Задачи на построение
с помощью циркуля и линейки

В геометрии специально выделяют задачи на построение, которые решаются только с помощью

двух инструментов:

ЦИРКУЛЯ и *ЛИНЕЙКИ*

без масштабных делений.

Условные обозначения

окр(О;r) - окружность с центром в точке О и радиусом r

$\angle$ - знак угла

$\in$ - знак принадлежности

$\perp$ - знак перпендикулярности

$\cap$ - знак пересечения

{ } - в скобках указано множество точек пересечения

: - заменяет слова ”такой что”

Задача 1

На данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному

Дано:

Луч h, O- начало

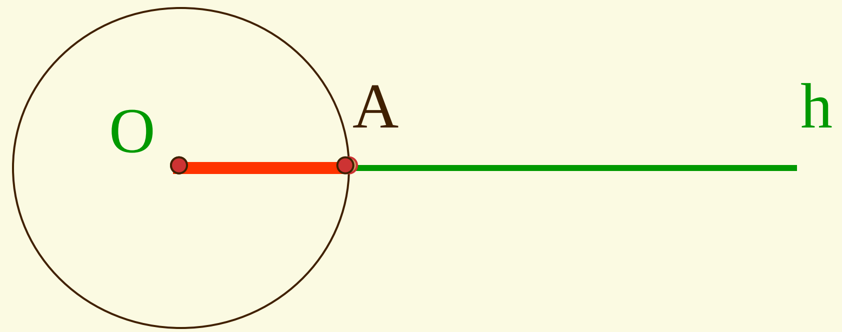
PQ-отрезок

P ⊢——⊣ Q

Построить:

OA: A∈h

OA=PQ



Построение:

1. окр(O;PQ)
2. h∩окр(O;PQ)= {A}
3. OA-искомый

Задача 2

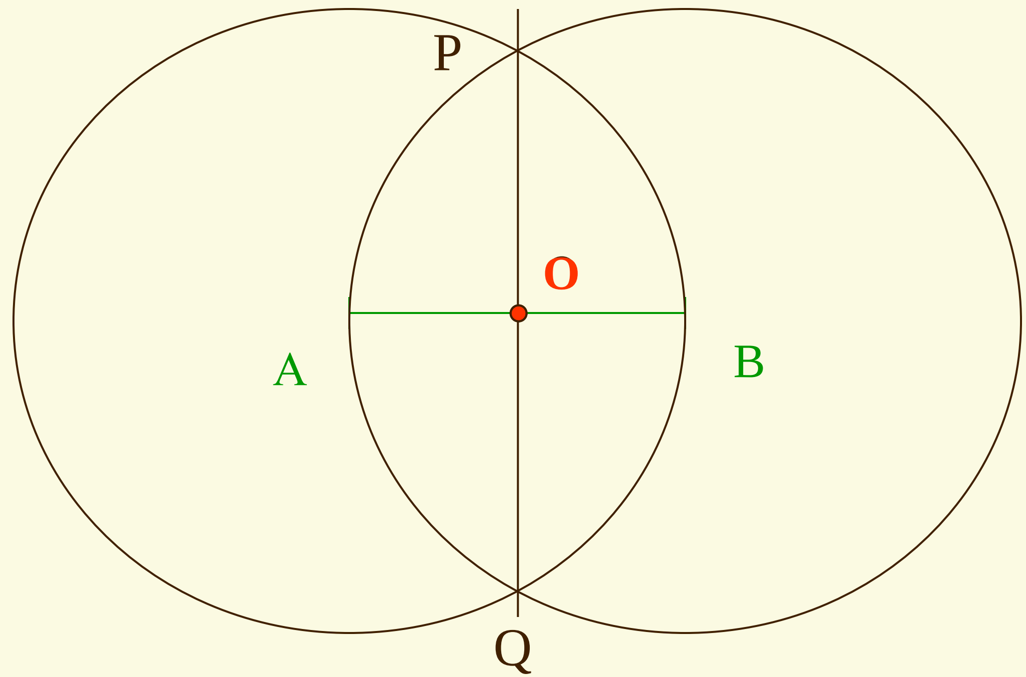
Построить середину данного отрезка

Дано:

AB-отрезок

Построить:

O: O∈AB
OA=OB



Построение:

1. окр(A ;AB)
2. окр(B;BA)
3. окр(A;AB)∩окр(B;BA)= {P;Q}
4. PQ-прямая
5. PQ∩AB={O}
6. O- искомая точка

