Параллельность прямых и плоскостей в пространстве

Содержание

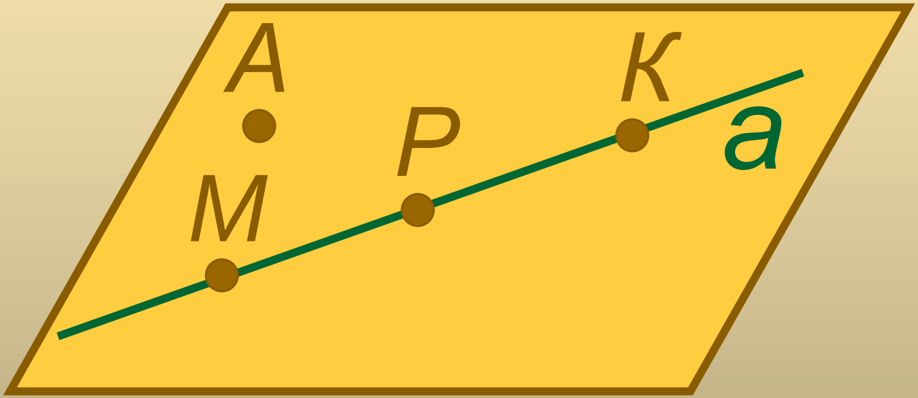
Примеры и задачи

- Пример с параллелепипедом
- Задача 1
- Задача 2

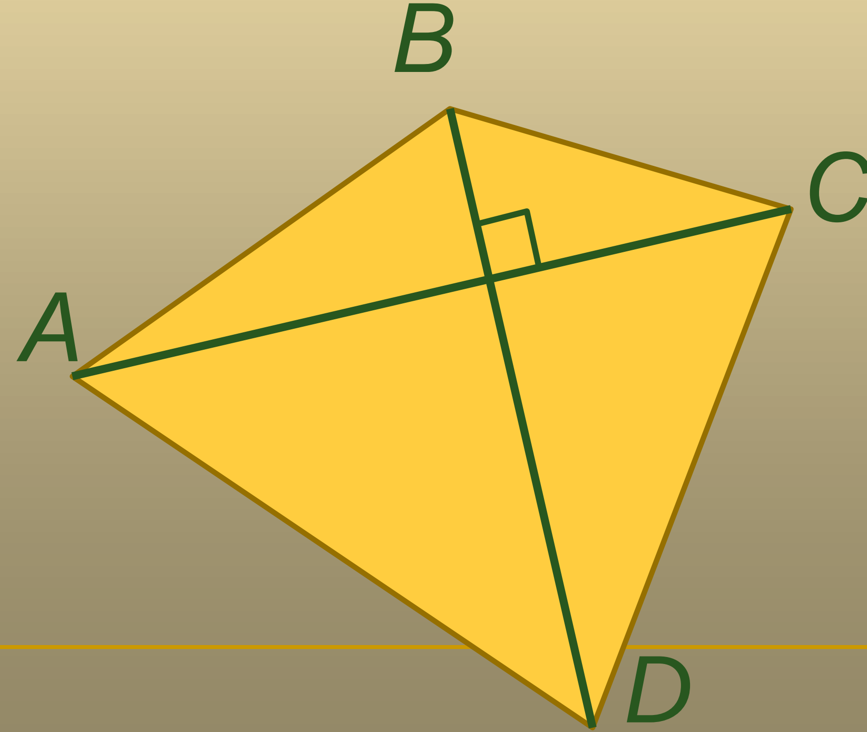
Проверка самостоятельной работы

1 вариант

№1



№2

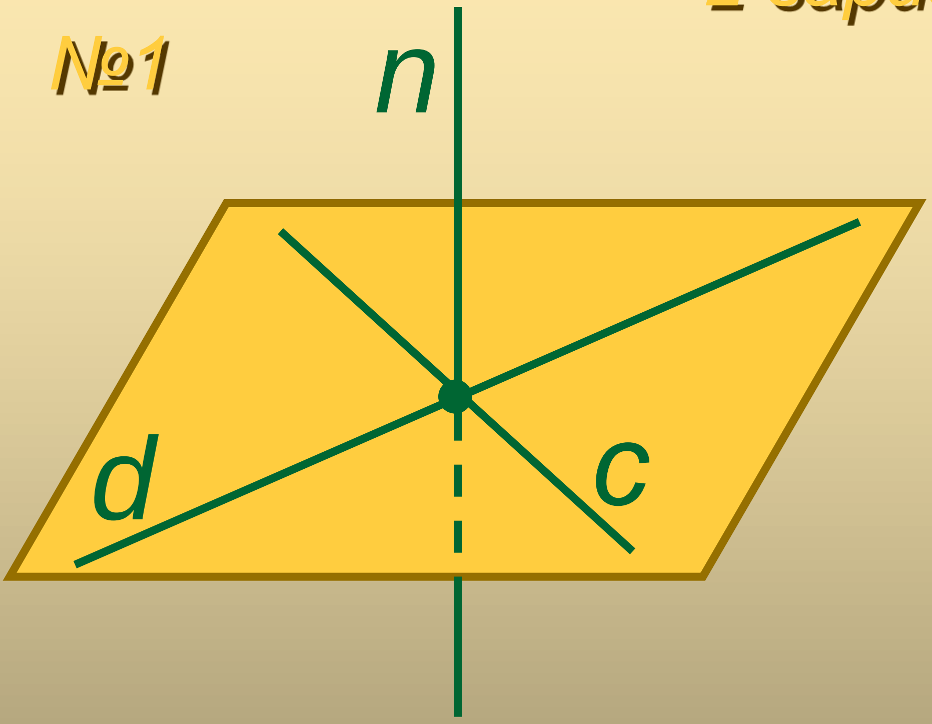


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha$$

