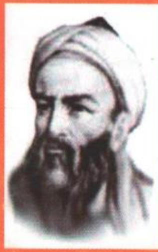
ISSN 2091-5586



FIZIKA, MATEMATIKA va INFORMATIKA

5/2015

ALGEBRAIK TENGLAMALAR SISTEMASINI YECHISH

N.Safarbayeva, X.Komilova,
Toshkent irrigatsiya va melioratsiya instituti

Ushbu maqolada o'quvchilarning mustaqil ishlashlari uchun algebraik tenglamalar sistemasini yechishning ba'zi bir usullari misollarda ko'rsatilgan.

Tayanch so`zlar: *tenglama, sistema, yechim, usul, almashtirish.*

This article shows examples of some methods for solving systems of algebraic equations for students

Keywords: *equation system, a decision method overextension.*

В данной статье показаны примеры решения некоторых систем алгебраических уравнений для самостоятельной работы учащихся.

Ключевыеслова:*уравнение,система,решение,метод,переобразование.*

Ma'lumki amaliy mashg'ulotlarda o'quvchi misol yoki masalalarni yechishda, naznariy bilimlarni puxta bilishi kerak bo'ladi. Ayni paytda, o'quvchi dars jarayonida ham, masalalarni mustaqil yechishda ham o'z fikriga tayanishni o'rganishi lozim. Shunda o'quvchida mustaqil fikrlash ko'nikmasi hosil bo'ladi.

Har bir amaliy mashg'ulot uchun tanlangan misol va masalalar, shuningdek, mustaqil yechish uchun tavsiya etiladigan masalalar orasida soddasi ham, murakkabi ham bo'lishi lozim.

Ushbu maqolada algebraik tenglamalar sistemasini yechishning ba'zi bir usullari misollarda ko'rsatilgan.

1. Algebraik tenglamalar sistemasini yechishda o'rniga qo'yish usuli.

1-misol. Sistemani yeching: $\begin{cases} \boldsymbol{2x^2 - xy + 3y^2 - 7x - 12y + 1 = 0,} \\ \boldsymbol{x - y = -1} \end{cases}$ (1)

Yechish. Ikkinchi tenglamadan x o'zgaruvchini y orqali ifodalaymiz: *x-y=1.* Bu ifodani sistemaning birinchi tenglamasiga qo'yib, (1) ga teng kuchli bo'lgan $\begin{cases} x = y - 1, \\ 2(y-1)^2 - y(y-1) + 3y^2 - 7(y-1) - 12y + 1 = 0, \end{cases}$ yoki $\begin{cases} x = y - 1 \\ 2y^2 - 11y + 5 = 0 \end{cases}$ (2) tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. Buning ikkinchi tenglamasini yechib $y_1 = \frac{1}{2}, y_2 = 5$ qiymatlarni hosil qilamiz. Hosil bo'lgan y_1 va y_2 ni birinchi tenglamaga qo'yib, $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 4$ larni topamiz. Demak, berilgan (1) tenglamalar sistemasining yechimlari $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ va $(4; 5)$ bo'ladi.

2-misol. Sistemani yeching: $\begin{cases} xy - x + y = 7, \\ xy + x - y = 13. \end{cases}$ (2)

Yechish. Sistemaning ikkinchi tenglamasidan birinchi tenglamani hadma-had ayirib, unga teng kuchli tenglamalar sistemasini hosil qilamiz: $\begin{cases} xy - x + y = 7, \\ x - y = 3. \end{cases}$. Hosil bo'lgan sistemani o'rniga qo'yish usuli bilan yechib, $(-2;-5)$ va $(5;2)$ yechimlarni topamiz.

2.Quyidagi ko'rinishdagi tenglamalar sistemasini

$$\begin{cases} a_1x^2 + b_1xy + c_1y^2 + d_1x + e_1y = k_1, \\ a_2x^2 + b_2xy + c_2y^2 + d_2x + e_2y = k_2 \end{cases} \quad (3)$$

2- tartibli 2 noma'lumli algebraik tenglamalar sistemasi deb ataladi.

