Ikkinchi tartibli egri chiziqlar.

Reja.

1. Kirish
2. Aylana va uning tenglamasi
3. Ellips va uning kanonik tenglamasi
4. Giperbola va uning kanonik tenglamasi.
5. Parabola va uning tenglamasi.

1. Kirish

Biz oldingi ma’ruzalarda har qanday har qanday to’g’ri chiziqning tenglamasi x va y o’zgaruvchilarga nisbatan birinchi darajali $Ax + Bx + C = 0$ tenglamadan iborat bo’lishligi bilan tanishdik.

Bugungi ma’ruzada ikkinchi tartibli chiziqlar ya’ni tenglamasi x va y o’zgaruvchilarga nisbatan ikkinchi darajali bo’lgan chiziqlar bilan tanishamiz.

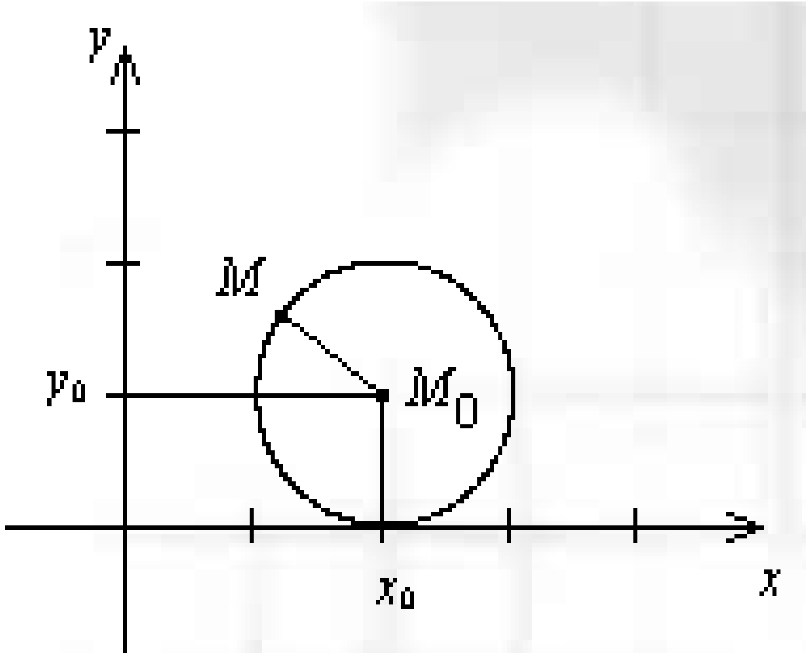
Ta’rif. To’g’ri burchakli Dekart koordinatalar sistemasida tenglamasi ushbu

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad (1)$$

ko’rinishdan iborat bo’lgan chiziqlarga ikkinchi tartibli egri chiziqlar deyiladi. Bu yerda $A, B, C, D, E, F -$ haqiqiy sonlar bo’lib, A, B, C lardan kamida biri noldan farqli bo’lishi kerak.

2. Aylana va uning kanonik tenglamasi.

2-Ta'rif. Berilgan markaz deb ataluvchi $M_0(x_0, y_0)$ nuqtadan bir xil uzoqlikda yotuvchi nuqta-larning geometrik o'rniga aylana deyiladi.



Aylana tenglamasini tuzamiz. Berilgan nuqta ya'ni markaz $M_0(x_0, y_0)$ bo'lsin. Aylanaga tegishli ixtiyoriy $M(x, y)$ nuqtani olamiz.

Ta’rif. Giperbola deb shunday nuqtalarning geometrik o’rniga aytiladiki, ularning har biridan berilgan F_1 va F_2 nuqtalargacha *(fokuslargacha)* bo’lgan masofalar ayirmasining absolyut qiymati o’zgarmas $2a$ $(0 < 2a < F_1F_2)$ nuqtadan iborat.

Giperbolaning eng sodda tenglamasini keltirib chiqaramiz.