Проверка самостоятельной работы

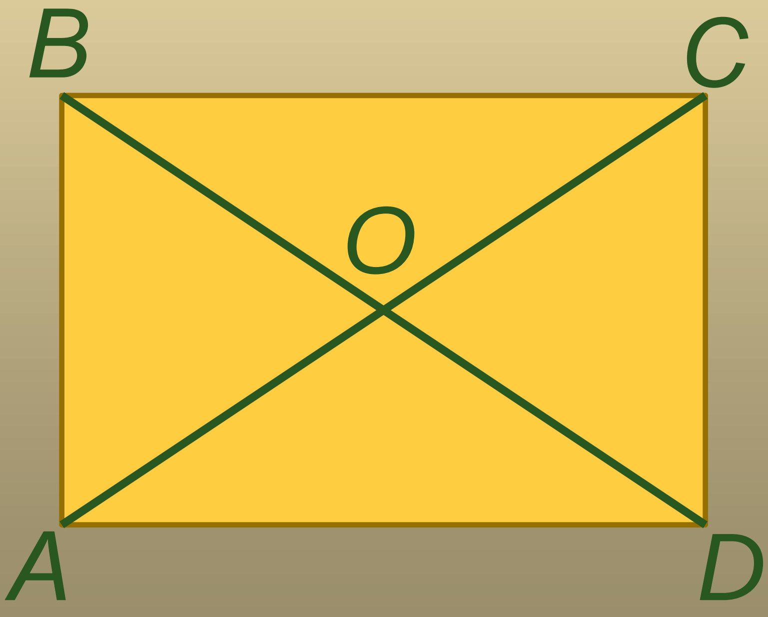
2 вариант

№1

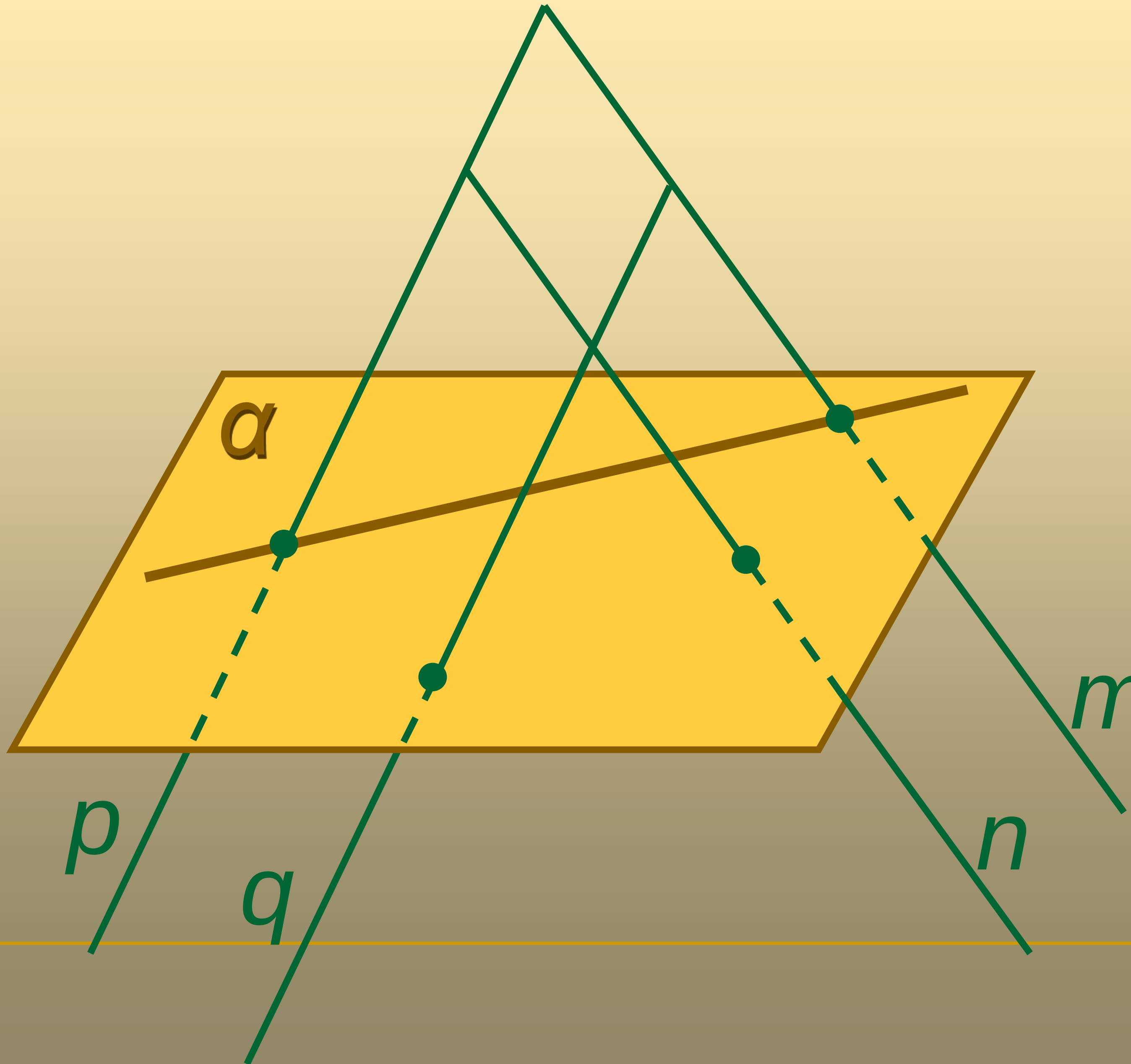


$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha$$

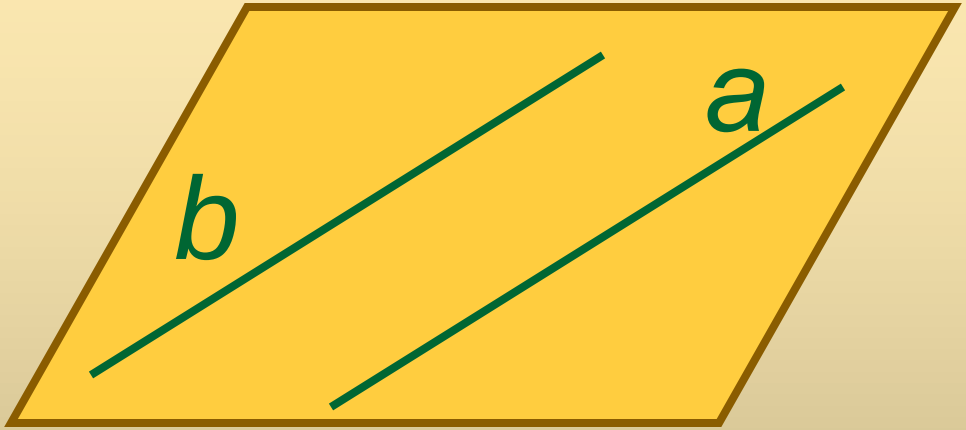
№2



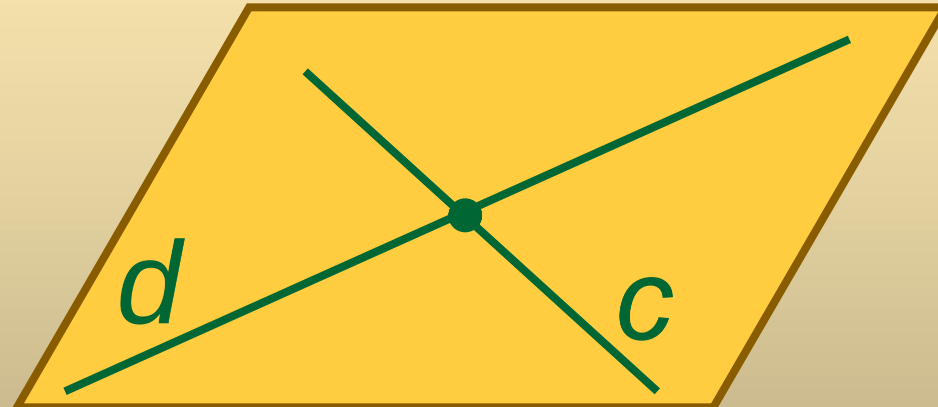
Определите ошибку на рисунке



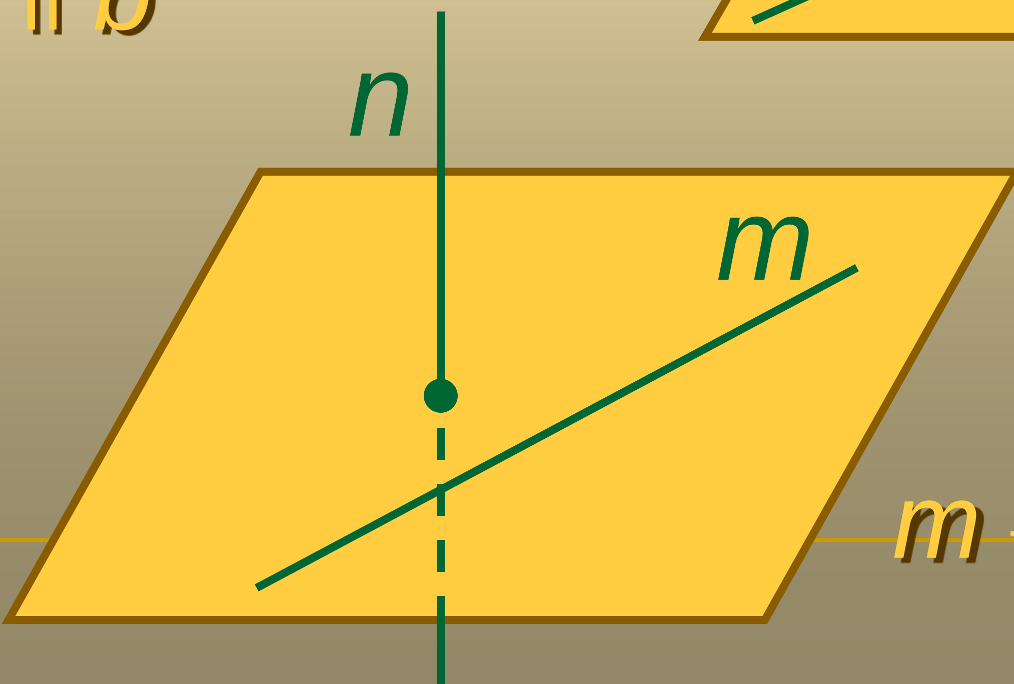
Взаимное расположение прямых в пространстве



