

6- ЛАБОРАТОРИЯ ИШИ

ПРУЖИНАЛИ МАЯТНИКНИНГ ТЕБРАНИШИНИ ЎРГАНИШ

Ишнинг мақсади: Пружинали маятник тебранишини ўрганиш орқали унинг тебраниш даври, пружина бикрлиги ва сўнар тебранишнинг логарифмик декрементини аниқлаш.

Керакли асбоб ва материаллар: 1. Шкалали тагликка ўрнатилган пружинали маятник
2. Секундомер
3. Ҳар хил массали юклар

НАЗАРИЙ МУҚАДДИМА

Ўзаро боғланиб, тебрана оладиган жисмлар тўпламига тебраниш системаси дейилади. Энг оддий тебраниш системаси пружинали маятник (1-расм) ни кўрайлик.

Пружинали маятник (m) массали юклар осилган эластик пружинадан иборат. Юк массасига нисбатан пружина массасининг жуда кичик бўлгани учун ҳисобга олинмайди. Пружинага юк осилган вақтдаги яъни бошланғич узунлиги l_0 га тенг бўлса, унга юк осилган вақтда Δl га чўзилади ва бунини пружинанинг статик узайиши дейилади. Осилган юк оғирлиги пружина эластиклик кучига тенг бўлган вақтда маятник мувозанат ҳолатда бўлади.

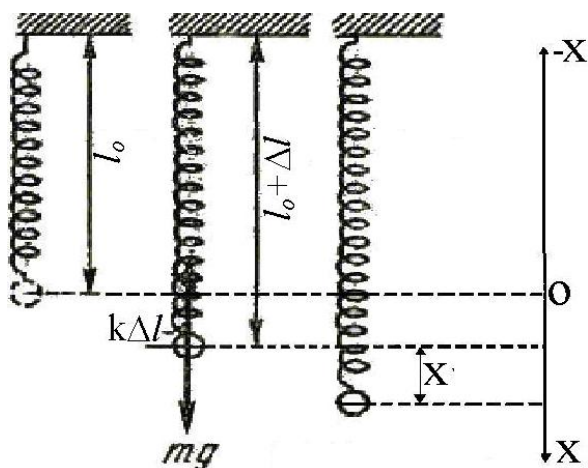
$$mg=k\Delta l \quad (1)$$

Юкни мувозанат вазиятидан пастга (X) масофага силжитайлик. Бу вақтда пружина $\Delta l+x$ га узайиб, қиймати унча катта бўлмаганлиги учун Гук қонунига бўйсунди ва бу вақтда юкка таъсир этувчи натижавий куч

$$F=mg-k(\Delta l+x)$$

га тенг бўлади.(1) ни эътиборга олганда

$$F=-kx \quad (2)$$



1-расм. Пружинали маятник

га тенг бўлади.

Минус ишора силжиш кучга қарама-қарши йўналганлигини ифодалайди. Шундай қилиб, юкни мувозанат вазиятидан силжитилган вақтдаги натижавий куч силжиш катталигига пропорционал бўлиб мувозанат вазияти томон йўналди.

Бу куч юкни мувозанат вазиятига қайтаришга интилгани учун у қайтариш куч, (2) даги (K) ни қайтарувчи куч коэффиценти дейилади.

Пружинали маятникда қайтарувчи куч вазифасини эластиклик кучи, қайтарувчи куч коэффиценти вазифасини пружина бикрлиги бажаради.

Пружина узунлиги бир бирликка ўзгарган вақтдаги пружинани деформацияловчи кучга сон қиймати жихатидан тенг бўлган катталикка пружинанинг бикрлик коэффиценти дейилади.

Юкни мувозанат вазиятидан пастга $x_0=A_0$ масофага силжитиб қўйиб юборилганида, у вертикал тебранма ҳаракатланади. Юкка қисқа вақт оралиғида ҳавонинг қаршилиқ кучини ҳисобга олинмаса ҳам бўлади. У вақтда юк ҳаракат тенгламаси Ньютонинг иккинчи қонунига асосан

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad (3)$$

га тенг бўлади. Бу вақтдаги сижиш (X) вақтга боғлиқ

$$x=A_0 \sin \omega t \quad (4)$$

қонуни асосида ўзгаради.

Бу ерда A_0 - амплитуда, максимал силжиш

ω - тебранишнинг циклик частотаси

T - тебраниш даври.

