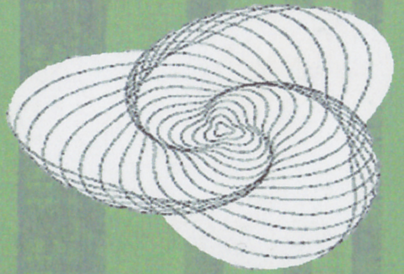
ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
ЗАҲИРИДДИН МУҲАММАД БОБУР НОМИДАГИ
АНДИЖОН ДАВЛАТ УНИВЕРСИТЕТИ

МАТЕМАТИКАНИНГ ДОЛЗАРБ МУАММОЛАРИ



I

Республика илмий-амалий анжумани материаллари

1-2-шўъба

«HAYOT»

ISBN 978-9943-315-94-4
9 789943 315944

системы Коши-Римана в пространственной области по ее значениям на гладком куске S границы.

Если вектор $F(x)$ представить в виде $\overline{F}(x) = grad\varphi(x) - A\overline{F}(x)$, где $\varphi(x)$ - решение уравнения $\Delta\varphi(x) - |A|^2\varphi(x) = 0$, то он будет решением системы (2). В том случае, когда $F_3 = a_3 = 0$ и F не зависит от x_3, система (1) будет обобщенной системой Коши-Римана, теория которой разработана И.Н.Векуа [1], а формула продолжения решения по ее значениям на куске границы получена Т.И.Ишанкуловым [2]. Если $A = 0$, то $F(x)$ будет потенциальным вектором. В последнем случае система (1) (ряд аналитических фактов) изучена Р.Мизесом [3] и А.В.Бицадзе [4].

Академик А.Н.Тихонов [5] указал практическую важность неустойчивых задач и показали, что если сузить в класс возможных решений до компакта, то задача становится устойчивой. При этом важным является понятие регуляризирующего семейства операторов [6], каждый из которых позволяет устойчивым образом построить приближенное решение уравнения, которое стремится к точному решению. Возможно построения приближенного решения по приближенным данным.

Предположим, что $\overline{F}(y) \in A(\Omega_\rho)$ ограничена на $\partial\Omega$:

$$\left|\overline{F}(y)\right| \le K, \; y \in T = \partial\Omega_\rho \setminus S, \qquad (3)$$

где K - заданное положительное число. При этом предположении, верна обобщенная интегральная формула Коши

$$\overline{F}(x) = \int_{\partial\Omega_\rho} M_\sigma(y-x;A)\overline{F}(y)dS_y, \quad x \in \Omega_\rho \qquad (4)$$

Обозначим

$$\overline{F}_\sigma(x) = \int_S M_\sigma(y-x;A)\overline{F}(y)dS_y, \quad x \in \Omega_\rho, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial \overline{F}_\sigma}{\partial x_j}(x) = \int_S \frac{\partial M_\sigma}{\partial x_j}(y-x;A)\overline{F}(y)dS_y, \; x \in \Omega_\rho. \qquad (6)$$

Теорема 1. Пусть $\overline{F}(y) \in A(\Omega_\rho)$ удовлетворяет на $T = \partial\Omega_\rho \setminus S$. *Тогда для любого $x \in D$ и $\sigma > 0$ справедливо неравенство*

$$\left|\overline{F}(x) - \overline{F}_\sigma(x)\right| \le C(\sigma, H)\exp\left(-\sigma x_3^2\right), \qquad (7)$$

Где $$C(\sigma, H) = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{2+\pi}{2\sqrt{\pi}} + \frac{|H|}{\sqrt{\sigma}}\right).$$

Приведем оценку устойчивости.