$a \parallel b$



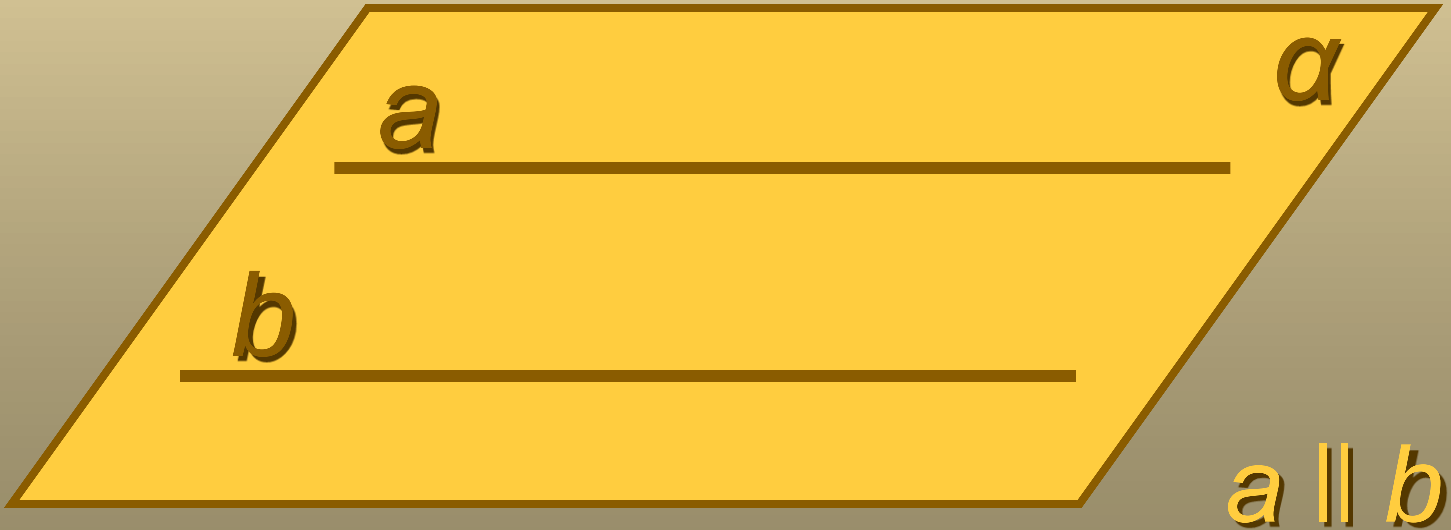
$c \cap d$



$m \overset{\bullet}{-} n$

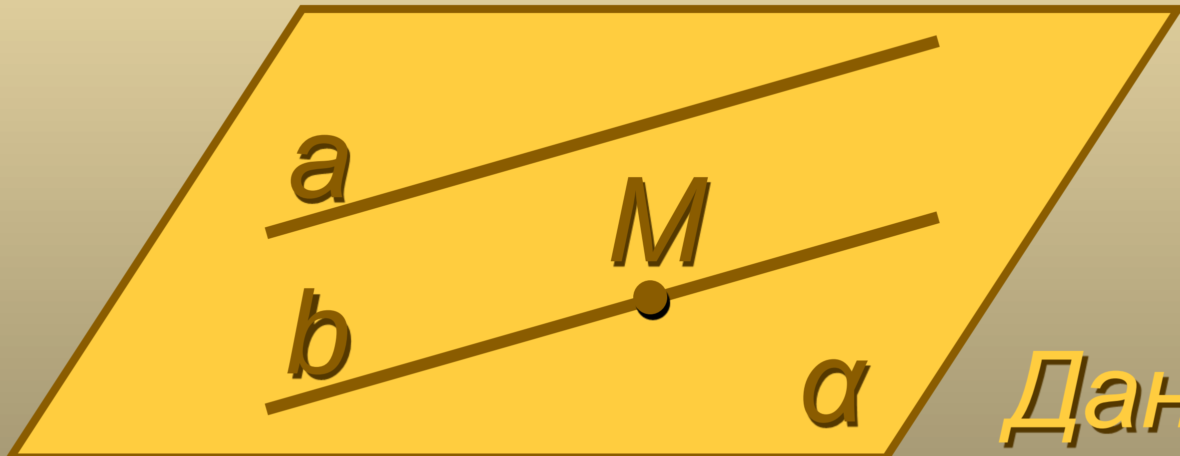
Параллельные прямые в пространстве

Две прямые называются ***параллельными***, ***если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.***



Теорема о параллельных прямых

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.