Задача 2

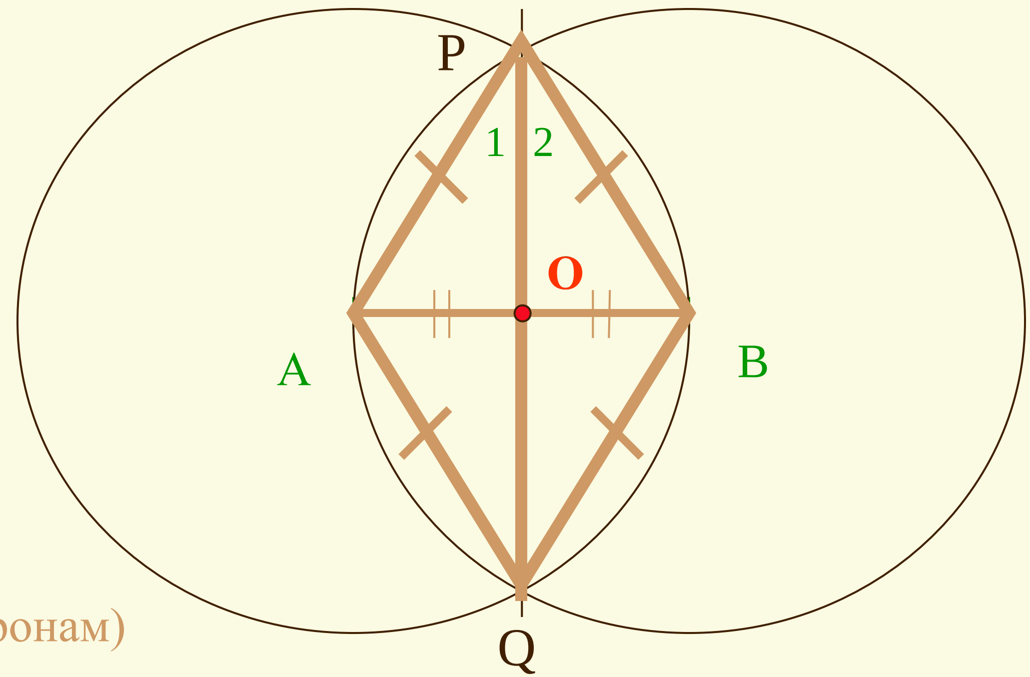
Построить середину данного отрезка

Дано:

AB-отрезок

Построить:

O: O∈AB
OA=OB



Доказательство:

ΔAPQ=ΔBPQ(по трем сторонам)

так как 1) AP=BP=r

2) AQ=BQ=r

3) PQ-общая

Следовательно, ∠1=∠2

Значит, PO-биссектриса равнобедренного ΔAPB.

Значит, PO и медиана ΔAPB. То есть, O-середина AB.

Задача 3 Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка M принадлежит прямой a

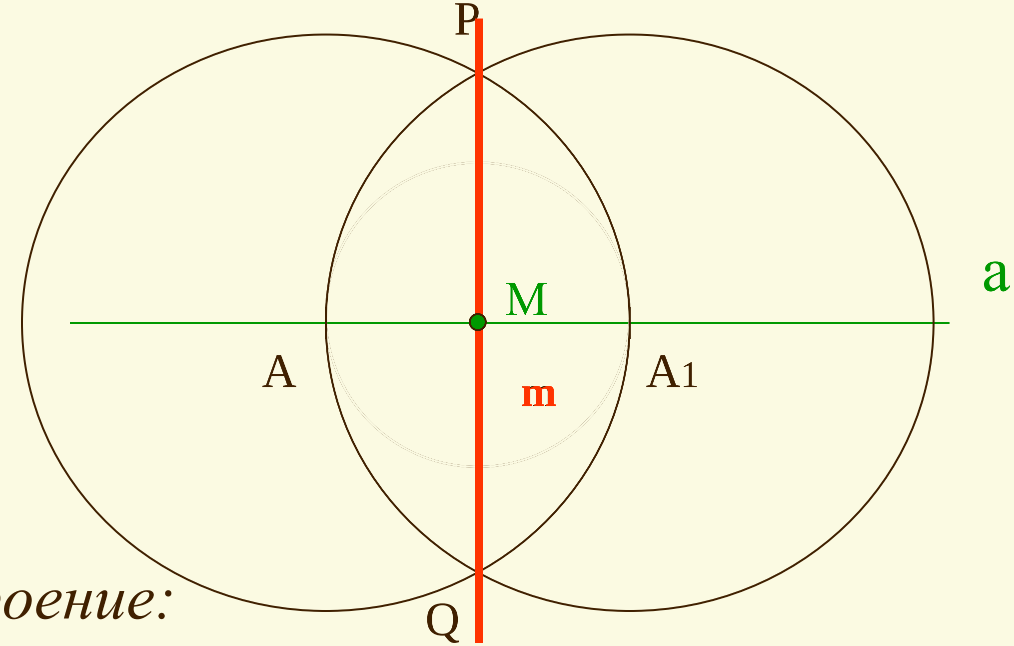
Дано:

прямая a

точка M

Построить:

m: $M \in m$, $m \perp a$



Построение:

1. окр(M;r); r-любой
2. окр(M;r)$\cap$a={A;A_1}
3. окр(A;AA_1)
4. окр(A_1;A_1A)
5. окр(A;AA_1)$\cap$окр(A_1;A)={P;Q}
6. прямая PQ=m
7. m-искомая

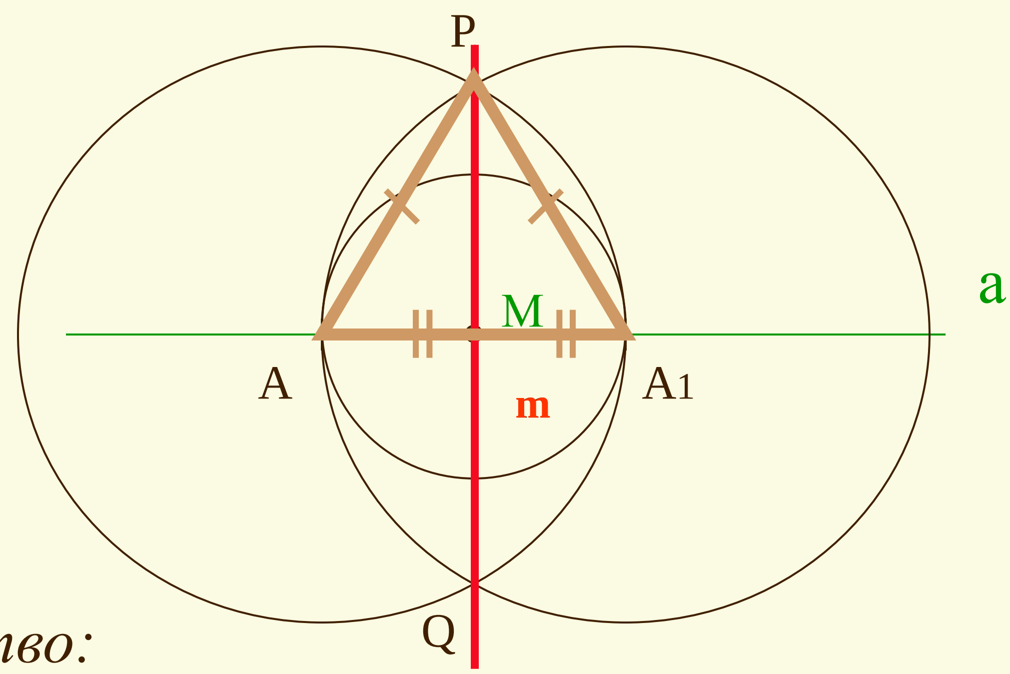
Задача 3 Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка М принадлежит прямой а

Дано:

прямая а

точка М



Построить:

m: $M \in m$, $m \perp a$

Доказательство:

ΔAPA_1-равнобедренный ($AP=A_1P=r$)

PM-медиана($MA=MA_1=r_1$)

Значит, PM-высота ΔAPA_1. То есть, $PQ \perp a$.

Задача 4 Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка М не принадлежит прямой а