3-misol. Sistemani yeching: $\begin{cases} x^2 - 4y^2 - xy + 5y = 1, \\ x^2 + 3y^2 - xy - 4y = -1 \end{cases}$ (3)

Yechish. Birinchi tenglamani (-1) ga ko'paytirib, ikkinchi tenglamaga hadma had qo'shamiz va $\begin{cases} x^2 - 4y^2 - xy + 5y = 1, \\ 7y^2 - 9y = -2 \end{cases}$ berilgan sistemaga teng kuchli bo'lgan sistemani hosil qilamiz. Ikkinchi tenglamadan $y_1 = \frac{2}{7}$ va $y_2 = 1$ qiymatlarni topib birinchi tenglamaga qo'yamiz.

$49x^2 - 14x + 5 = 0$ (haqiqiy yechimlari yo'q) va $x^2 - x = 0$ tenglamalarni yechib $x = 0$ va $x = 1$ qiymatlarni topamiz.

Demak, berilgan tenglamalar sistemasi 2 ta $(0;\frac{2}{7})$ va (1;1) yechimga ega ekanligi kelib chiqdi.

4-misol. Sistemani yeching: $\begin{cases} x^2 + 2yx - 8y^2 - 6x + 18y - 7 = 0, \\ 2x^2 - 5xy - 10y^2 - 3x + 9y + 7 = 0 \end{cases}$ (4)

Yechish. Sistemaning birinchi tenglamasini 2 ga ko'paytirib, undan ikkinchi tenglamani ayirsak $\begin{cases} 3xy - 2y^2 - 3x + 9y - 7 = 0, \\ x^2 + 2xy - 8y^2 - 6x + 18y - 7 = 0 \end{cases}$ berilgan (4) sistemaga teng kuchli tenglamalar sistemasini hosil qilamiz. $y = 1$ deb olib, birinchi tenglamadan $x = \frac{2y^2 - 9y - 7}{3(y-1)}$ topib, (4) ga olib borib qo'yamiz $\frac{y^4 - 3y^3 + y^2 + 3y - 2}{y-1} = 0$, bundan $y_1 = -1, y_2 = 2$ yechimlarni topamiz.

y=1 bo'lgandagi berilgan tenglamalar sistemasining mos $(-3;-1), (-1;2)$

yechimlarini topamiz.

$y = 1$ bo'lganda (3) tenglamalar sistemasi $x^2 - 4x + 3 = 0$ ko'rinishga keladi va bundan yana $(3;1);(1;1)$ yechimlarga ega ekanligi kelib chiqadi.

5-misol. Sistemani yeching: $\begin{cases} x^3 + 4y = y^3 + 16x, \\ 1 + y^2 = 5(1 + x^2) \end{cases}$ (5)

Berilgan sistemani quyidagi ko'rinishda yozib olamiz: $\begin{cases} x^3 - 16x = y^3 - 4y, \\ 5x^2 = y^2 - 4 \end{cases}$.

Agar $x \neq 0$ bo'lsa, u holda birinchi tenglamani ikkinchi tenglamaga bo'lib yuboramiz va $\frac{x^3-16x}{5x^2} = \frac{y^3-4y}{y^2-4}$ tenglamani hosil qilamiz. Bundan $y = \frac{x^2-16}{5x}$ ni topamiz. y ning qiymatini (5) ning ikkinchi tenglamasiga olib borib qo'yamiz: $5x^2 = \frac{(x^2-16)^2}{25x^2} - 4$ yoki $124x^4 + 132x^2 - 256 = 0$ bikvadrat tenglamani hosil qilamiz va bundan $x^2 = 1$ yoki $x_1 = -1$ va $x_2 = 1$. Bu qiymatlarga mos y ning qiymatlarini topib $(1;-3),(-1;3)$ yechimlarni hosil qilamiz.