Теорема 2. Пусть $\overline{F}(y) \in A(\Omega_\rho)$ удовлетворяет на $T = \partial\Omega_\rho \setminus S$ граничному условие (3), а на S условию

$$\left|\overline{F}(y)\right| \le \delta, \; 0 < \delta < 1, \; y \in S.$$

Положим

$$R^\rho = \max_{y \in S} \operatorname{Re} w_0, \; x \in \Omega_\rho, \; \sigma = R^{-\rho}\ln\frac{1}{\delta}, \qquad 8)$$

Тогда

$$\left|\overline{F}(x)\right| \le C_1(x)\delta^{(\frac{y}{R})^\rho}\ln^3\frac{1}{\delta}, \quad \left|\frac{\partial \overline{F}(x)}{\partial x_j}\right| \le C_2(x)\delta^{(\frac{y}{R})^\rho}\ln^5\frac{1}{\delta}, \; x \in \Omega_\rho \;. \quad 9)$$

$$x \in \Omega_\rho, \; j = 1.2.3, \; \sigma \ge \sigma_0 > 0.$$

Литература

1. Векуа И.Н. Обобщенные аналитические функции. – М. – Наука, 1988. – 512 с.
2. Ишанкулов Т. Одна задача аналитического продолжения для обобщенно-аналитических функций // Исследование корректности обратных задач и некоторых операторных уравнений . Новосибирск, 1981 . –С. 37-41.
3. R.V.Mises Integral theorems in three-dimentional potential flow // Bull. Am. Math. Soc., 50, 1944. -P. 599-611.
4. Бицадзе А.В. Пространственный аналог интеграла типа Коши и некоторые его приложения // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1953. -17:6. – С.525-538.
5. Тихонов А.Н. Об устойчивости обратных задач.// Докл. АН СССР , - 1943, - Т. 39, - №5. - С. 195-198.
6. Тихонов А.Н. О решении некорректно поставленных задач и методе регуляризации. // Докл. АН СССР, - 1963, - Т. 151, - №3. - С. 501-504.

АНАЛИЗ КОЛЕБАНИЙ ВЯЗКОУПРУГИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК

Сафарбаева Н.М., Комилова Х.М.*, Комилова М.А.***

***ТИИМ, **студентка АГУ**

При построении и обслуживании гидротехнических сооружений возникает необходимость в проверке сейсмического воздействия на плиту его основания и тоннельных перекрытий. В таких ситуациях приходится моделировать колебания цилиндрических оболочек взаимодействующих с грунтом, где в качестве внешнего воздействия выступает сейсмическое движение земли. Железобетонный материал обладает свойством ползучести. Несмотря на то, что при кратковременных нагрузках более всего проявляется свойство упругости, тем не менее, материал от долгого употребления, т.е. с временем, хотя незначительно, но ползёт и это обстоятельство надо учитывать в качестве начальных искривлений оболочек. Поэтому необходимо предвидеть моделирования произвольного внешнего воздействия, т.е. присутствия ненулевых трёх компонентов динамической нагрузки действующей на оболочку[1]. Однако полный учёт этих факторов требует разработку решения систем уравнений в частных производных гиперболического типа с различными граничными и начальными условиями с огромным ресурсом оперативной памяти электронно-вычислительных машин. Поэтому в ряде случаев приходится решать эти задачи в рамках некоторых ограничений.

Уравнения движения вязкоупругой цилиндрической оболочки относительно поперечного прогиба W=W(x,y,t), функции напряжения Φ = Φ (x,y,t) и угловых перемещений $\Psi_ч = \Psi_ч(x,y,t)$, $\Psi_y = \Psi_y(x,y,t)$, имеют следующий вид[2]:

$$\frac{K^2E}{2(1+\mu)}(1-R^*)\left[\nabla^2(W-W_0)+\frac{\partial\psi_x}{\partial x}+\frac{\partial\psi_y}{\partial y}\right]+\frac{1}{R}\frac{\partial^2F}{\partial x^2}+L(W,F)+\frac{q}{h}-\rho\frac{\partial^2W}{\partial t^2}=0,$$