(4) тенглама (3) тенгламани ечими бўлиб, у оддий гармоник тебранма ҳаракатнинг дифференциал тенгламасидир. Юкни x - масофага силжитиш учун эластик кучи $F=-kx$ га қарши

$$A = \int_0^x (-F) dx = \int_0^x kx dx = \frac{kx^2}{2}$$

иш бажариш керак. Бу иш тебраниш системасининг потенциал энергиясини ҳосил этишга сарф бўлади. Мувозанат вазиятидаги потенциал энергияси нолга тенг. Десак, юкни (x) га силжитишда система

$$E_n = \frac{kx^2}{2} \quad (5)$$

потенциал энергияга эга бўлади. Юк мувозанат вазиятидан энг катта силжиган ($x=A_0$) вақтда система энг катта потенциал энергияга эга бўлади, яъни

$$E_n = \frac{kA_0^2}{2} \quad (6)$$

Юк мувозанат вазиятидан ўтаётган ($x=0$) вақтда эса, система энг катта кинетик энергияга эга бўлади:

$$E_k = \frac{m\vartheta_{\max}^2}{2}$$

бу ерда $\vartheta = \frac{dx}{dt} = A_0\omega \cos \omega t$; $\vartheta_{\max} = A_0\omega$ да

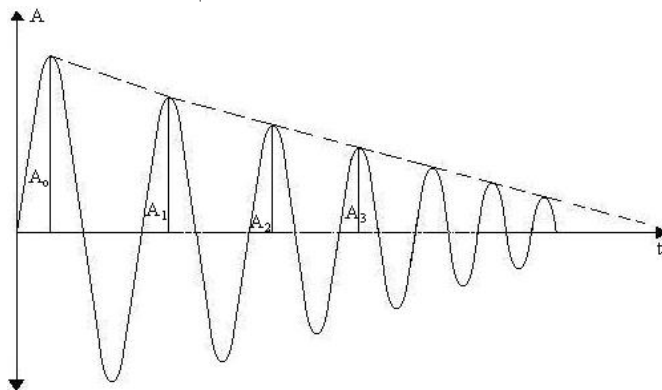
$$E_k = \frac{mA_0^2\omega^2}{2} \quad (7)$$

Ишқаланиш кучларини ҳисобга олинмаса ҳам бўлади, у вақтда энергиянинг сақланиш қонуни бўйича

$$E_n = E_k \quad \text{ёки} \quad \frac{kA_0^2}{2} = \frac{m}{2} A_0^2 \omega^2$$

Ундан $k = m\omega^2$ ёки $k = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$ ва $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Шундай қилиб, эластик пружинага осилган жисм тебраниш даври юк оғирлиги ва амплитудага боғлиқ бўлмай фақат юк массаси ва пружинанинг бикрлик коэффицентига боғлиқ экан.



2-расм. Сўнар тебранишлар графиги

Секин тебранма ҳаракат қилаётган юкнинг ҳаракат тезлиги қаршилик кучига пропорционал ўзгаради.

$$F_{\text{кар}} = -r\vartheta = -r \frac{dx}{dt}$$

Текширилаётган вақт каттароқ (бир неча секунддан ошиқ) бўлганда эса юкни тебранма харакатига ҳаво қаршилиқ кўрсатиш сезиларли бўлиб, вақт ўтиши билан тебраниш амплитудаси камая боради. Бундай тебранишлар сўнар тебранишлар дейилади (2-расм). Шу сабабли юкни сўнар тебранма харакат тенгламаси

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx - r \frac{dx}{dt} \quad \text{га тенг бўлади.}$$

Тебраниш амплитудаси экспоненциал қонун бўйича камая боради ва t вақт моменти учун

$$A = A_0 e^{-\beta t} \quad \text{га тенг бўлади.}$$

A_0 - бошланғич амплитуда
 e – натурал логарифм асоси
 β - сўниш коэффициентини.

Бир биридан бир давр орқада қолган натурал логарифмлар иккита амплитудасининг нисбатига сўнишнинг логарифмик декременти дейилади.

$$\Delta = \ln \frac{A_{n-1}}{A_n} = \ln \frac{A_0 e^{-\beta t}}{A_0 e^{-\beta(t+T)}} = \beta T$$

Бир даврга орқада қолган тебранишлар амплитудаси бир биридан жуда оз фарқ этади шу сабабли сўниш коэффициентини аниқроқ ҳисоблаш учун бир биридан « n » даврга фарқ этувчи тебраниш амплитудалари ўлчанади. Тенглик нисбатлари:

$$\frac{A_0}{A_1} = e^{\beta T}; \quad \frac{A_1}{A_2} = e^{\beta T}; \quad \frac{A_{(n-1)}}{A_n} = e^{\beta T}$$

ни кўпайтирсак

$$\frac{A_0}{A_1} \cdot \frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{A_2}{A_3} \dots \frac{A_{(n-1)}}{A_n} = e^{\beta T} \cdot e^{\beta T} \dots e^{\beta T} = (e^{\beta T})^n \quad \text{ҳосил}$$

бўлади.

