \quad (6)$$

Бунда, $\mathcal{E}_k + \mathcal{E}_n = 0$ - тизимнинг то`ла механик энергияси.

Демак, берк тизимда фақат консерватив кучлар мавжуд бўлса, тизимнинг то`ла механик энергияси о`згармас қийматга эга бўлиб қолади. Бу механик энергиянинг сақланиш қонунидир.

Агар берк тизим консерватив кучлардан ташқари ноконсерватив кучлар (мисол учун ишқаланиш кучлари) ҳам мавжуд бўлса, тизимнинг то`ла механик энергияси вақт о`тиши билан камайиб боради.

Ноконсерватив кучларнинг бажарган иши туфайли тизим механик энергиясининг камайиши энергиянинг диссипатсияси (исроф бўлиши) дейилади.

Каттик жисм урилиши. Жисмнинг бошқа бир жисм билан то`қнашиши натижасида ҳаракат ҳолатини то`сатдан о`згариши урилиш дейилади.

Урилиш жараёнини 2 фазага бўлиб қараш мумкин.

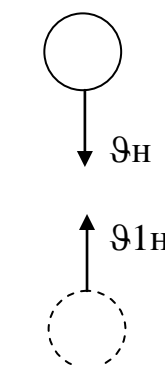
1. Урилган жисмлар деформатсияланиб бир- бирига яқинлаша боргунча.

2. Деформатсияланган жисмлар бир-биридан ажралиб илгариги ҳолатига қайтиб келгунча давом этади.

Агар жисмнинг урилишидан олдинги тезлиги \mathcal{Q}_n , урилишидан кейинги тезлиги \mathcal{Q}_n^1 бўлса, $\epsilon = \mathcal{Q}_n^1 / \mathcal{Q}_n$ катталиқ тикланиш коэффитсиенти деб аталади.

Абсолют ноэластик урилиш. Абсолют ноэластик жисмлар урилиши учун тикланиш коэффитсиенти нолга тенг, яъни $\epsilon = 0$.

Массалари m_1 ва m_2 урилишга қадар тезликлари \mathcal{Q}_1 ва \mathcal{Q}_2 урилишдан кейинги тезликлари эса \mathcal{Q}_1^1 ва \mathcal{Q}_2^1 бўлган шарлар то`ғри марказий то`қнашганда импульсни сақланиш қонунига асосан:



$$m_1 g_1 + m_2 g_2 = m_1 g_1^1 + m_2 g_2^1 \quad (1)$$

Ҳар иккала жисм урилишдан со`нг, бир бутун жисмдек бир ҳил тезлик $g_1^1 = g_2^1 = u$ билан ҳаракатланади, шунинг учун (1) дан урилишдан со`нг шарнинг тезлиги:

$$u = \frac{m_1 g_1 + m_2 g_2}{m_1 + m_2} \quad (2)$$

эластик бо`лмаган жисмлар урилишигача кинетик энергия $E_k = \frac{m_1 g_1^2}{2} + \frac{m_2 g_2^2}{2}$ бо`лса, урилишдан со`нг : $E_k = \frac{(m_1 + m_2) u^2}{2}$ га тенг бо`либ қолади.

Демак, кинетик энергиянинг сарфланган қисми ёки деформатсия иши

$$E = E_k - E_k^1 = \frac{m_1 g_1^2}{2} + \frac{m_2 g_2^2}{2} - \frac{(m_1 g_1 + m_2 g_2)^2}{2(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)} \cdot (g_1 + g_2)^2 \quad (3)$$

Амалда урилиш икки ҳил мақсад учун қо`ланилади.

1. Жисм шаклини о`згартириш (деформатсиялаш) мақсадида масалан, штамповка қилиш, жисмни ҳар хил шакл бериш ва хоказо. Формуладан қо`риниб турибдики, бу мақсад учун қо`зг`алмас жисмнинг массаси m_1 , урувчи жисмнинг массасидан (m_2) дан каттароқ бо`лгани қулайроқ.

2. Урилишдан со`нг жисмларни силжиши ва шу орқали қаршиликларини енгил мақсадида, масалан, қозикни қо`иб ерга киритиш, мих қо`йиш ва хоказо.

