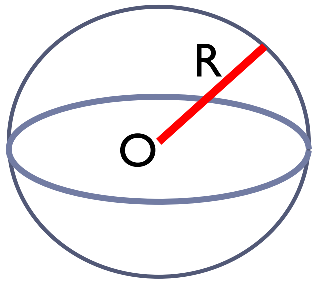
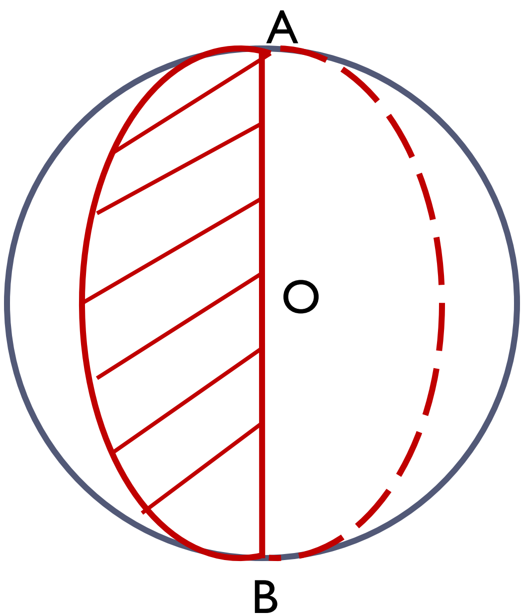
Сфера и шар





<u>Определение сферы и её элементов.</u>

Сферой называется поверхность, состоящая из точек пространства, расположенных на данном расстоянии (оно называется ***радиусом сферы***) от данной точки (<u>**центра сферы**</u>).

Радиусом сферы называется любой отрезок, соединяющий центр сферы с точкой сферы.

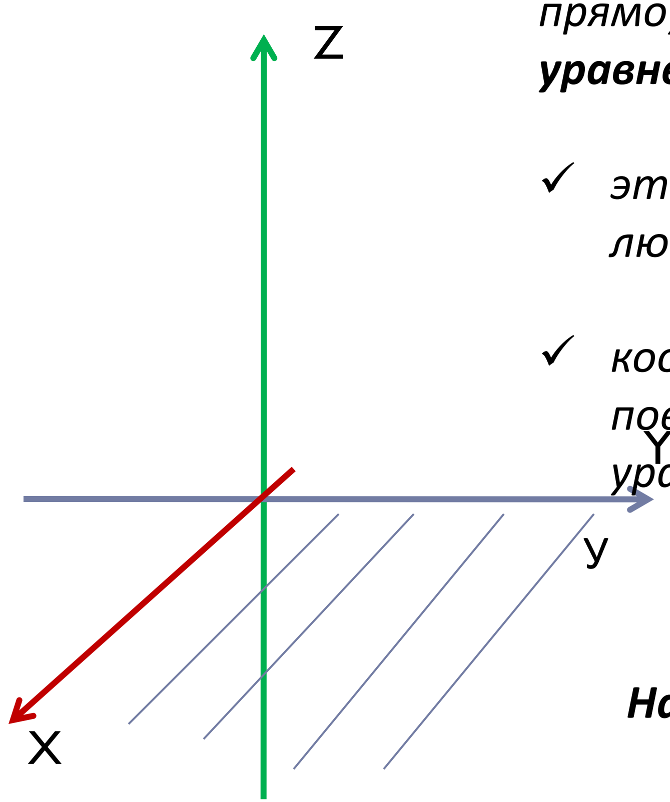
Диаметром сферы называется отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через её центр.

Сфера может быть получена вращением полуокружности вокруг её диаметра.

Уравнения с тремя переменными *x, y, z а прямоугольной системе координат называется* ***уравнением поверхности F***, *если:*

- ✓ *этому уравнению удовлетворяют координаты любой точки поверхности F*

- ✓ *координаты точек, не принадлежащих поверхности F, не удовлетворяют этому уравнению.*

