Mavzu : Hosila olish qoidalari. Murakkab funksiya hosilasi. Funksiya differensialining taqribiy hisobga tadbiqi.

Reja :

1.Hosila olish qoidalari.

2.Murakkab funksiyalar hosilalari.

3. Funksiya differensialining taqribiy hisobga tadbiqi.

1.Hosila olish qoidalari.

1. O’zgarmas miqdorning hosilasi nolga teng ya’ni, agar y=*C* bo’lsa, bu yerda *C=const*, **y`=0** bo’ladi.
2. O’zgarmas ko’paytuvchini hosila belgisidan tashqariga chiqarish mumkin ya’ni, agar y=*Cu(x)* bo’lsa, (*C=const*), ***y`=Cu`(x)*** bo’ladi.

3.Chekli sondagi differentsiallanuvchi funksiyalar yig’indisining hosilasi shu funksiyalar hosilalarining yig’indisiga teng yani $(u+v)' = u' + v'$

4. Ikkita defferentsiallanuvchi funksiyalar ko’paytmasining hosilasi birinchi funksiya hosilasining ikkinchi funksiya bilan ko’paytmasi plyus birinchi funksiyaning ikkinchi funksiya hosilasi bilan ko’paytmasiga teng ya’ni, agar y=uv bo’lsa, $y`=u`v+uv`$

5.Kasrning (ya’ni ikkita funksiya bo’linmasining) hosilasi kasrga teng bo’lib, uning maxraji berilgan kasr maxrajining kvadratidan, surati esa maxrajning surat hosilasi bilan va suratning maxraj hosilasi bilan ko’paytmalari orasidagi ayirmasidan iborat ya’ni, agar bo’lsa,

$$y' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

2.Murakkab funksiyalar hosilalari.

Agar $u=\varphi(x)$ funksiya biror x nuqtada $u_x'=\varphi'(x)$ hosilaga ega bo'lsa, $y=F(u)$ funksiya esa u ning mos qiymatida $y_{u'}=F'(u)$ hosilaga ega bo'lsa, u holda ko'rsatilgan x nuqtada $y=F[\varphi(x)]$ murakkab funksiya ham

$$y_x' = F_u'(u)\,\varphi'(x)$$

ga teng hosilaga ega bo'ladi, bu yerda u o'rniga $u=\varphi(x)$ ifoda qo'yilishi zarur.

Qisqacha

$$y_x' = y_u' u_x'$$

ya’ni murakkab funksiyaning hosilasi berilgan funksiyaning oraliqdagi argument u bo’yicha hosilasining oraliqdagi argumentning x bo’yicha hosilasi bilan ko’paytmasiga teng.

Misol: $y=\dfrac{2x^3+5}{\sqrt{x^4+2x}}$ funksiya hosilasi topilsin

Yechish:

$$y=\left(\frac{2x^3+5}{\sqrt{x^4+2x}}\right)=\frac{(2x^3+5)'\sqrt{x^4+2x}-(2x^3+5)(\sqrt{x^4+2x})'}{(\sqrt{x^4+2x})^2}=$$

$$=\frac{6x^2\sqrt{x^4+2x}-(2x^3+5)\cdot\dfrac{(x^4+2x)'}{2\sqrt{x^4+2x}}}{x^4+2x}=$$

$$=\frac{6x^2\sqrt{x^4+2x}-(2x^3+5)\cdot\dfrac{(4x^3+2)}{2\sqrt{x^4+2x}}}{x^4+2x}=$$

$$=\frac{6x^2\sqrt{x^4+2x}-(2x^3+5)\cdot\dfrac{(2x^3+1)}{\sqrt{x^4+2x}}}{(x^4+2x)}=$$

$$=\frac{6x^6+12x^3-4x^6-12x^3-5}{(\sqrt{x^4+2x})^3}=\frac{2x^6-5}{(\sqrt{x^4+2x})^3}$$

Funksiya differensiali

$y = f(x)$ funksiya [a,b] kesmada differensiyallanuvchi bo'lsin. Bu funksiyaning [a,b] kesmaga tegishli biror *x* nuqtadagi hosilasi $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x)$ tenglik bilan aniqlanadi. $\Delta x \to 0$ da $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ nisbat ma'lum $f'(x)$ songa intiladi va demak, $f'(x)$ hosiladan cheksiz kichik miqdorga farq

$\frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(x) + \alpha$ bu yerda $\Delta x \to 0$ da $\alpha \to 0$.

Shunday qilib, $\Delta y = f'(x)\Delta x + \alpha\Delta x$.

Agar $y = f'(x)$ funksiya x nuqtada $f'(x)$ hosilaga ega bo’lsa u holda $f'(x)$ hosilaning argument orttirmasi Δx bilan ko’paytmasi funksiyaning differensiyali deyiladi va u $dy = f'(x)dx$ kabi belgilanadi.

Yuqoridagi $\Delta y = f'(x)\Delta x + \alpha\Delta x$ formuladan $\Delta y = dy + \alpha\Delta x$ ekanligi kelib chiqadi. Agar $f'(x) \neq 0$ bo'lsa, $\alpha\Delta x$ ko'paytma dy ga nisbattan yuqori tartibli cheksiz kichik miqdor bo'ladi ya'ni $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 1 + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha\Delta x}{f'(x)\Delta x} = 1 + \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\alpha}{f'(x)} = 1$ Shuning uchun taqribiy hisoblash $\Delta y \approx dy$ taqribiy tenglikdan yoki $f(x+\Delta x) - f(x) \approx f'(x)\Delta x$ dan taqribiy hisoblash mumkin.

Funksiya differensiyalini toppish masalasi uning hosilasini topish bilan baravar. Ikkita differensilayallanuvchi *u* va *v* funksiyalar yig'indisining differensiyali shu funksiyalar differensiyallarining yig'indisiga teng: $d(u+v) = du + dv$. Ikkita differensiyallanuvchi *u* va *v* funksiyalar ko'paytmasining differensiyali $d(uv) = udv + vdu$ ga teng

Ikkita bo'linma shakldagi funksiya differensiyali quyidagiga teng ya'ni $y = \frac{u}{v}$ ko'rinishda berilgan bo'lsa $dy = \frac{vdu - udv}{v^2}$ bo'ladi.

Misol: $y = \frac{5x+4}{2x-1}$ funksiya differensiali topilsin.

Yechish: $dy = \frac{(2x-1)d(5x+4)-(5x+4)d(2x-1)}{(2x-1)^2}$

bundan, $d(5x+4) = 5, d(2x-1) = 2$ ligidan

$$dy = \frac{(2x-1)\cdot 5 - (5x+4)\cdot 2}{(2x-1)^2} = -\frac{13}{(2x-1)^2}$$

Misol: $y = x^2$funksiyaning dy differensiyali va Δy orttirmasi topilsin:

1) x va Δx ning ixtiyoriy qiymatlarida;

2) x =20, Δx =0,1 bo`lganda.

Yechish. 1) Δy=$(x + \ \Delta x)^2$ - x^2 $=$2x Δx + Δx^2,

dy=$(x^2)'$ Δx =2x Δx.

2) Agar $x = 20$, Δx=0,1 bo`lsa,

$$\Delta y = 2 \cdot 20 \cdot 0{,}1 + (0{,}1)^2 = 4{,}01$$

$$dy = 2 \cdot 20 \cdot 0{,}1 = 4.00$$

Δy ni dy bilan almashtirishdagi xato 0,01ga teng. Ko`pincha uni $\Delta y = 4{,}01$ ga nisbattan oz deb hisoblab, uni e'tiborga olmaslik mumkin.