Agar $x = 0$, u holda ikkinchi tenglamadan $y^2 = 4$ va bundan $y_1 = -2, y_2 = 2$.

Demak, $(1;-3);(-1;3),(0;2)$ va $(0;-2)$ juftliklar berilgan algebraik tenglamalar sistemasining yechimi bo'ladi.

6-misol. Sistemani yeching: $\begin{cases} y^3 + z^3 = 7x^3, \\ y - z = 3x, \\ z - x = y - 2. \end{cases}$.

Yechish. Sistemaning ikkinchi va uchinchi tenglamalarini hadma-had qo'shib $-4x = -2$ va $x = \frac{1}{2}$ ni topamiz va uni sistemaning birinchi va ikkinchi tenglamalariga qo'yib, berilgan sistemaga teng kuchli sistemani hosil qilamiz:

$$\begin{cases} y^3 + z^3 = \frac{7}{8}, \\ y - z = \frac{3}{2}, \\ x = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Ikkinchi tenglamadan $z = y - \frac{3}{2}$ qiymatni topib, birinchi tenglamaga qo'yamiz va $(y-1)(8y^2 - 10y + 17) = 0$ tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglama yagona $y = 1$ yechimga ega bo'ladi. $x = \frac{1}{2}$ va $y = 1$ larni sistemaning ixtiyoriy tenglamasiga qo'yib $z = -\frac{1}{2}$ ni topamiz.

Demak, algebraik tenglamalar sistemasining yechimi $\left(\frac{1}{2}; 1; -\frac{1}{2}\right)$ bo'ladi.

Ba'zi bir 2 noma'lumli tenglamalar sistemasida o'zgaruvchilarni almashtirish usulidan foydalaniladi: $x = r\cos\varphi,\ \varphi = r\sin\varphi,$ bunda $0 \le r \le +\infty$ va $0 \le \varphi < 2\pi$. Bu almashtirishlarning geometrik ma'nosi quyidagicha: agar *x* va *y* dekart koordinata tekisligidagi biror nuqtaning koordinatalari bo'lsa, u holda *r* va φ sonlar uning qutb koordinatalaridir.

Bunday algebraik tenglamalar sistemasini yechishni juda ko'p misollar bilan ko'rishimiz mumkin.

Mustaqil ishlash uchun misollar.

1. $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$

2. $\begin{cases} (2x-5)^2 + (3y-2)^2 = 17 \\ (2x-5)(3y-2) = 4 \end{cases}$

3. $\begin{cases} x^2 - 4y^2 - xy + 5y = 1 \\ x^2 + 3y^2 - xy - 4y = -1 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 15 \\ x^2 + 3xy - 8y^2 = 20 \end{cases}$

5. $\begin{cases} x^2 + y + \frac{1}{4} = 0 \\ x + y^2 + \frac{1}{4} = 0 \end{cases}$

6. $\begin{cases} x + xy - y = 13 \\ x^2y - xy^2 = 30 \end{cases}$

7. $\begin{cases} x + y = xy \\ x + y = x^2 - y^2 \end{cases}$

8. $\begin{cases} 7x^2 - 8xy + 7y^2 = 43 \\ x^3 + y^3 = 1 \end{cases}$

9. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 9 \\ xy + 2y^2 = 18 \end{cases}$

10. $\begin{cases} ay + bx = 2ab \\ x^2 + xy + y^2 = 1 \\ x^4 + x^2y^2 + y^4 = 1 \end{cases}$

Adabiyotlar:

1. Беспалько В.П. Педагогика и прогрессивные технологии обучения. -М.: Педагогика, 1989

2. Соболёв А.Б. и др. Элементарная математика. Учебное пособие. Екатеринбург УГТУ, 2005.

3. Mamadaliyev N.K. Oliy matematikadan o`quv qo`llanma. Toshkent, Xalq merosi nashiriyoti. 2002.

OLIMPIADA VA MASALALAR YECHISH BO'LIMI

TALAB, TAKLIF VA TAHLIL