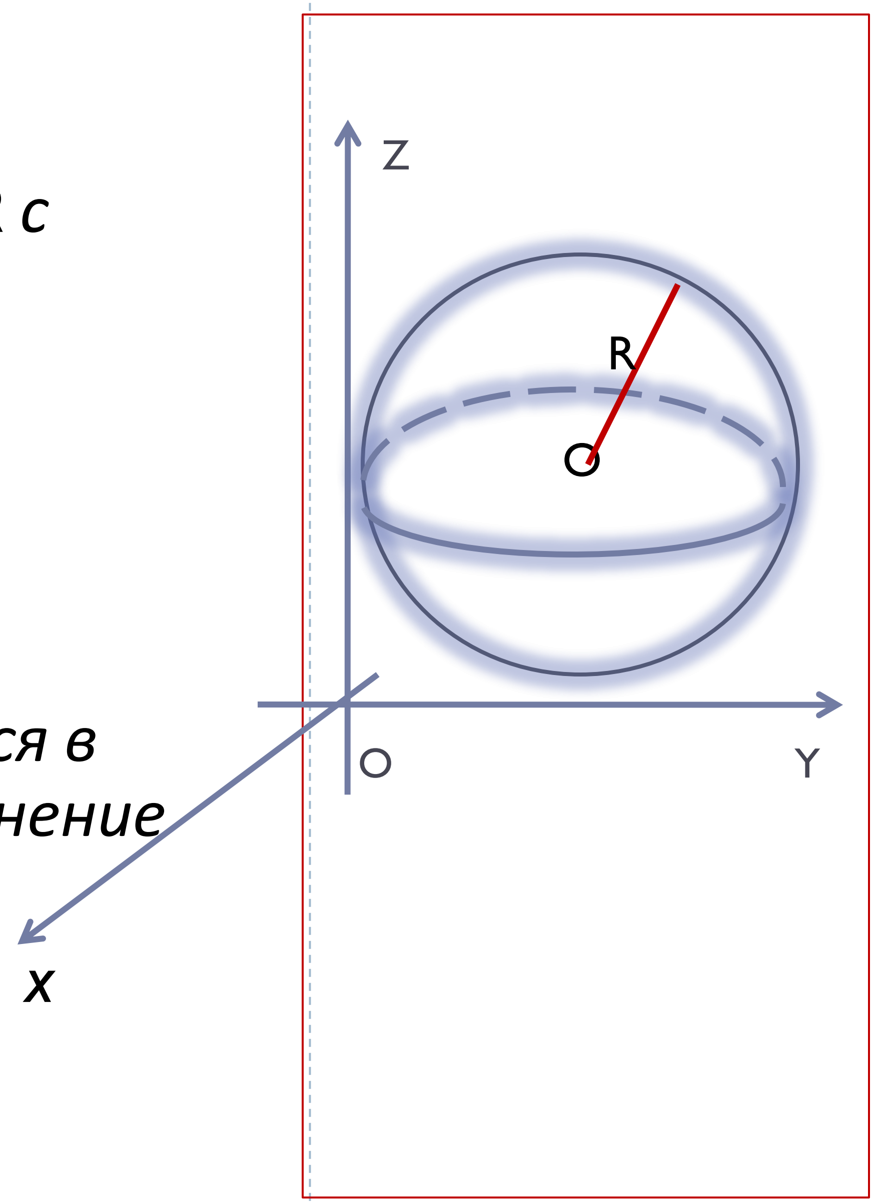


Например , z= 0 – уравнение плоскости Oxy.

- *В прямоугольной системе координат сфера радиуса* **R** *с центром С $(x_0;y_0;z_0)$ имеет*
- *уравнение:*

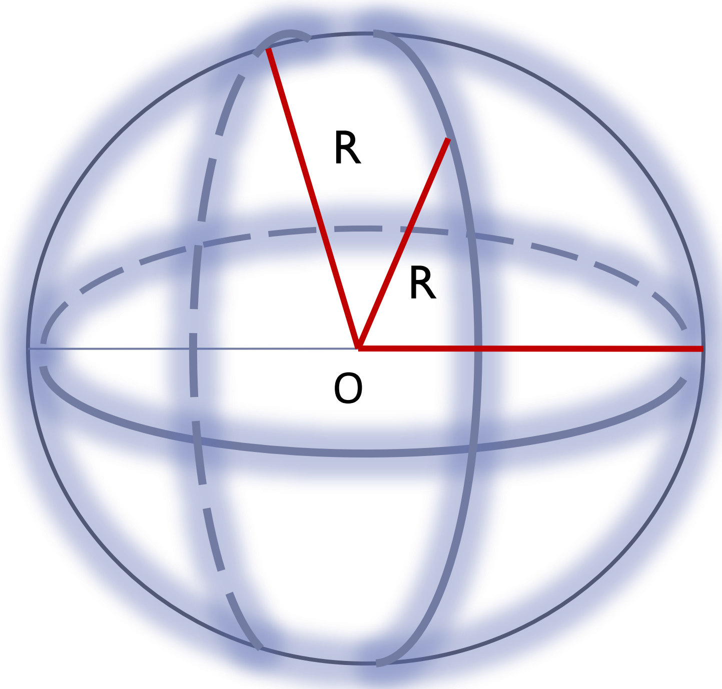
$$(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = R^2$$

- *Если центр сферы находится в начале координат, то уравнение сферы*



- $$x^2 + y^2 + z^2 = R^2$$

Определение шара и его элементов



Шаром называется конечное тело, ограниченное сферой.

