



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ
XO'JALIGINI MEXANIZATSİYALASH
MUHANDISLARI INSTITUTI



FAN: | OLIY MATEMATIKA

Mavzu:

Vektor, uning uzunligi, kollinear va komplanar vektorlar, teng vektorlar.
Vektorlar ustida chiziqli amallar, xossalari.
Vektoring o'qdagi proeksiyasi, koordinatalari. Vektorlarning skalyar ko'paytmasi.





Reja:

1. Vektorlar va ular ustida amallar
2. Vektorlarning skalyar ko'paytmasi.
3. Ikki vektor orasidagi burchak

Vektorlar va ular ustida amallar

Ta’rif. Yo‘naltirilgan \overrightarrow{AB} kesma vektor deyiladi. Bunda A nuqta vektorning boshi, B nuqta vektor oxiri deyiladi. Vektorlar odatda \overrightarrow{AB} yoki \vec{a} kabi yoziladi. Vektorning moduli (uzunligi) $|\overrightarrow{AB}|$ yoki $|\vec{a}|$ ko‘rinishda yoziladi.

Ta’rif. Bir to‘g‘ri chiziqqa parallel bo‘lgan vektorlar kollinear vektorlar deyiladi.

Ta’rif. Bir tekislikka parallel bo‘lgan vektorlar komplanar vektorlar deyiladi.

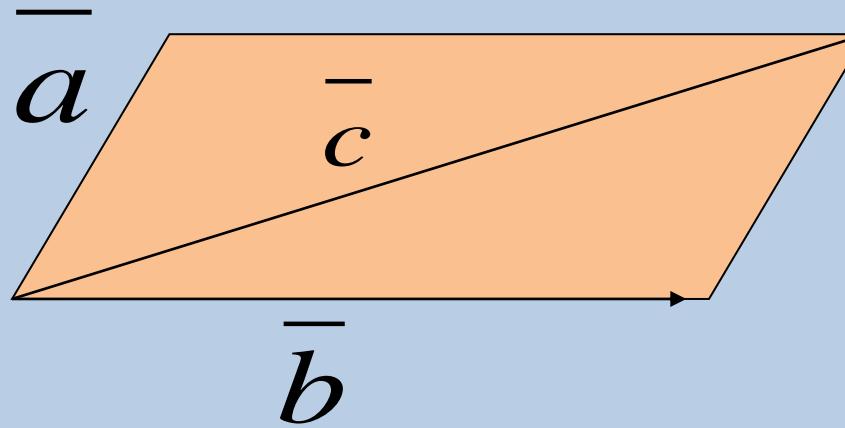
Ta’rif. Agar $|\vec{a}|$ va $|\vec{b}|$ vektorlar *a)* teng modulga ega, *b)* o‘zaro kollinear, *c)* bir tomonga yo‘nalgan bo‘lsa, ular o‘zaro teng vektorlar deyiladi.



Boshi va oxiri ustma-ust tushadigan vektorlar nol vektor deyiladi. Nol vektor tayin yo'nalishga ega emas, uzunligi nolga teng.

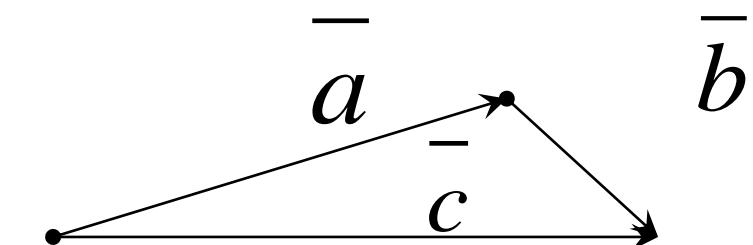
Har bir \vec{a} vektor uchun (nol vektordan tashqari) qarama-qarshi vektor mavjud bo'lib u $-\vec{a}$ kabi yoziladi. Bu vektorlarning moduli bir-biriga teng, yo'nalishi esa qarama qarshi bo'ladi. Uzunligi 1 ga teng vektorlar birlik vektor yoki **ortlar** deb ataladi.