$$\frac{D}{h}(1-R^*)\left[\frac{\partial^2\Psi_x}{\partial x^2}+\frac{1}{2}(1+\mu)\frac{\partial^2\Psi_y}{\partial x\partial y}+\frac{1}{2}(1-\mu)\frac{\partial^2\psi_x}{\partial y^2}\right]-$$

$$-\frac{K^2E}{2(1+\mu)}(1-R^*)\left[\frac{\partial(W-W_0)}{\partial x}+\Psi_x\right]-\rho\frac{h^2}{12}\frac{\partial^2\Psi_x}{\partial t^2}=0,\ (x\leftrightarrow y)$$

$$\frac{1}{E}\nabla^4\Phi=-(1-R^*)\left\{\frac{1}{2}[L(W,W)-L(W_0,W_0)]+\frac{1}{R}\frac{\partial^2(W-W_0)}{\partial x^2}\right\}.(1)$$

Удовлетворяя граничным условиям задачи, выберем выражения для прогибов и угловых перемещений многочленную аппроксимацию в виде:

$$W(x,y,t)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}W_{nm}(t)\sin\frac{n\pi x}{L}\cos\frac{my}{R},\quad W_0(x,y)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}W_{0nm}\sin\frac{n\pi x}{L}\cos\frac{my}{R},$$

$$\Psi_x(x,y,t)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\Psi_{xnm}(t)\cos\frac{n\pi x}{L}\cos\frac{my}{R},\quad \Psi_y(x,y,t)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\Psi_{ynm}(t)\sin\frac{n\pi x}{L}\sin\frac{my}{R}.$$

(2)

Подставляя две первые выражения (2) в четвертое уравнение системы (1) и приравнивая в обеих частях этого уравнения коэффициенты находим функцию усилий Φ

$$\Phi(x,y,t)=E\left\{\sum_{i,r=1}^{N}\sum_{j,s=1}^{M}\left[A_{ijrs}\cos\frac{(i+r)\pi x}{L}\cos\frac{(j-s)y}{R}+B_{ijrs}\cos\frac{(i-r)\pi x}{L}\cos\frac{(j-s)y}{R}+\right.\right.$$

$$\left.+C_{ijrs}\cos\frac{(i+r)\pi x}{L}\cos\frac{(j+s)y}{R}+D_{ijrs}\cos\frac{(i-r)\pi x}{L}\cos\frac{(j+s)y}{R}\right](1-R^*)(W_{ij}W_{rs}-W_{0ij}W_{0rs})+$$

$$\left.+\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M}RE_{ij}\sin\frac{i\pi x}{L}\cos\frac{jy}{R}(1-R^*)(W_{ij}-W_{0ij})\right\}$$

(3)

где

$$A_{ijrs}=\frac{\pi^2\lambda^2 is(is+jr)}{4\left[\pi^2(i+r)^2+\lambda^2(j-s)^2\right]^2},\ B_{ijrs}=-\frac{\pi^2\lambda^2 is(is-jr)}{4\left[\pi^2(i-r)^2+\lambda^2(j-s)^2\right]^2},$$

$$C_{ijrs}=\frac{\pi^2\lambda^2 is(is-jr)}{4\left[\pi^2(i+r)^2+\lambda^2(j+s)^2\right]^2},\ D_{ijrs}=-\frac{\pi^2\lambda^2 is(is+jr)}{4\left[\pi^2(i-r)^2+\lambda^2(j+s)^2\right]^2},$$

(4)

$$E_{ij}=\frac{i^2\pi^2\lambda^2}{(i^2\pi^2+\lambda^2j^2)^2},\ \lambda=\frac{L}{R}.$$

Внешнюю нагрузку $q=q(x,y,t)$ разложим в виде суммы:

$$q(x,y,t)=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}q_{nm}(t)\sin\frac{n\pi x}{L}\cos\frac{my}{R} \qquad (5)$$