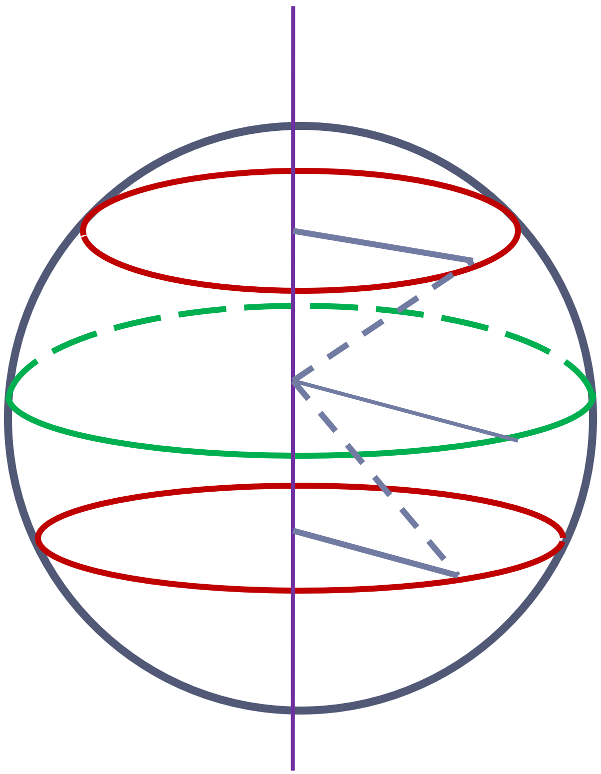
<u>или</u>

Шаром называется тело, состоящее из всех точек пространства, удалённых от данной точки на расстояние, не превышающее заданного.

Центр, радиус и диаметр **сферы** называются также центром, радиусом и диаметром **шара**

Полезная задача

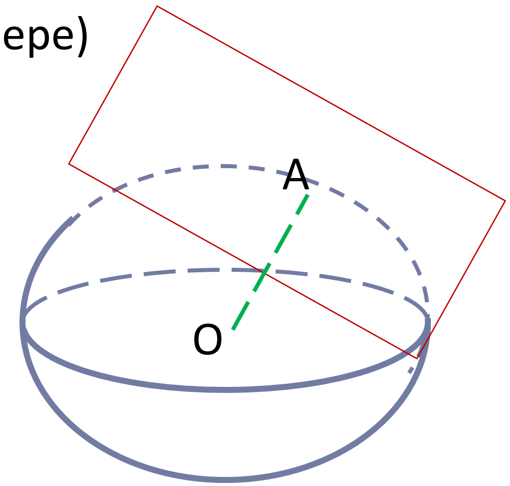
1. *Докажите, что сечения сферы ,* ***одинаково*** *удалённые от её центра, имеют* ***равные*** *радиусы;*
2. *Из двух сечений сферы больший радиус имеет то сечение, плоскость которого ближе к центру сферы*



Определение касательной к сфере

Касательной плоскостью к сфере называется плоскость, имеющая с данной сферой только одну общую точку (***касания***).

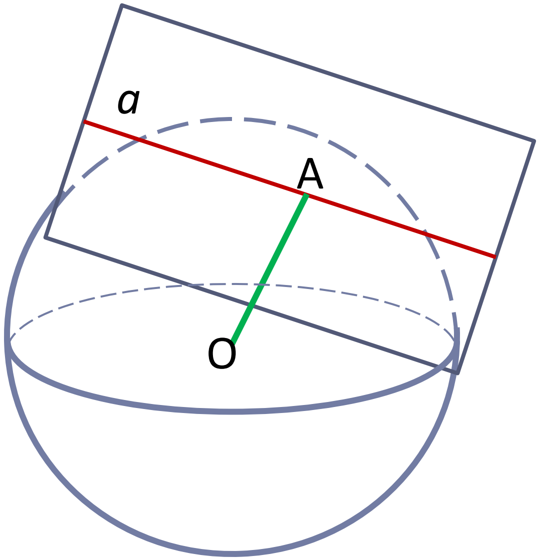
Теорема (свойство касательной плоскости к сфере)