Абсолют эластик жисмлар урилиши. Бундай урилишда $\epsilon=1$,

Масалалар m_1 ва m_2 тезликлари V_1 ва V_2 бо`лган абсолют эластик жисмлар бир ҳил ё`налишда илгариланма ҳаракат қилаётган бо`лсин. Энергияни сақланиш қонунига асосан:

$$\frac{m_1 g_1^2}{2} + W_{II1} + \frac{m_2 g_2^2}{2} + W_{II2} = \frac{m_1 g_1^{12}}{2} + W_{II1} + \frac{m_2 g_2^{12}}{2} + W_{II2} \quad (5)$$

Шарлар горизонтал текисликда ҳаракатлангани учун уларни потенциал энергиялари о`згармайди.

$$W_{II1} + W_{II2} = W_{II1}^1 + W_{II2}^1 \quad (6)$$

У ҳолда (5) дан

$$m g_1^2 + m_2 g_2^2 = m_1 g_1^1 + m_2 g_2^1 \quad (7)$$

Импулсни сақланиш қонунига асосан:

$$m g_1 + m_2 g_2 = m_1 g_1^1 + m_2 g_2^1 \quad (8)$$

(7) ва (8) дан

$$v_1^1 = \frac{v_1 (m_1 - m_2) + 2m_2 g_2}{m_1 + m_2}$$

$$v_2^1 = \frac{v_2 (m_2 - m_1) + 2m_1 g_1}{m_1 + m_2}$$

Баъзи бир хусусий ҳолларини қо`райлик.

1. Иккала жисмнинг массалари бир-бирига тенг ($m_1=m_2$). У ҳолда

$$v_1^1=v_2 \text{ ва } v_2^1=v_1$$

яъни, шарлар урилишдан со`нг о`з тезликларини айирбошлайдилар.

2. $m_1 \gg m_2$ ва $v_1=0$ бо`лсин.

У ҳолда $v_2^1=-v_1$ ва $v_1^1=0$.

Демак, ко`зг`алмай турган катта жисм тинч ҳолатини сақлаб қолади, унга урилган кичик жисм аввалги тезлиги билан сапчиб орқага қайтади.

НАЗОРАТ САВОЛЛАРИ.

1. Механик энергияни сақланиш қонуни.
2. Энергия диссипатсия.
3. Каттик жисмларнинг абсолют эластик урилиши.
4. Каттик жисмларнинг абсолют ноэластик урилишлари.

АДАБИЁТЛАР

- | | |
|--------------------------|-----------------|
| 1. А-1. 67-99. | 5. А-5. 24-30. |
| 2. А-2. 109-112, 149-154 | 6. А-6. 24-26 |
| 3. А-3. 58-70 | 7. А-7. 133-164 |
| 4. А-4. 70-84 | 8. А-8. 34-39 |

6- МАЪРУЗА

АЙЛАНМА ҲАРАКАТ ДИНАМИКАСИ.

Режа

1. Жисмнинг айланма ҳаракати.
2. Куч моменти.
3. Инерсия моменти.
4. Айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонуни.
5. Импульс моменти ва уни сақланиш қонуни.

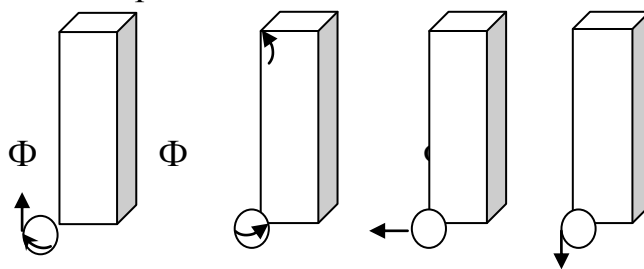
Таянч сўз ва иборалар: айланма ҳаракат, каттик жисм, куч елкаси. куч моменти, импульс, инерсия моменти, Штейнер теоремаси, бурчакли тезлик, оғирлик кучи, кориолис кучи.

Жисмни айланма ҳаракати. Айланама ҳаракат деб шундай ҳаракатга айтиладики, бунда жисм барча нуқталарининг траекториялари, маркази айланиш о`ки дейилувчи битта чизиқда бо`лган концентрик айланалардан иборат бо`лади. Каттик жисмни айланма ҳаракатга келтириш учун унга бирор куч таъсир этиши керак. Лекин каттик жисм ҳар қанадай ё`налишидаги куч таъсирида ҳам айланавермайди:

А) жисм соат стрелкаси бўйлаб айланади.