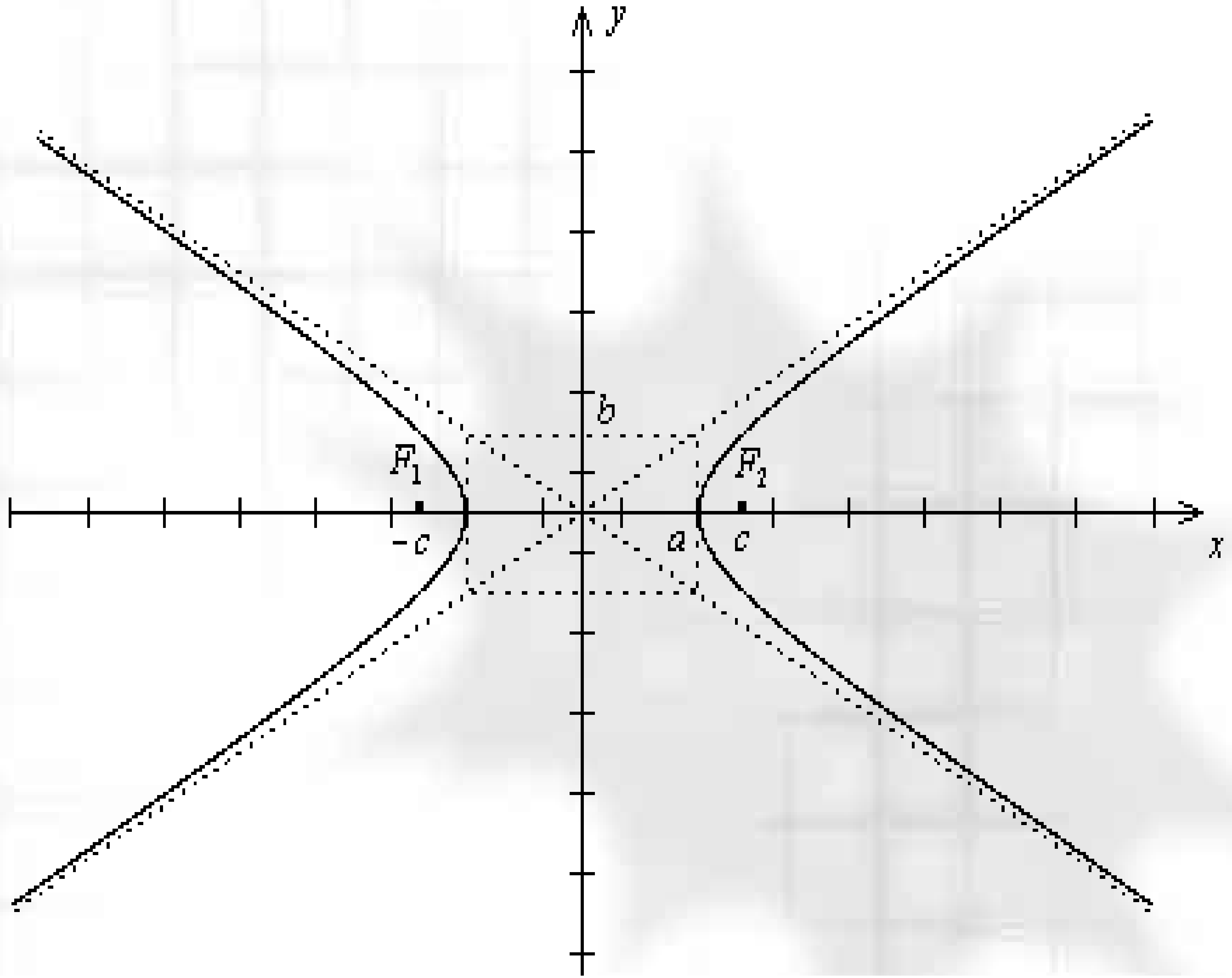
Giperbola tenglamasini hosil qilish uchun Dekart koordinatalar sistemasida F_1 va F_2 nuqtalarni Ox o’qi bo’ylab koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo’lgan *c* masofada joylashtiramiz. Ikki nuqta orasidagi masofa formulasidan

$$F_1M = \sqrt{(x-c)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-c)^2 + y^2}$$

$$F_2M = \sqrt{(x+c)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x+c)^2 + y^2}$$