Vektorlarni qo'shish. (parallelogram qoidasi)



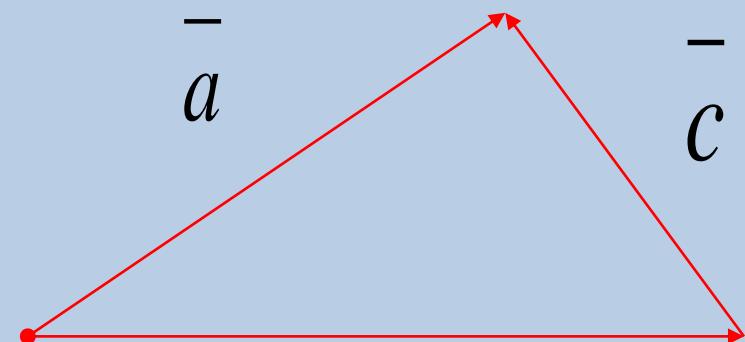
Vektorlarni qo'shish. (uchburchak qoidasi)

$$\bar{c} = \bar{a} + \bar{b}$$





Vektorlarni ayirish



$$\bar{c} = \bar{a} - \bar{b}$$

Xossalari

$$\bar{a} + \bar{b} = \bar{b} + \bar{a}$$

$$\bar{a} + \bar{0} = \bar{a}$$

$$\bar{a} + (\bar{b} + \bar{c}) = (\bar{a} + \bar{b}) + \bar{c}$$

$$\bar{a} + (-\bar{a}) = \bar{0}$$



Vektorni songa ko 'paytirish.

$\vec{b} = \alpha \vec{a}$ bu yerda α ixtiyoriy son.

$$|\vec{b}| = |\alpha| |\vec{a}|$$

a) Agar $\alpha < 0$ bo'lsa, $\vec{b} \uparrow\downarrow \vec{a}$

bo'ladi

b) Agar $\alpha > 0$ bo'lsa, $\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{a}$ bo'ladi

Xossalari

$$(\alpha\beta)\bar{a} = \alpha(\beta\bar{a}) = \beta(\alpha\bar{a})$$

$$(\alpha + \beta)\bar{a} = \bar{\alpha}\bar{a} + \bar{\beta}\bar{a}$$

$$\alpha(\bar{a} + \bar{b}) = \bar{\alpha}\bar{a} + \bar{\alpha}\bar{b}$$

$$1 \cdot \bar{a} = \bar{a}$$

$$(-1) \cdot \bar{a} = -\bar{a}$$

Vektorning o‘qdagi proyeksiyasi

\vec{a} vektor Ox o‘qi bilan biror φ burchak tashkil etsa. U holda vektorning o‘qdagi proyeksiyasi

$$np_x \vec{a} = |\vec{a}| \cos \varphi = a \cos(\vec{a}, \wedge Ox)$$

formula bilan aniqlanadi. Bir necha vektor yig‘indisining proyeksiyasi

$$np_x (\vec{a} + \vec{b}) = np_x \vec{a} + np_x \vec{b}$$

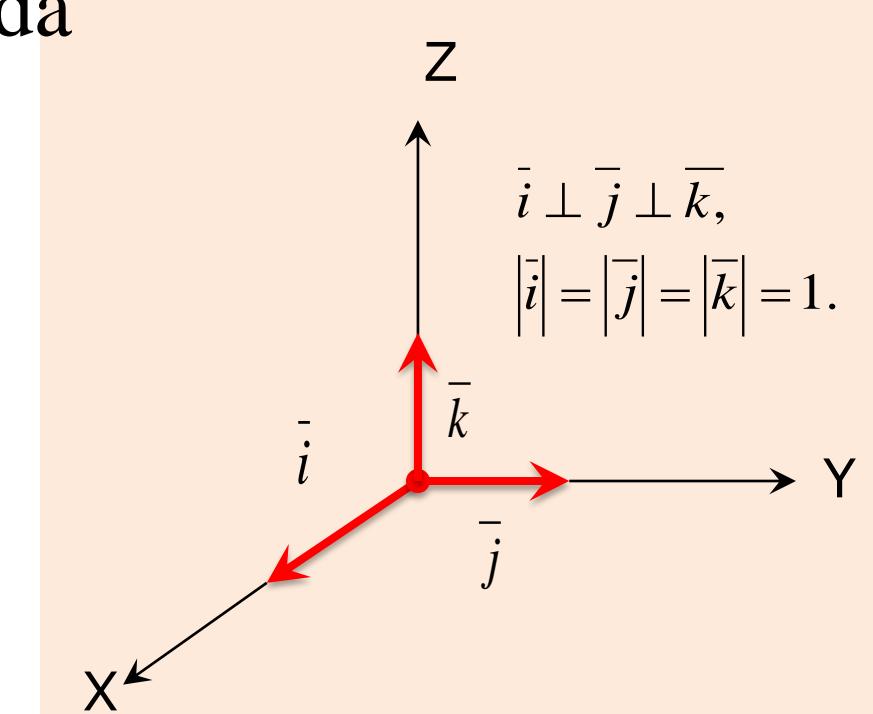
Vektoring bazis vektorlar bo'yicha yoyilmasi