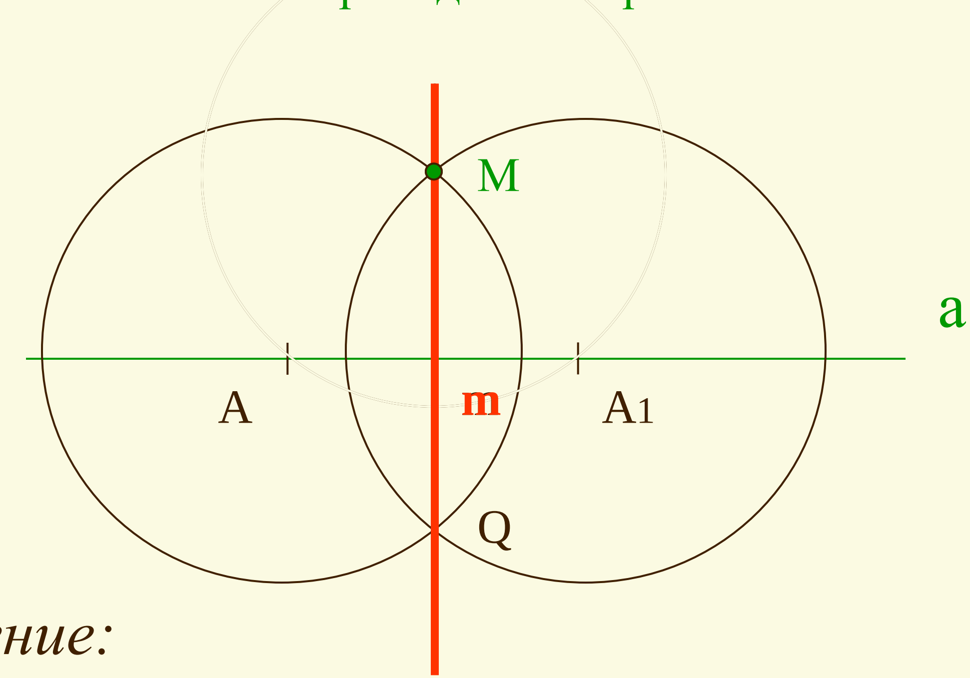
Дано:

прямая а

точка М

Построить:

m: $M \in m$, $m \perp a$



Построение:

1. окр(М;г)
2. окр(М;г)$\cap$а=$\{A;A_1\}$
3. окр(А;АМ)
4. окр(A_1;A_1M)
5. окр(А;АМ)$\cap$окр(A_1;A_1M)=$\{M;Q\}$
6. прямая MQ=m
7. m-искомая

Задача 4 Построить прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную к данной прямой

точка M не принадлежит прямой a

Дано:

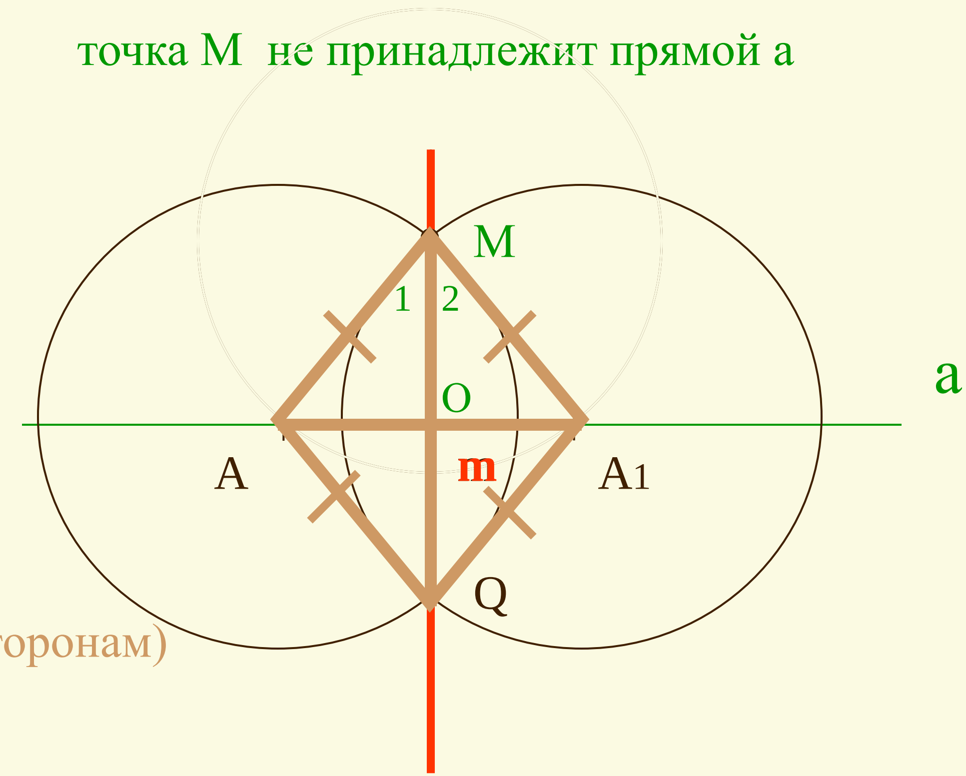
прямая a

точка M

Построить:

m: $M \in m$

$m \perp a$



Доказательство:

$\Delta AMQ = \Delta A_1MQ$ (по трем сторонам)

так как 1) $AM = A_1M = r$

2) $AQ = A_1Q = r$

3) MQ-общая

Следовательно, $\angle 1 = \angle 2$.