Б) соат стрелкасига қарши йўналишда жисм айланади

В)



Г) жисм айланмайди.

а б в г

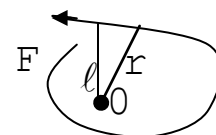
Каттик жисмнинг айланма ҳаракатини динамика нуқтаи назардан текширилганда куч тушунчаси билан бир қаторда куч моменти тушунчаси, масса тушунчаси билан бир қаторда инерсия моменти тушунчаси ҳам киритилади.

Куч моменти. Айланиш оқиға эга бўлган бирор жисмга куч таъсир этганда унинг қандай ҳаракат қилиши фақат бу кучнинг сон қийматига боғлиқ бўлмай, унинг ёналиши ва қўйилишига ҳам боғлиқ. Буларнинг ҳаммасини биргаликда ҳисобга олиш учун куч моменти катталиги қабул қилинган.

Кучнинг ихтиёрий қозғалмас 0 нуқтага нисбатан моменти (M) деганда 0 нуқтадан кучнинг қўйилиш нуқтасига отказилган радиус вектор (p) ва Ф кучнинг вектор қопайтмаси тушунилади, яъни

$$M = [p \bullet \Phi]$$

M векторининг модули $M = \Phi \sin \alpha = \Phi \ell$

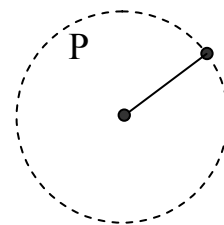


Бунда $\ell = r \sin \alpha$ бўлиб у кучнинг таъсир чизигига

0 нуқтадан отказилган перпендикулярдир, буни Ф кучнинг 0 нуқтага нисбатан елкаси дейилади.

Инерсия моменти. Бирор m массали нуқтавий жисмнинг айланиш оқиғага нисбатан инерсия моменти деб унинг массасини

айланиш радиусининг квадратиға қопайтмаси билан ифодаланувчи катталикка айтилади. $I = mR^2$ каттик жисмнинг инерсия моменти унинг қисмлари инерсия моментларининг йигиндисига тенг.

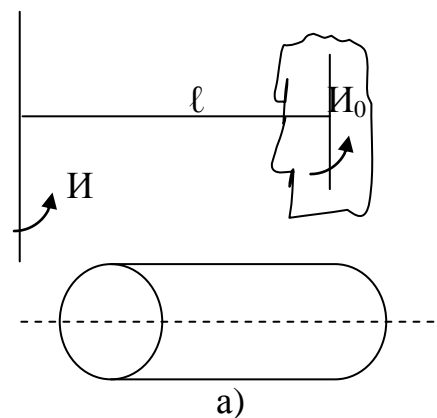


$$I = \sum_{i=1}^n \Delta I_i = \sum \Delta m_i \cdot R_i^2$$

Жисмнинг массалар марказидан оتماйдиган ихтиёрий оқага нисбатан инерсия моменти I шу оқага паралел бўлган ва жисмнинг масса маркази орқали отувчи оқага нисбатан инерсия моменти I_0 билан жисмнинг m массасининг оқлар орасидаги ℓ масофа квадратиға қопайтмасининг йигиндисига тенг

$$I = I_0 + m\ell^2$$

бу Гюйгенс-Штейнер теоремаси.



Турли шаклдаги жисмлар инерсия моментлари.

1. Девори жуда юпка трубанинг OO^1 симметрия оқиғага нисбатан инерсия моменти (а) $I = mR^2$

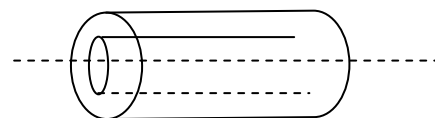
2. Девори кáлин трубанинг OO^1 семметрия о`кига нисбатан инерсия моменти (б) $I = m(P_1^2 + P_2^2)/2$

3. Бутун шарнинг массалар марказидан о`тувчи о`ка нисбатан инерсия моменти $I = 2mR^2$