1) Bizga $\vec{a}(a_x, a_y)$ vektor berilgan bo'lsa, bu vektoring o'qlar bo'yicha bazis vektorlaga yoyilmasi quyidagicha yoziladi:
 $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j}$, bu yerda \vec{i} va \vec{j} lar mos ravishda

Ox va Oy o'qlari bo'yicha bazis vektorlar bo'lib, $|\vec{i}| = 1$, $|\vec{j}| = 1$

2) Agar $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ ko'rinishda berilgan bo'lsa, bu vektoring bazis vektorlar bo'yicha yoyilmasi

$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ shaklda yoziladi,
 $|\vec{i}| = 1$, $|\vec{j}| = 1$, $|\vec{k}| = 1$





Bizga $\vec{a}(a_x, a_y, a_z)$ va $\vec{b}(b_x, b_y, b_z)$ vektorlar berilgan bo'lsa,

$$1) \quad \vec{a} \pm \vec{b} = (a_x \pm b_x) \cdot \vec{i} + (a_y \pm b_y) \cdot \vec{j} + (a_z \pm b_z) \cdot \vec{k}$$

$$2) \quad \overrightarrow{\lambda a} = \lambda a_x \cdot \vec{i} + \lambda a_y \cdot \vec{j} + \lambda a_z \cdot \vec{k}$$

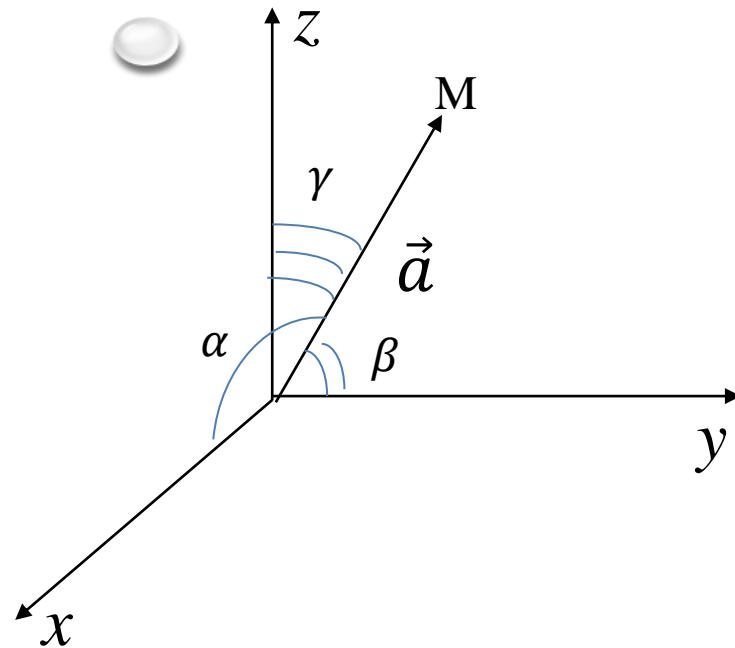
$$3) \quad |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Agar $A(x_1, y_1, z_1)$ va $B(x_2, y_2, z_2)$ berilgan bo'lsa,

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1) \vec{i} + (y_2 - y_1) \vec{j} + (z_2 - z_1) \vec{k}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Vektoring yo‘naltiruvchi kosinuslari



$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$$

vektor

berilgan bo‘lsin,

$$a_x = np_{ox} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \alpha$$

$$a_y = np_{oy} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \beta$$

$$a_z = np_{oz} \vec{a} = |\vec{a}| \cos \gamma$$

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{|\vec{a}|}$$

$$\cos \beta = \frac{a_y}{|\vec{a}|}$$

$$\cos \gamma = \frac{a_z}{|\vec{a}|}$$

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$$



Misol: A (1,2,3) va B (2,4,5) nuqtalar orqali o‘tuvchi \overrightarrow{AB} vektorning yo‘naltiruvchi kosinuslari topilsin.