Bundan

$$\sqrt{(x-c)^2 + y^2} - \sqrt{(x+c)^2 + y^2} = 2a$$


y
b
F_1
F_1
$-c$
a
c
x

$$\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a+\sqrt{(x+c)^2+y^2},$$

$$(x-c)^2+y^2=4a^2+4a\sqrt{(x+c)^2+y^2}+(x+c)^2+y^2$$

$$4a^2+4cx=4a\sqrt{(x+c)^2+y^2}$$

$$a^2+cx=a\sqrt{(x+c)^2+y^2}$$

bundan

$$a^4 + 2a^2cx + c^2x^2 = a^2(x^2 + 2xc + c^2 + y^2)$$

$$(c^2 - a^2)x^2 - a^2y^2 = a^2(c^2 - a^2)$$

$$c^2 - a^2 = b^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \qquad (1)$$

(1) tenglama giperbolaning kanonik tenglamasi deyiladi.

$A(a,0)$ va $A_1(-a,0)$ nuqtalar giperbolaning uchlari, a parameter *haqiqiy yarim o'q*, b esa *mavhum yarim o'qi* deyiladi.

Ushbu $\varepsilon = \frac{c}{a}$ nisbat giperbolaning *ekstsentrisiteti* deyiladi.

$M(x,y)$ nuqtadan fokuslargacha bo'lgan masofalar

$$r_{1,2} = |\varepsilon x \pm a|$$

formulalar bilan aniqlanadi.

$x = \pm \frac{a}{\varepsilon}$ chiziqlar giperbolaning *direktrisalari* deyiladi.

Giperbolaning xossalari:

1) Giperbola koordinata o’qlariga nisbatan simmetrik bo’lgan egri chiziqdir.