Радиус сферы, проведённый в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

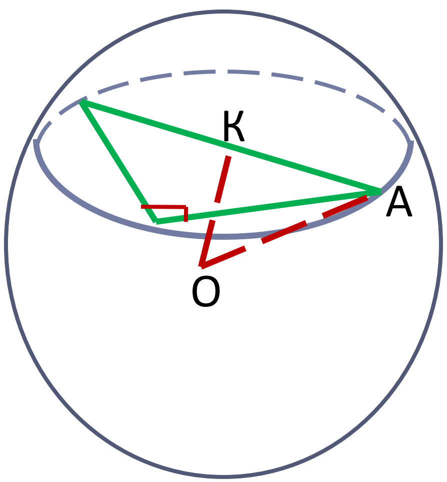
Теорема (признак касательной плоскости)

Если радиус сферы перпендикулярен к плоскости, проходящей через его конец, лежащий на сфере, то эта плоскость является касательной к сфере.



Касательной к сфере называется прямая, которая лежит в касательной плоскости и проходит через ***точку касания сферы и плоскости.***

Касательная a имеет со сферой одну общую точку (точку касания A) и перпендикулярна к радиусу сферы, проведённому в эту точку.



Типовая задача

Все стороны прямоугольного треугольника с катетами 12 см и 16 см касаются сферы, радиус которой равен 5 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника.

Решение задачи.

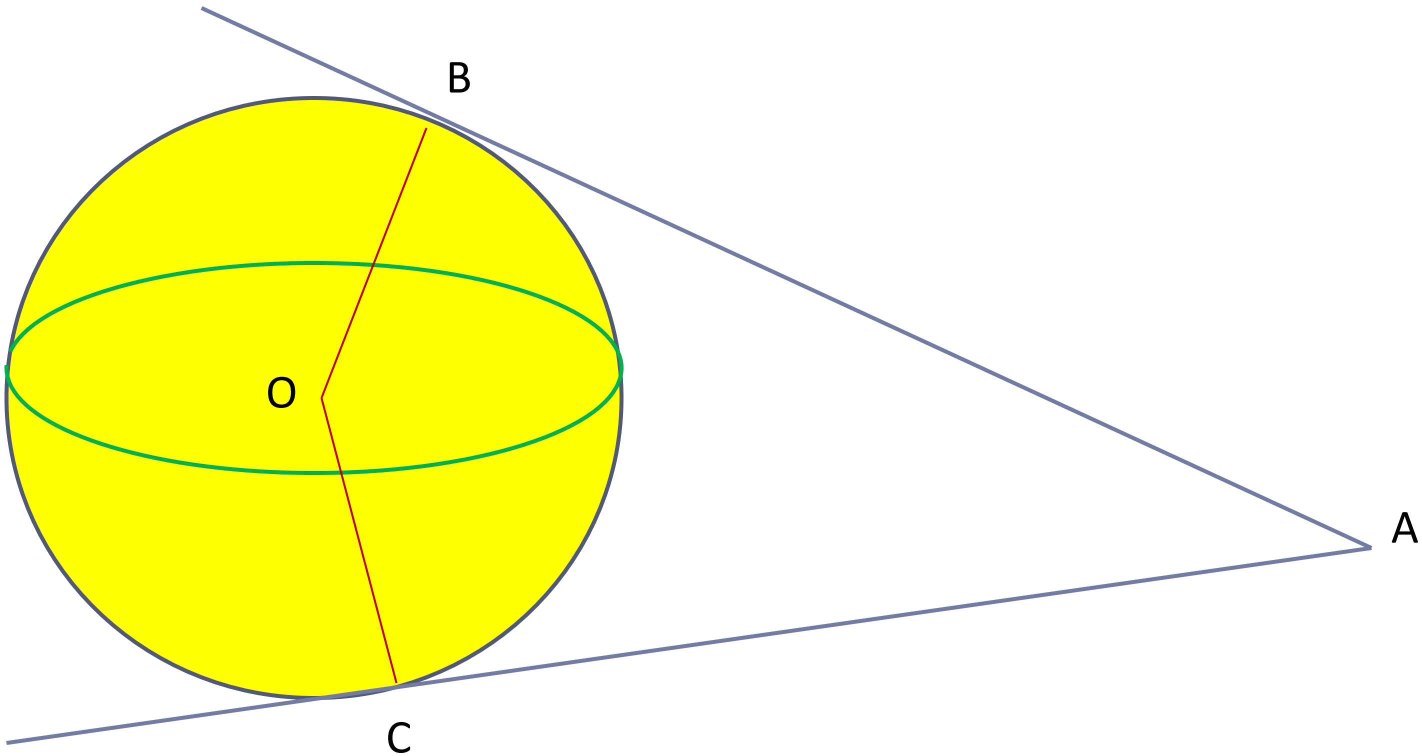
Из центра сферы проведём перпендикуляр (***это расстояние от центра сферы до плоскости треугольника)*** к плоскости треугольника и радиус шара.