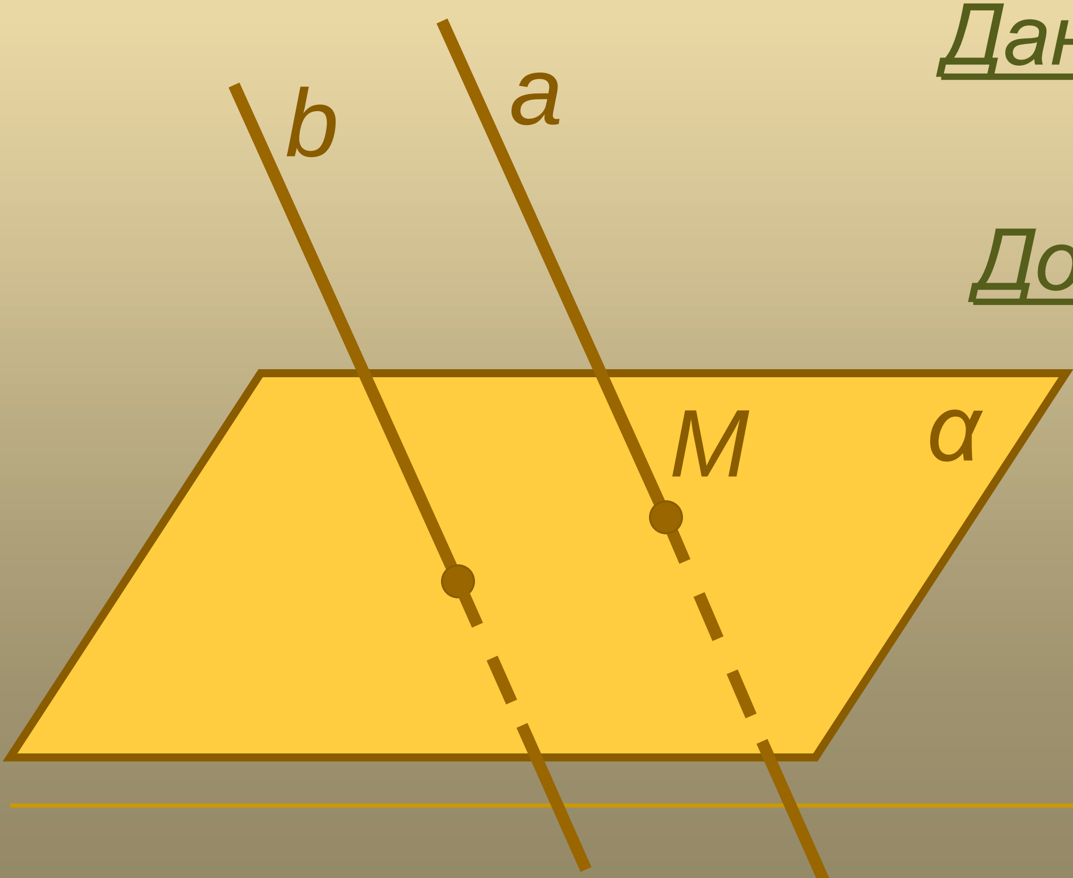
Дано: a, $M \notin a$

Доказать: 1) $\exists b$, $M \in b$, $a \parallel b$

2) b – !

Лемма

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.

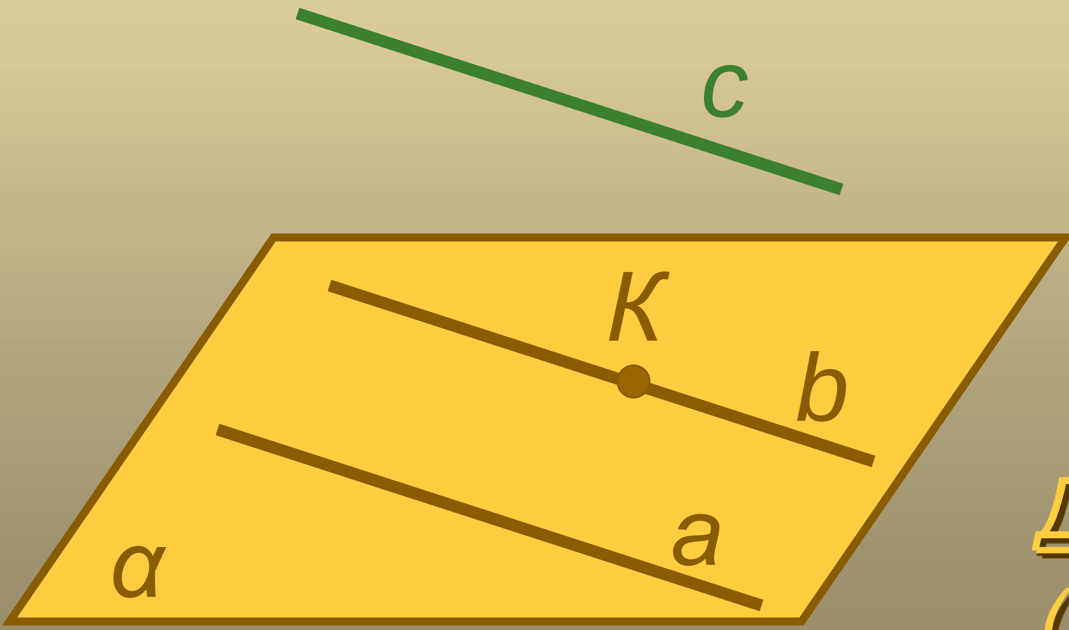


Дано: $a \parallel b,\ a \cap \alpha$

Доказать: $b \cap \alpha$

Теорема о параллельности трех прямых

Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.