Yechish:

$$\overline{AB} = \{2 - 1; 4 - 2; 5 - 3\} = \{1; 2; 2\},$$

$$|\overline{AB}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3,$$

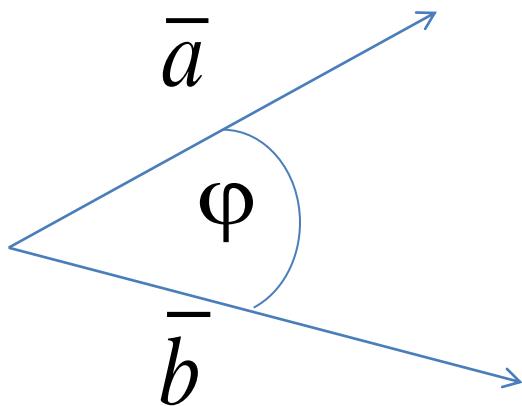
u holda

$$\cos \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = \frac{2}{3}, \cos \gamma = \frac{2}{3}$$



Ta’rif: Ikki vektorning skalyar ko‘paytmasi deb, shu vektorlar modullarining ular orasidagi burchak kosinusi bilan ko‘paytmasiga aytiladi. \vec{a} va \vec{b} vektorlar skalyar ko‘paytmasi $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ko‘rinishda belgilanadi. Demak,

$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\varphi$, bu yerda φ \vec{a} va \vec{b} vektorlar orasidagi burchak.



$$\cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ sondan iborat bo‘ladi.



Skalyar ko‘paytmaning xossalari

$$1) \overline{\vec{a}} \cdot \overline{\vec{b}} = \overline{\vec{b}} \cdot \overline{\vec{a}}$$

$$2) \lambda \cdot (\overline{\vec{a}} \cdot \overline{\vec{b}}) = (\lambda \cdot \overline{\vec{a}}) \cdot \overline{\vec{b}} = \overline{\vec{a}} \cdot (\lambda \cdot \overline{\vec{b}})$$

$$3) (\overline{\vec{a}} + \overline{\vec{b}}) \cdot \overline{\vec{c}} = \overline{\vec{a}} \cdot \overline{\vec{c}} + \overline{\vec{b}} \cdot \overline{\vec{c}}$$

$$4) \overline{\vec{a}} \cdot \overline{\vec{a}} = |\overline{\vec{a}}|^2$$

$$5) \overline{\vec{a}} \perp \overline{\vec{b}} \Leftrightarrow \overline{\vec{a}} \cdot \overline{\vec{b}} = 0$$

$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ va $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$ koordinatalari bilan berilgan

vektorlar skalyar ko‘paytmasi

$$\overline{\vec{a}} \cdot \overline{\vec{b}} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$$

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \sqrt{b_x^2 + b_y^2 + b_z^2}}$$



Misol. $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$ va $\vec{b} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 6\vec{k}$ vektorlar orasidagi burchakni toping.

Yechish:

$$\cos \varphi = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|} = \frac{2 \cdot 1 - 3 \cdot 2 + 6 \cdot 2}{\sqrt{1+4+4} \cdot \sqrt{4+9+36}} = \frac{8}{\sqrt{9} \cdot \sqrt{49}} = \frac{8}{21}$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{8}{21}\right)$$



Адабиётлар:

- 1.Азларов Т., Мансуров Х. ,Математик анализ,Т.: «Ўқитувчи». 1 т: 1994 й.
- 2.Азларов Т., Мансуров Х. ,Математик анализ,Т.: «Ўқитувчи». 2 т: 1995 й.
- 3.Аюпов Ш.А., Бердикулов М.А.,Функциялар назарияси ,Т.: “ЎАЖБНТ” маркази, 2004 й.
- 4.Turgunbayev R.,Matematik analiz. 2-qism,T.TDPU, 2008 у.
- 5.Jo‘raev T. va boshqalar,Oliy matematika asoslari. 2-q.,T.: «O‘zbekiston». 1999
- 6.Саъдуллаев А. ва бошқ.Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами, III қисм. Т.: «Ўзбекистон», 2000 й.,
- 7.Соатов Ё., Олий математика. Т., “Ўзбекистон”. 1996 й, 3 жилд
- 8.www.ziyonet.uz/
- 9.www.pedagog.uz/



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ
XO'JALIGINI MEXANIZATSİYALASH
MUHANDİSLARI İNSTITUTI



E'TIBORLARINGIZ UCHUN RAXMAT



+ 998 71 237 0986