Подставляя (2)-(5) в первые три уравнения системы (1), и выполняя процедуру Бубнова – Галеркина, с введением безразмерных величин $\frac{W_{kl}}{h},\frac{W_{0kl}}{h},\frac{ct}{R},\frac{R(t)}{(c/R)},\frac{q_{kl}}{E\delta^2}$ и сохраняя при этом прежних обозначений, относительно безразмерных $w_{kl},\psi_{xkl},\psi_{ykl}$, получим

$$\ddot W_{kl}+(1-R^*)\left\{\frac{K^2}{2(1+\mu)}\left(\frac{k^2\pi^2}{\lambda^2}+l^2\right)(W_{kl}-W_{0kl})+\frac{K^2}{2\delta(1+\mu)}\left(\frac{k\pi}{\lambda}\Psi_{xkl}-l\Psi_{ykl}\right)+\right.$$

$$\left.+\pi^2\left(\frac{k}{\lambda}\right)^2E_{kl}(W_{kl}-W_{0kl})\right\}+\frac{\pi\delta}{2\lambda^2}\left\{-4\sum_{n,i=1}^{N}\sum_{m,j=1}^{M}K_{klnmij}(1-R^*)(W_{nm}W_{ij}-W_{0nm}W_{0ij})-\right.$$

$$\left.-\sum_{n,i=1}^{N}\sum_{m,j=1}^{M}F_{klnmij}W_{nm}(1-R^*)(W_{ij}-W_{0ij})+2\pi\delta\lambda^2\sum_{n,i,r=1}^{N}\sum_{m,j,s=1}^{M}a_{klnmijrs}W_{Wnm}(1-R^*)(W_{ij}W_{rs}-W_{0ij}W_{0rs})\right\}=q_{kl},$$

$$\ddot\Psi_{xkl}+\frac{1}{\delta^2(1-\mu^2)}\left[\frac{\pi^2\delta^2}{\lambda^2}k^2+\frac{\delta^2(1-\mu)}{2}l^2+6K^2(1-\mu)\right](1-R^*)\psi_{xkl}-$$

$$-\frac{\pi}{2\lambda(1-\mu)}kl(1-R^*)\psi_{ykl}+\frac{6K^2\pi}{\lambda\delta(1+\mu)}k(1-R^*)(W_{kl}-W_{0kl})=0,$$

$$\ddot\psi_{ykl}+\frac{1}{\delta^2(1-\mu^2)}\left[\delta^2l^2+\frac{\pi^2\delta^2(1-\mu)}{2\lambda^2}k^2+6K^2(1-\mu)\right](1-R^*)\psi_{ykl}- \qquad (6)$$

$$-\frac{\pi}{2\lambda(1-\mu)}kl(1-R^*)\psi_{xkl}-\frac{6K^2}{\delta(1+\mu)}l(1-R^*)(w_{kl}-w_{0kl})=0,$$

где $\delta=\frac{h}{R}, c=\sqrt{\frac{E}{\rho}},$

Исследование решения цилиндрической оболочки в зависимости от частоты, как для упругой, так и в вязкоупругой сред, показали что кратные частоты, соответствующие критическим напряжениям являются опасными. Эта тенденция сохраняется также для подземных сооружений типа цилиндрических оболочек при сейсмических воздействиях.

Литература

1. Мубараков Я.Н. Сейсмодинамика подземных сооружений типа оболочек. – Ташкент: Фан.1987.190 с.
2. Ахмеджонов Д.Г. Применение расчета устойчивости конструкций типа цилиндрических оболочек в гидросооружениях. Водосберегающие технологии сельскохозяйственных культур, Волгоградская ГСА, с. 149, 2001.

2-ШЎЪБА: АЛГЕБРА, АНАЛИЗ ВА ЭҲТИМОЛЛАР НАЗАРИЯСИНИНГ ДОЛЗАРБ МАСАЛАЛАРИ