Тогда, MO-биссектриса равнобедренного ΔAMA_1.

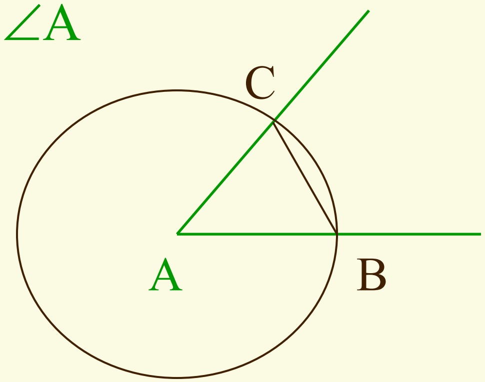
Значит, MO и высота ΔAMA_1. Тогда, $MQ \perp a$.

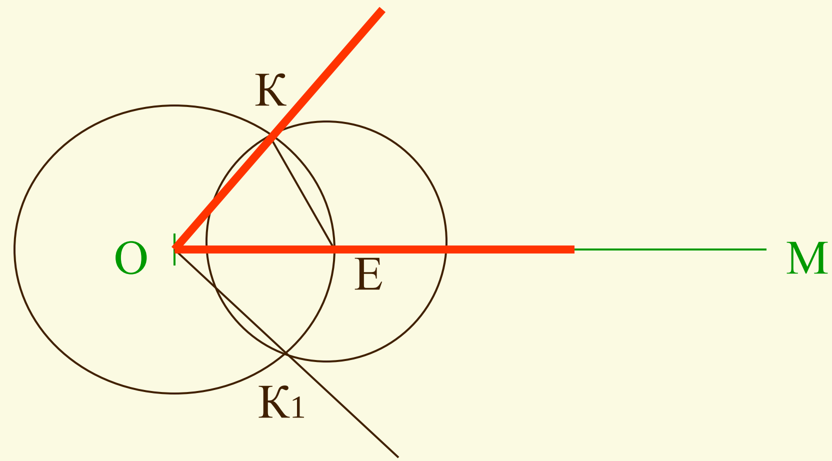
Задача 5 Отложить от данного луча угол, равный данному

Дано:

луч OM

∠A





Построить:

∠KOM=∠A

Построение:

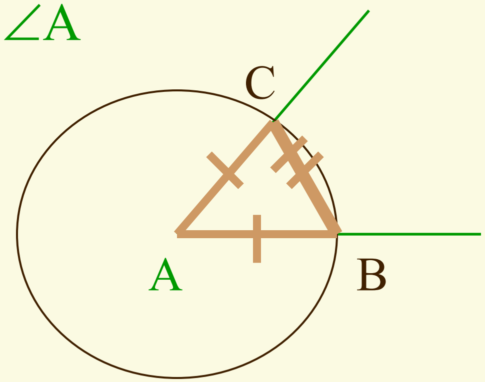
1. окр(A,r); r-любой
2. окр(A;r)∩∠A={B;C}
3. окр(O,r)
4. окр(O,r) ∩OM= {E}
5. окр(E,BC)
6. окр(E,BC)∩окр(O,r)= {K;K_1}
7. луч OK; луч OK_1
8. ∠KOM -искомый

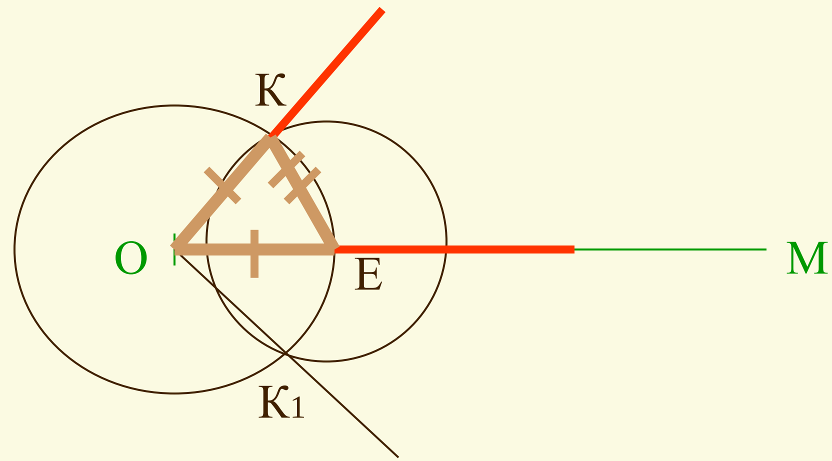
Задача 5 Отложить от данного луча угол, равный данному