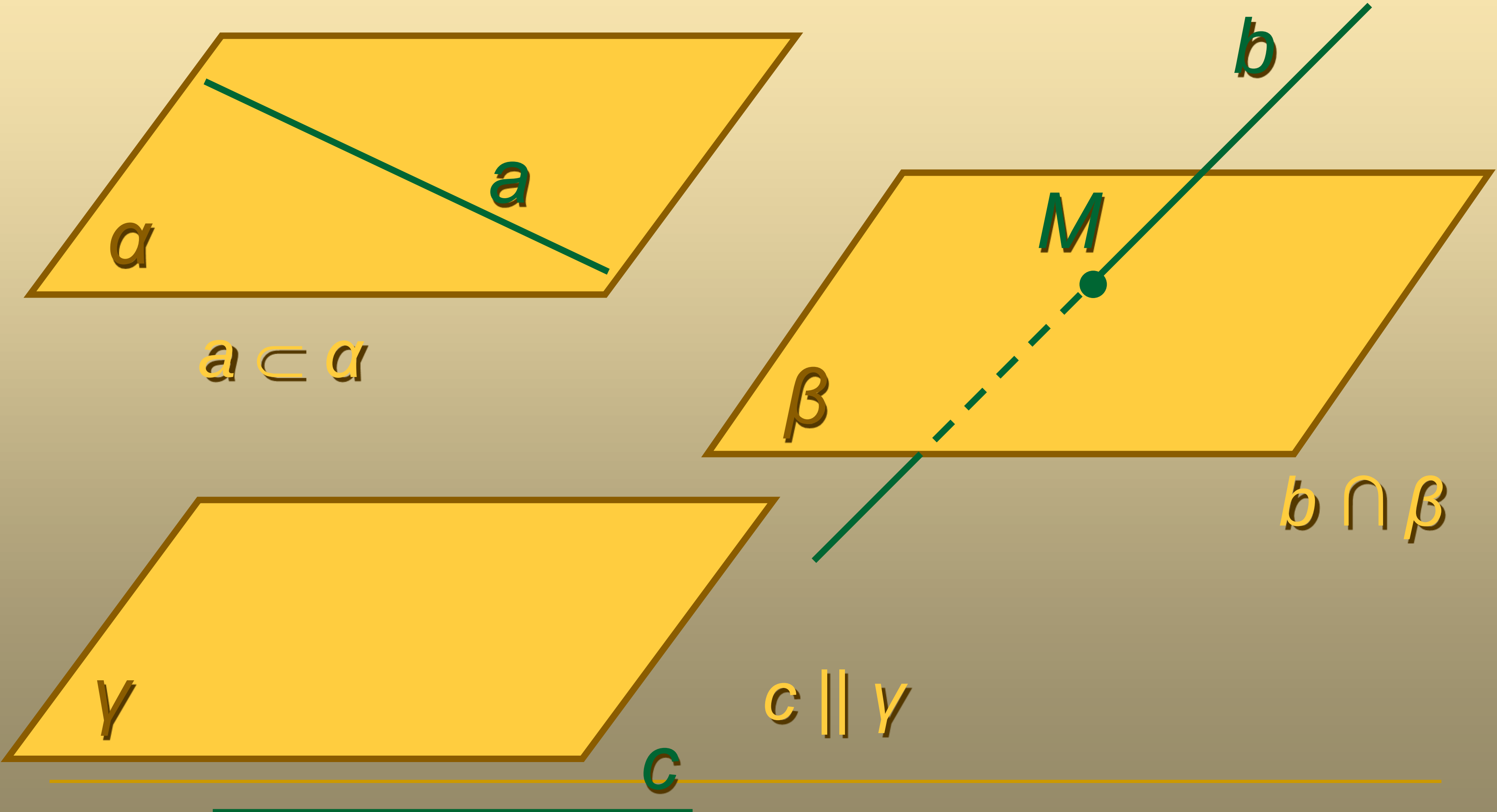


<u>Дано:</u> $a \parallel c$; $b \parallel c$

<u>Доказать:</u> $a \parallel b$

$(a \subset \alpha,\ b \subset \alpha,\ a \not\cap b)$

Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

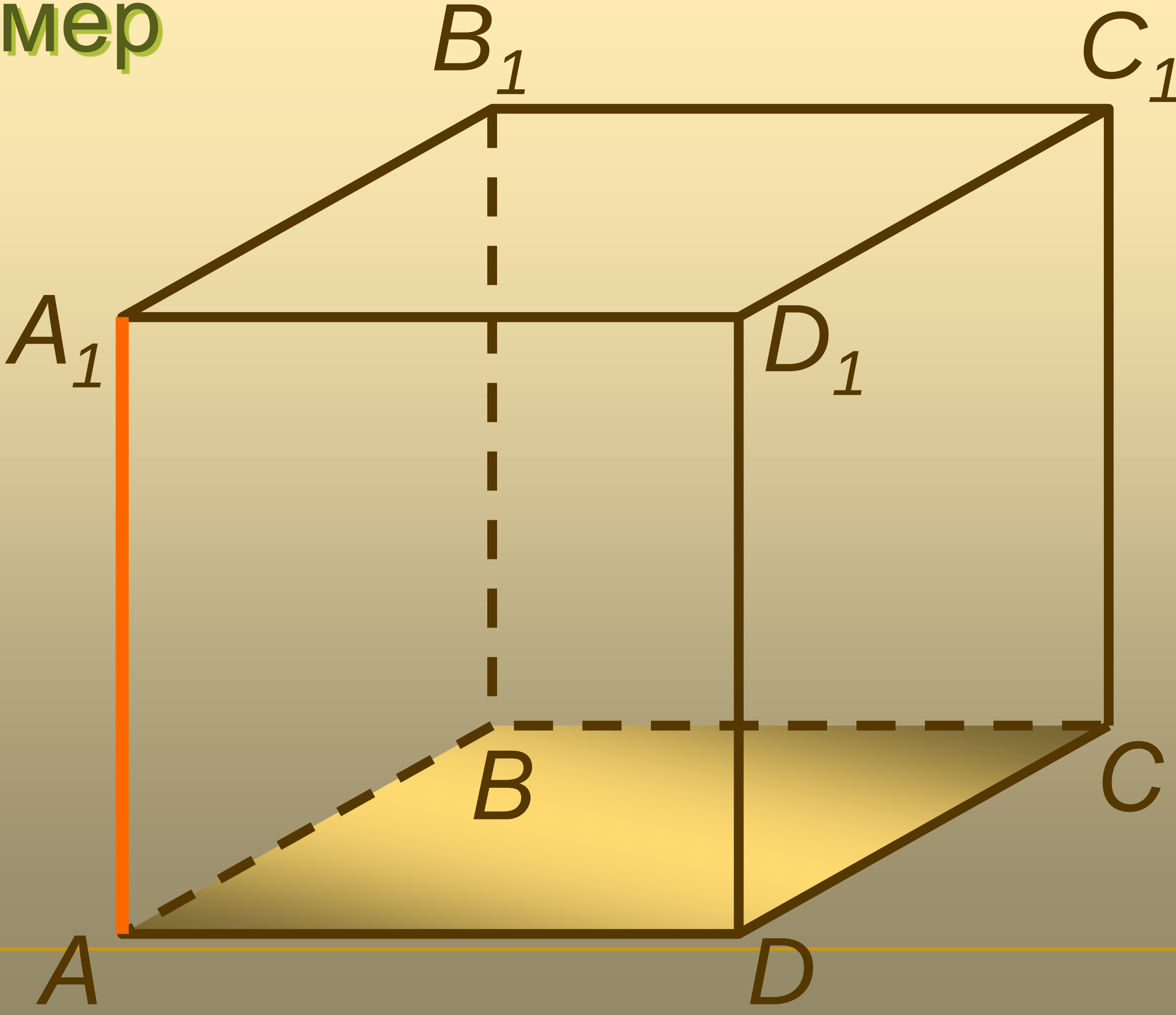


Определение параллельных прямой и плоскости

Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек.

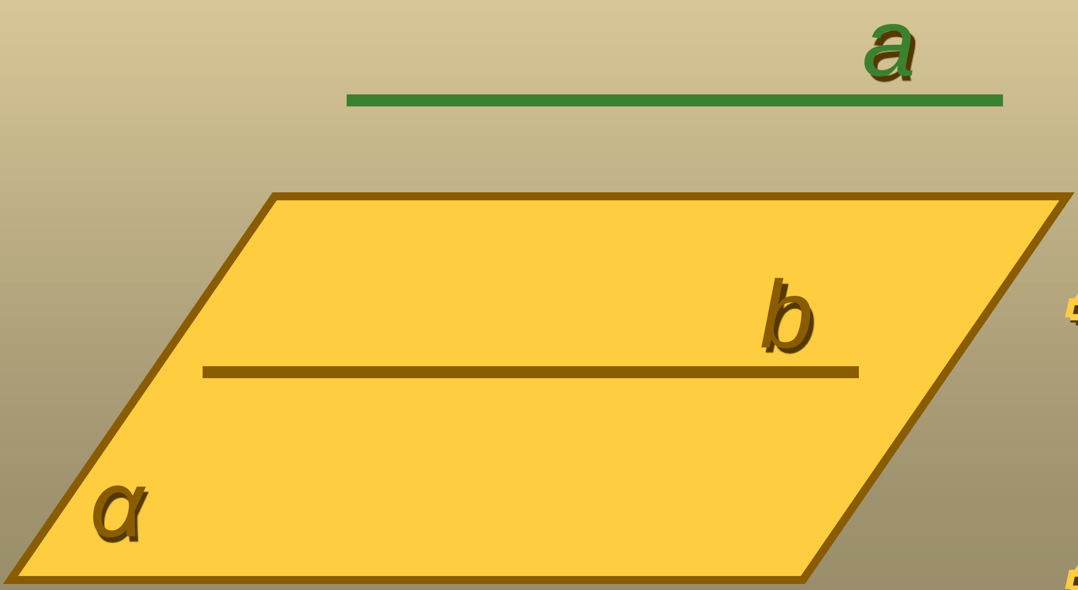
$c \parallel \alpha$

Пример



Признак параллельности прямой и плоскости

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.