Перпендикуляр к плоскости треугольника пройдёт через середину гипотенузы треугольника, т.к. середина гипотенузы является центром окружности описанной около треугольника.

Рассмотрим треугольник ОАК. Найдём ОК.

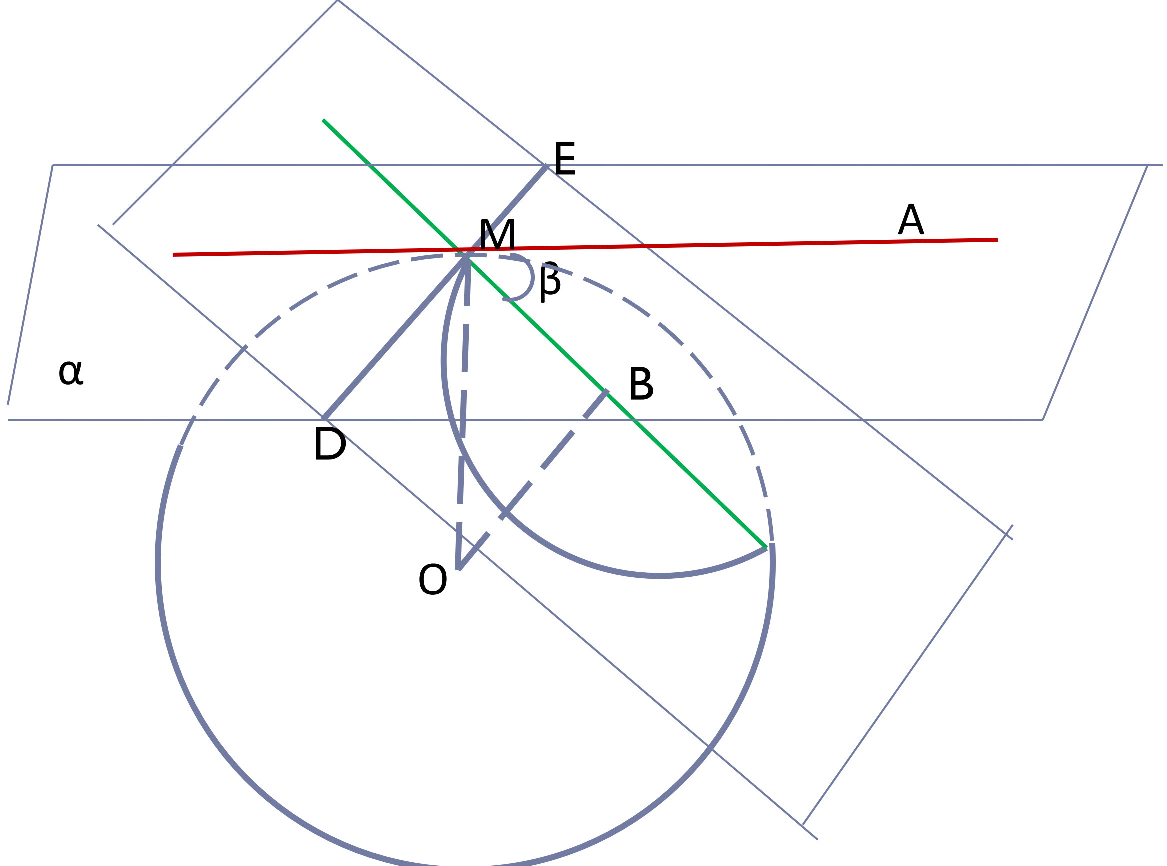
Полезная задача

Докажите, что все касательные, проведённые из данной точки к сфере, имеют равные длины.



Задача

Через точку сферы радиуса R, которая является границей данного шара, проведены две плоскости, одна из которых является касательной к сфере, а другая наклонена под углом β к касательной плоскости. Найдите площадь сечения данного шара.



1. Объяснить, как построить линейный угол двугранный угла, образованного плоскостями.
2. докажите, что перпендикуляр, проведённый из центра шара к секущей плоскости, проходит через центр сечения.
3. Найдите радиус сечения второй плоскостью.
4. Найдите площадь сечения.

Для решения задачи удобнее вынести чертёж и с помощью его уже решить данную задачу.