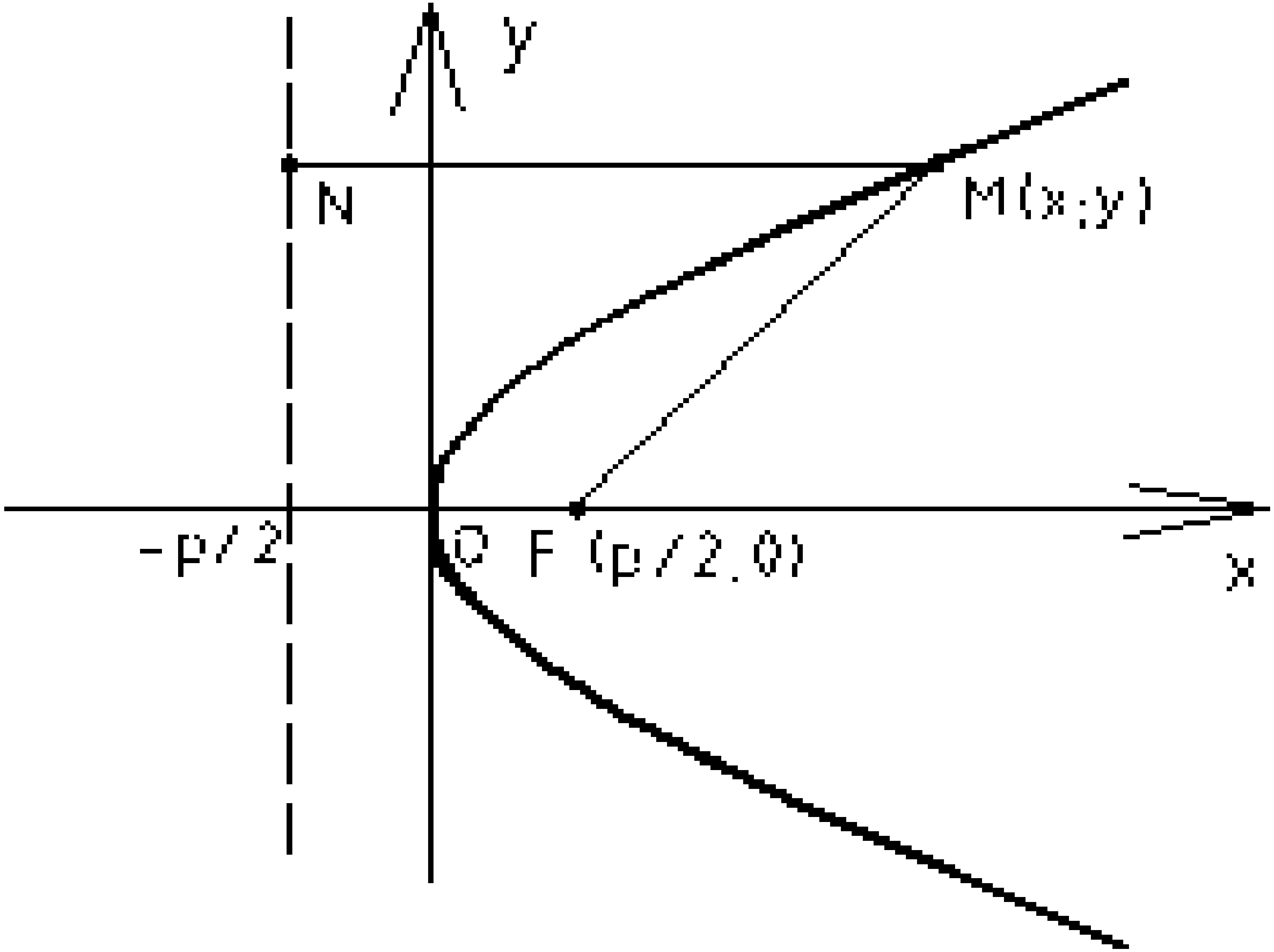
2) $y = \pm\frac{b}{a}x$ to’g’ri chiziqlar giperbolaning asimptotalari bo’ladi, ya’ni bu to’g’ri chiziq x ning cheksiz kattalashib borishi bilan giperbolaga brogan sari yaqinlashib boradi.

Parabola va uning tenglamasi

Tekislikda Dekart koordinatalar sistemasini olaylik. Bu tekislikda Oy o’qiga parallel to’g’ri chiziq va bu to’g’ri chiziqqa tegishli bo’lmagan $F(a, 0)$ nuqta berilgan bo’lsin. Bu to’g’ri chiziq va F nuqtadan bir xil masofada joylashgan nuqtalarning geometrik o’rni parabola deyiladi.

F nuqta parabolaning *fokusi* qaralayotgan to’g’ri chiziq esa uning *direktrisasi* deb ataladi.

Parabola tenglamasini hosil qilish uchun F nuqtani Ox o’qi bo’ylab koordinata boshidan $\frac{p}{2}$ masofada (p>0) joylashtiraylik.


y
N
M(x;y)
-p/2
O
F (p/2.0)
x

Uning direktrisasi esa $x = -\frac{p}{2}$ toi’g’ri chiziq bo’lsin. Parabolaning ixtiyoriy $M(x, y)$ nuqtasini qaraylik. Ikki nuqta orasidagi masofa formulasiga ko’ra

$$\sqrt{(x - \frac{p}{2})^2 + y^2} = x + \frac{p}{2}$$

bo’ladi. Bu tenglikning ikkala tomonini kvadratga oshirib topamiz.

$$y^2 = 2px$$

Bu tenglama parabolaning kanonik tenglamasi deyiladi.