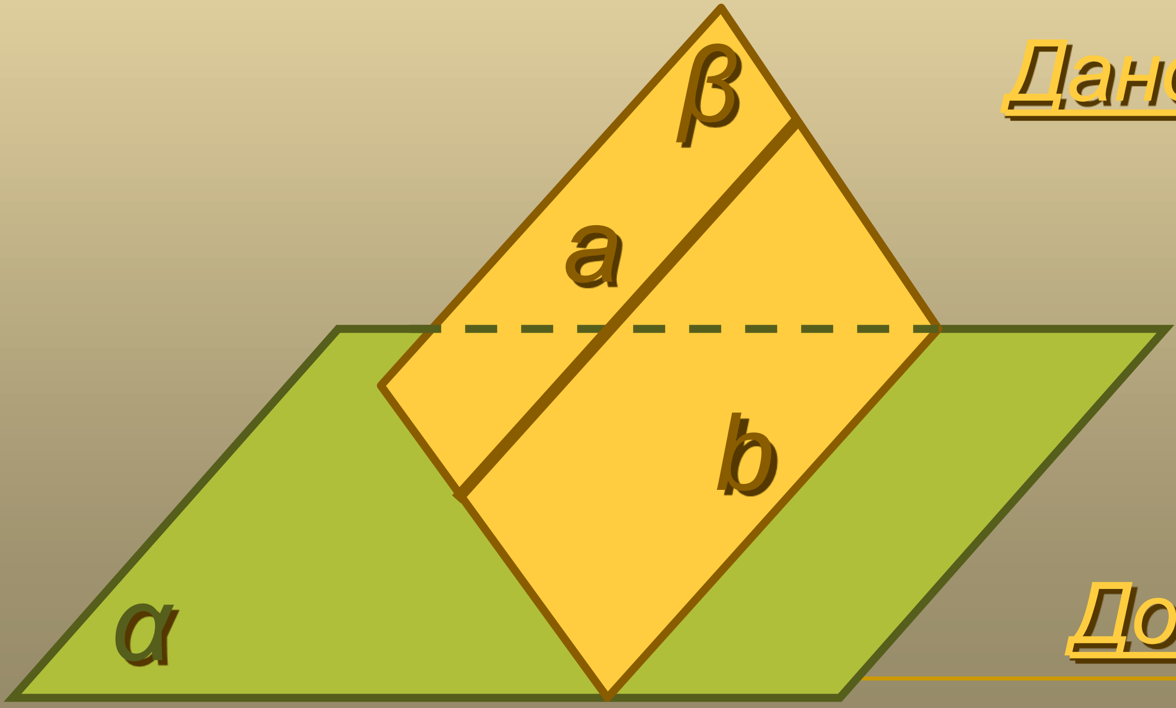


<u>Дано:</u> $a, \alpha, \ a \not\subset \alpha,$
$b \subset \alpha, \ a \parallel b$

<u>Доказать:</u> $a \parallel \alpha$

Свойства параллельных плоскостей (1°)

Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.

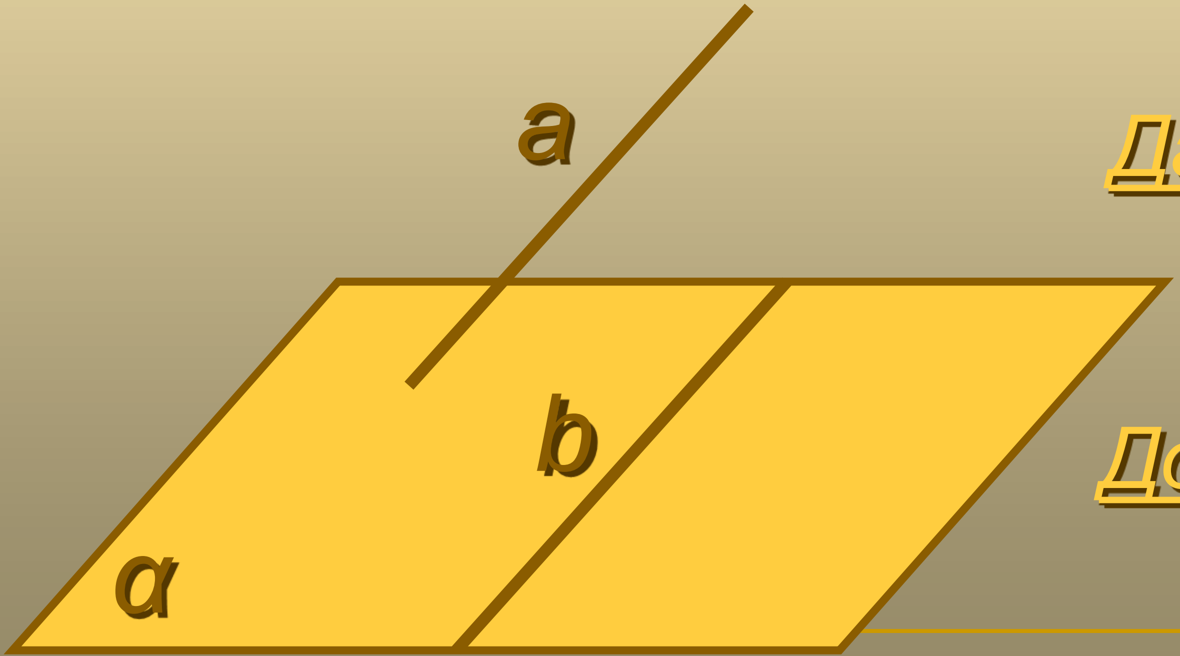


Дано: $a \subset \beta$, $a \not\subset \alpha$,
$a \parallel \alpha$, $\alpha \cap \beta = b$

Доказать: $a \parallel b$

Свойства параллельных плоскостей (2°)

Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.