Демак,

$$\ln \frac{A_0}{A_n} = n\beta T \quad (9)$$

(n) қанчалик катта бўлса, (β) сўниш кўрсаткичи шунчалик аниқ ҳисобланади.

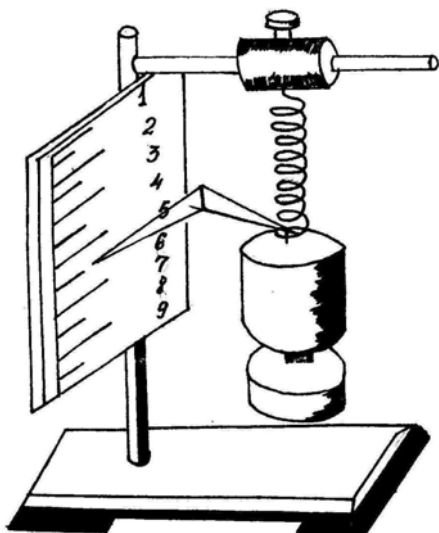
ҚУРИЛМА ТУЗИЛИШИ ВА ИШНИ БАЖАРИШ ТАРТИБИ

Цилиндр шаклдаги спиралсимон пружинага осилган юк (m) пружинали маятникдир (3-расм). Юк тебраниш амплитудасини визер ёрдамида вертикал шкала бўйича ҳисобланади. Бикрлик коэффициентини статистик метод билан ўлчаш учун шкала бўйича қўшимча юк осилган вақтдаги пружина узайишини ўлчаш лозим. Пружина узайиши ва қўшимча юк массасини билгач, (1)

формула ёрдамида пружинанинг бикирлик коэффицентини ҳисоблаш мумкин:

$$k = \frac{mg}{\Delta l}$$

Сўнгра тебраниш даври (T) ўлчанади.



3- расм. Қурилма тузилиши

Бунинг учун пружинага осилган юкни пастга бир неча сантиметрга чўзиб қўйиб юборилади ҳамда маятник n та тўлиқ тебраниш учун кетган вақтни секундомер

ёрдамида ўлчанади. Давр $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

тенглама бўйича ҳисобланади ва натижани

$T = \frac{t}{n}$ билан солиштирилади. Сўнишнинг

логарифмик декрементини аниқлаш учун пружинанинг статик мувозанат ҳолатида кўрсатгичини шкаладаги вазияти белгилаб олинади, сўнгра юкни мувозанат ҳолатидан пастга тортиб туриб шкала бўйича бошланғич амплитудаси (A_0) ўлчанади.

Юкни қўйиб юбориш билан бирга секундомер (n) тўлиқ тебранишга кетган вақтни (t) ўлчаш учун юргизилади. Бундан ташқари шкала бўйича амплитудалардан охиргиси ўлчанади. A_0 , A_n ва (t), (n) – тебраниш сонлари ва шунингдек маятник тебраниши даврини билгач (β) ва (Δ) ларни ҳисоблаш мумкин:

$$\Delta = \beta T; \quad \ln \frac{A_0}{A_n} = n\beta T \quad \Delta = \frac{\ln \frac{A_0}{A_n}}{n}$$

Ҳамма ўлчашлар камида уч марта такрорланади.

Осилган юк массаси ва пружинали маятник тебраниш даврини билгач (6) формула бўйича бикирлик коэффицентини ҳисоблаб ва у статистик метод билан олинган натижага солиштирилади.

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \quad \text{ва} \quad k = \frac{mg}{\Delta l}$$

Маълум бўлган A_0 , A_n , k ёрдамида маятникнинг бошланғич запас энергияси ва охирги ҳолат энергияси

$$E_1 = \frac{kA_0^2}{2} \quad E_n = \frac{kA_n^2}{2}$$

тенгламалар бўйича ҳисобланади. Бу тенгламалардан муҳитнинг қаршилигини енгиш учун сарф бўлган энергияни топиш мумкин:

$$\Delta E = E_1 - E_n = \frac{k}{2} (A_0^2 - A_n^2)$$

Ўлчаш натижаларини жадвалга ёзилади.

КУЗАТИШ ЖАДВАЛИ

№	k	$T = \frac{t}{n}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	A_0	N	A_n	Δ	E_0	E_n	ΔE
1										
2										
3										

КОНТРОЛ САВОЛЛАР

Пружинали маятник тебраниш даври нималарга боғлиқ?

Пружина бикирлиги деб нимага айтилади?

Сўнувчи ва гармоник тебраниш дифференциал тенгламаларини ёзинг.

Улар нима билан фарқ этади?

Сўнишнинг логарифмик декременти деб нимага айтилади?