Дано:

луч ОМ

∠A





Построить:

∠КОМ=∠А

Доказательство:

ΔАВС=ΔОЕК(по трем сторонам)

так как 1) АВ=ОЕ=г

2) АС=ОК=г

3) ВС=ЕК=г$_1$

Следовательно, ∠КОМ=∠А

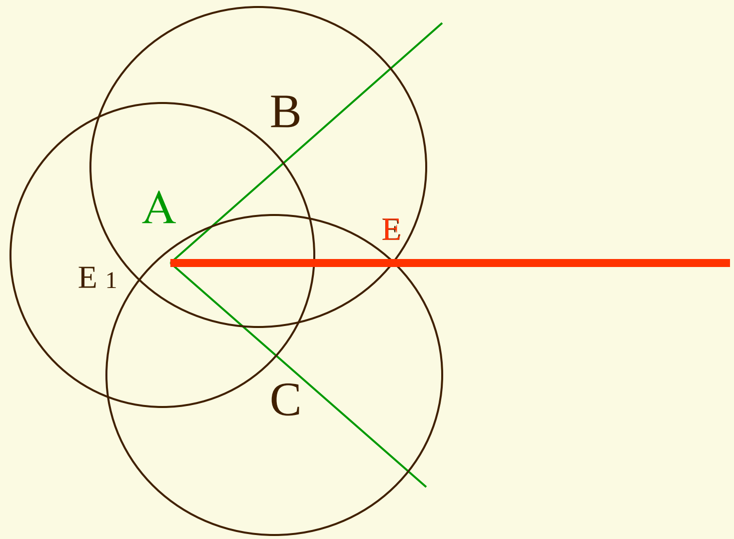
Задача 6 Построить биссектрису данного угла

Дано:

∠A

Построить:

Луч AE-биссектрису ∠A



Построение:

1. окр(A;г); г-любой
2. окр(A;г)∩∠A={B;C}
3. окр(B;г$_1$)
4. окр(C;г$_1$)
5. окр(B;г$_1$)∩окр(C;г$_1$)={E;E$_1$}
6. E-внутри ∠A
7. AE-луч
8. AE-искомый

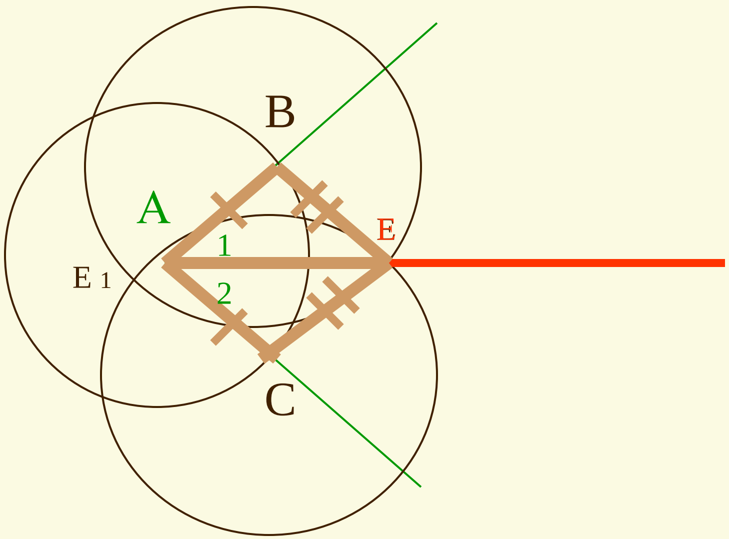
Задача 6 Построить биссектрису данного угла

Дано:

∠A

Построить:

Луч AE-биссектрису ∠A



Доказательство:

ΔABE=ΔACE(по трем сторонам)

так как 1) AC=AB=r

2) CE=BE=r_1

3) AE-общая

Следовательно, ∠1=∠2.

Значит, AE-биссектриса ∠A.

Схема решения задач на построение

1. Анализ
2. Построение
3. Доказательство
4. Исследование