Дано: $a \parallel \alpha$, $a \parallel b$

Доказать: $b \parallel \alpha$,
$b \subset \alpha$

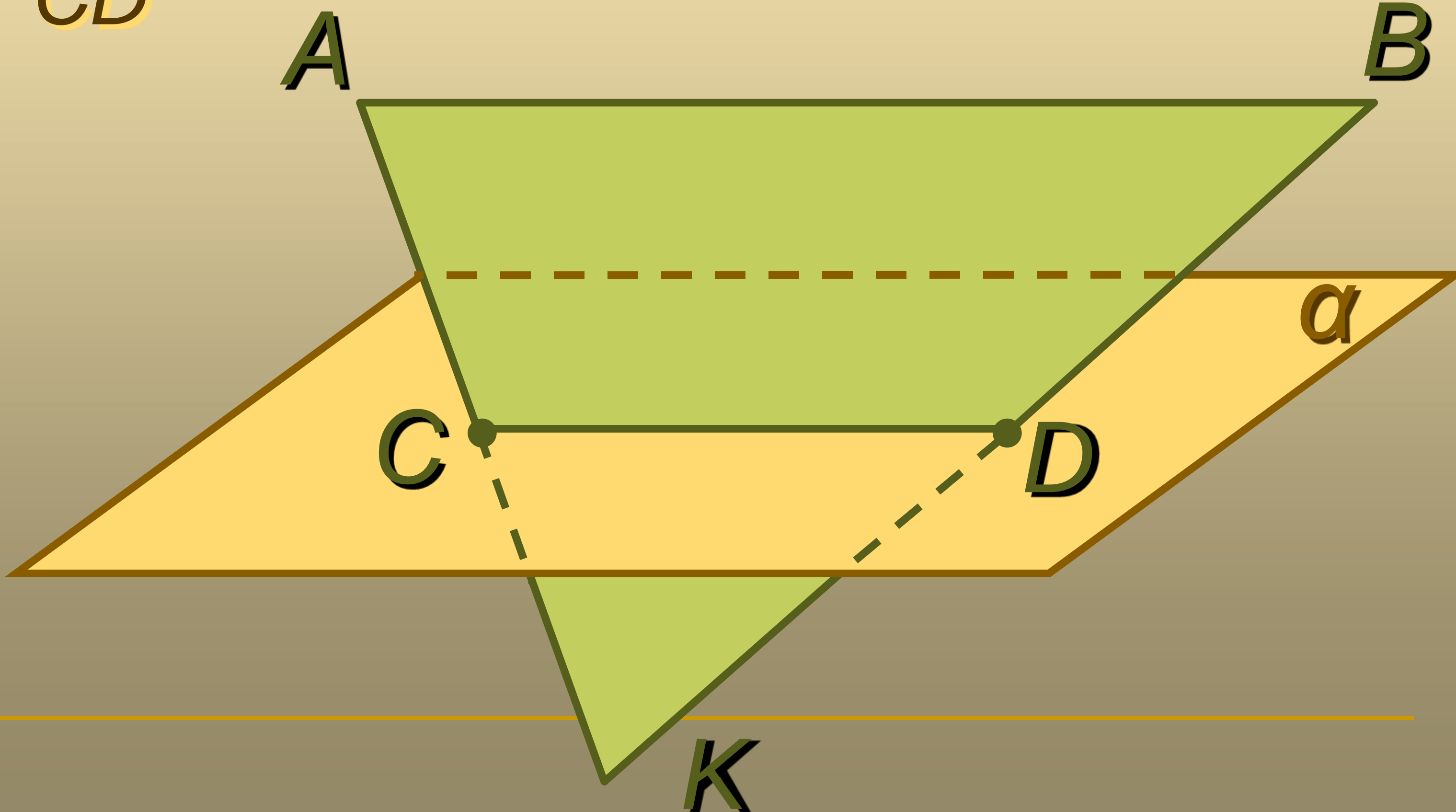
Решите задачу 1

<u>Дано:</u> $AB \parallel \alpha$; $(ABK) \cap \alpha = CD$;

$CK = 8$; $AB = 7$; $AC = 6$

<u>Доказать:</u> $AB \parallel CD$

<u>Найти:</u> CD



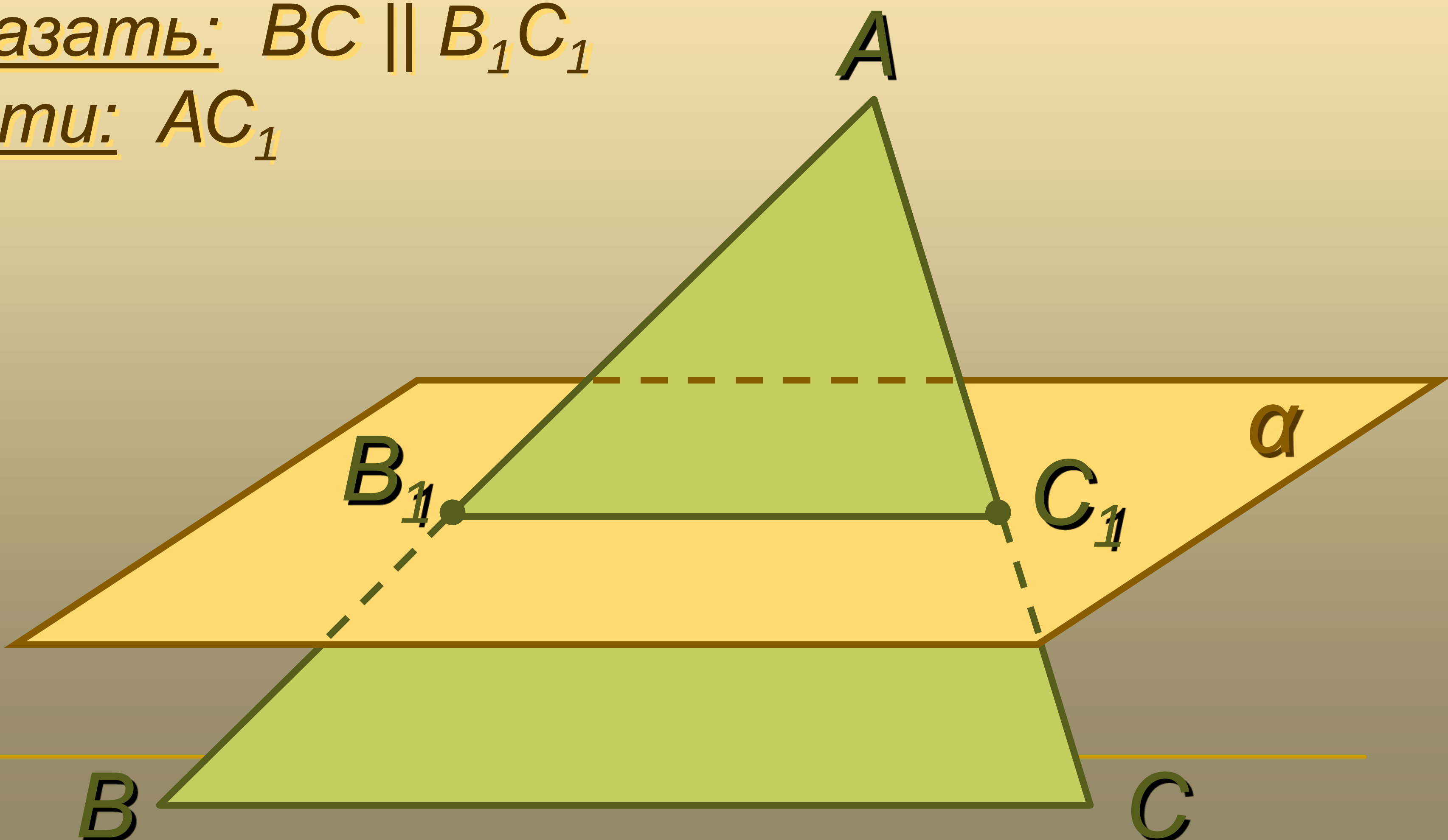
Решите задачу 2

Дано: $AB \cap \alpha = B_1$; $AC \cap \alpha = C_1$; $BC \parallel \alpha$;