4. Юпкá деворли ичи бо`шкá шарнинг массалари марказидан о`тувчи о`ка нисбатан инерсия моменти $I = \frac{2}{3}mR^2$

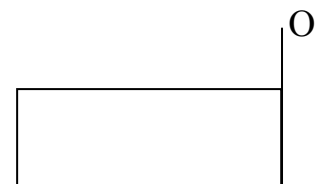
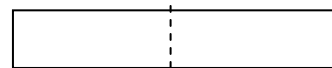
5. l узунликдаги ингичка стерженнинг узунлигига тик ва массалар марказидан о`тувчи OO^1 о`ка нисбатан инерсия моменти $I = ml^2/12$

6. l узунликдаги ингичка стерженнинг узунлигига тик ва унинг бир учидан о`тувчи OO^1 о`ка нисбатан инерсия моменти $I = ml^2/3$



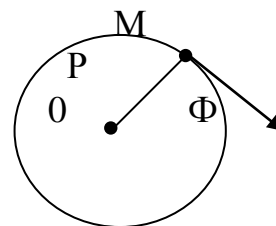
б)

O



l

с)



Айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонуни.

Массаси m бо`лган нуқтавий жисм тангенциал куч F таъсирида радиуси R бо`лган айлана бо`йлаб ҳаракатланаётган бо`лсин. Нютоннинг

ИИ-қонунига асосан

$$F = ma_t \quad (1)$$

Бунда $a_t = R$ бо`лгани учун

$$F = mR \quad (4)$$

Бу ифодани иккала тамонини радиус R га ко`пайтирамиз.

$$FR = mR^2$$

Маълумки $FR = M$ куч моменти, $mR^2 = I$ инерсия моменти бо`лгани учун

$$M = I\epsilon$$

Бу айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонуни ёки айланма ҳаракат учун Нютонни ИИ- қонуни дейилади

Импулс моменти ва уни сақланиш қонуни. Ко`зг`алмас о`к атрофида айланма ҳаракат қиладиган жисм берилган бо`лсин. Шу жисмга F куч ко`йилган бо`лса, куч моменти $M = I\epsilon$ $\epsilon = \Delta \omega / \Delta t$ бо`лгани учун $M = \frac{I\Delta\omega}{\Delta t}$

у ҳолда $M \Delta t = I \Delta \omega = \Delta (I\omega)$

$$M \Delta t = \Delta (I\omega)$$

бунда $M \Delta t$ каттик жисмга таъсир қиладиган кучлар моментининг импулси дейилади. $I\omega = L$ ко`зг`алмас о`к атрофида айланаётган каттик жисмнинг импулс моменти дейилади.

$$M \Delta t = \Delta L \quad \text{ёки} \quad M dt = dL$$

бунда $M = \frac{\Delta L}{dt}$ бо`либ, жисмнинг айланиш о`кига нисбатан импулс моментининг ҳосиласи ко`ша о`ка нисбатан куч моментига тенг. Маълумки

бирор о`к атрофида айланаётган каттик жисм учун динамикасининг асосий қонуни

$$M = \frac{\Delta L}{dt}$$

бу ерда $L=I\omega$ агар ташқи кучлар моменти M нолга тенг бо`лса у ҳолда

$$\frac{dL}{dt} = 0, \quad L = \text{сонст}, \quad I\omega = \text{сонст} \quad (2)$$

яъни импульс моменти о`згармас бо`лади (2) га асосан берилган тизимнинг инерсия моменти неча марта ортса бурчак тезлиги ҳам шунча камаяди ёки аксинча. Бу импульс моментининг сақланиш қонуни дейилади.

Назорат саволлари

1. Айланма ҳаракат ва уни ҳарактерловчи катталиқлар.
2. Куч моменти, нима ва нималарга бог`лиқ
3. Инерсия моменти, у нималарга бог`лиқ.
4. Айланма ҳаракат динамикасининг асосий қонуни
5. Импульс моменти
6. Импульс моментини сақланиш қонуни.

АДАБИЁТЛАР

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| 1. А-1. 46-58, 100-142. | 5. А-5. 31-40, 46-50 |
| 2. А-2. 56-67, 78-84. | 6. А-6. 27-32. |
| 3. А-3. 75-92 | 7. А-7. 165-203 |
| 4. А-4. 85-129 | 8. А-9. 40-54 |