$AB : BB_1 = 8 : 3$; $AC = 16$ см

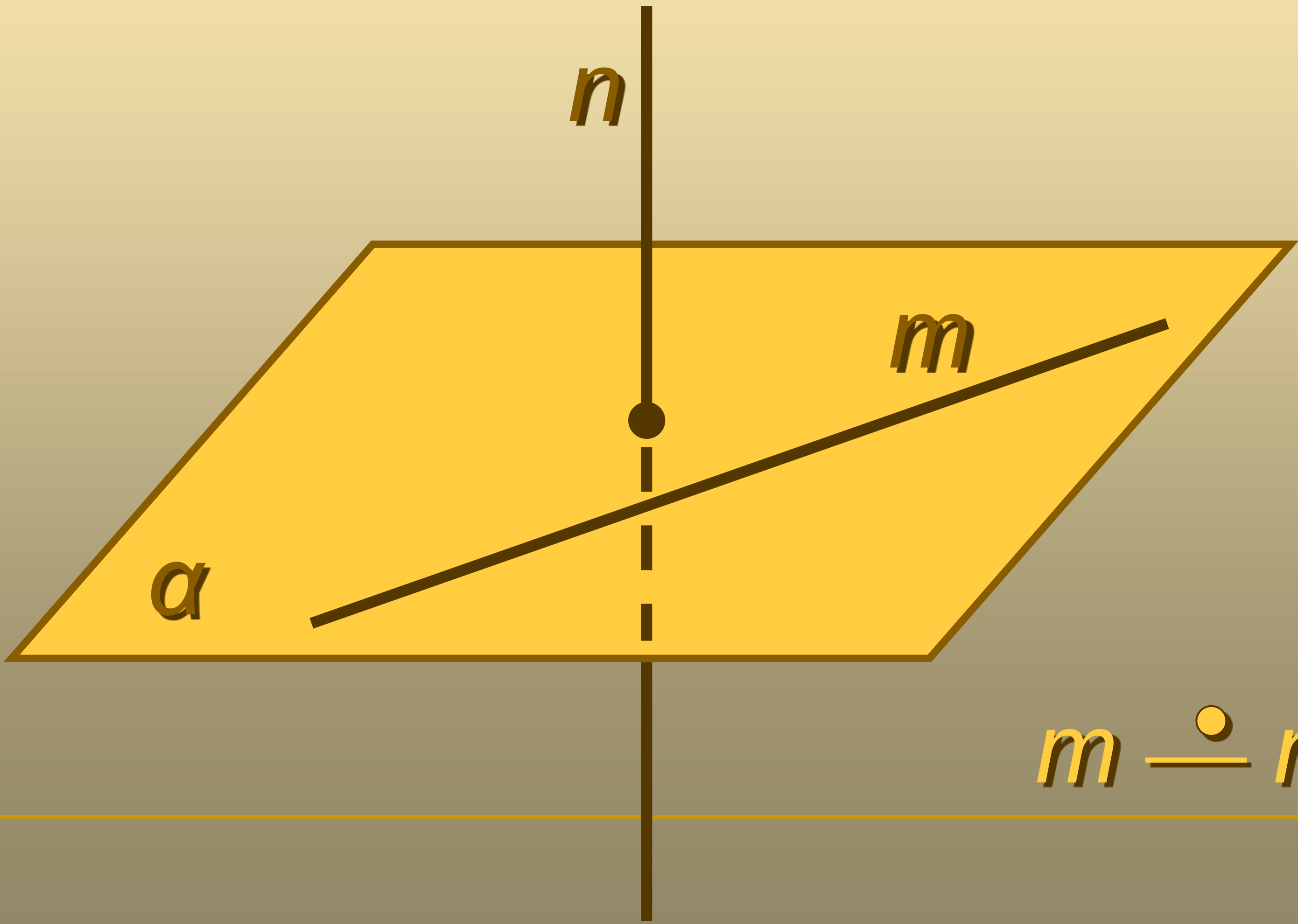
Доказать: $BC \parallel B_1C_1$

Найти: AC_1



Скрещивающиеся прямые

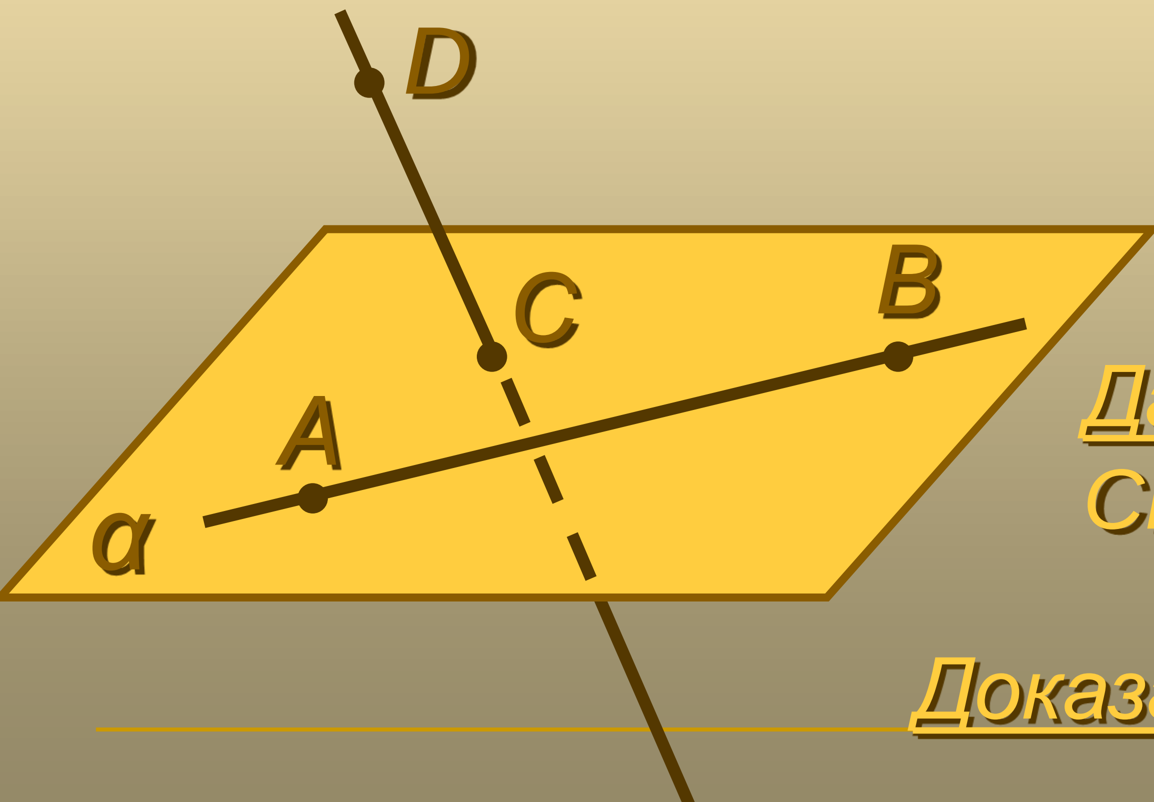
Две прямые называются** **скрещивающимися**, **если они не лежат в одной плоскости.



$m \stackrel{\bullet}{-} n$

Признак скрещивающихся прямых

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.

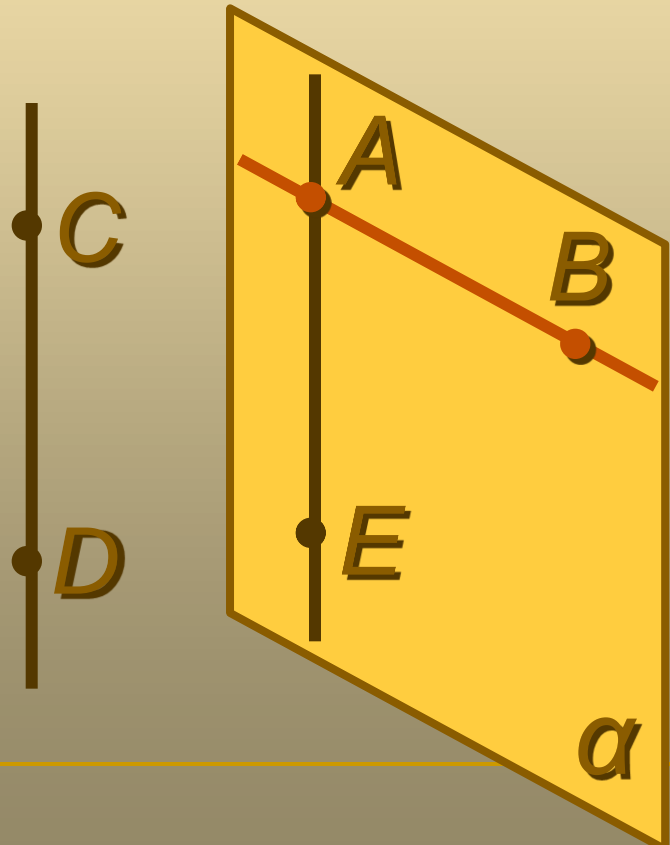


<u>Дано:</u> $AB \subset \alpha$, $CD \cap \alpha = C$, $C \notin AB$

<u>Доказать:</u> $AB \mathrel{\dot{-}} CD$

Теорема о скрещивающихся прямых

Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна.



Дано: $AB \dot{-} CD$

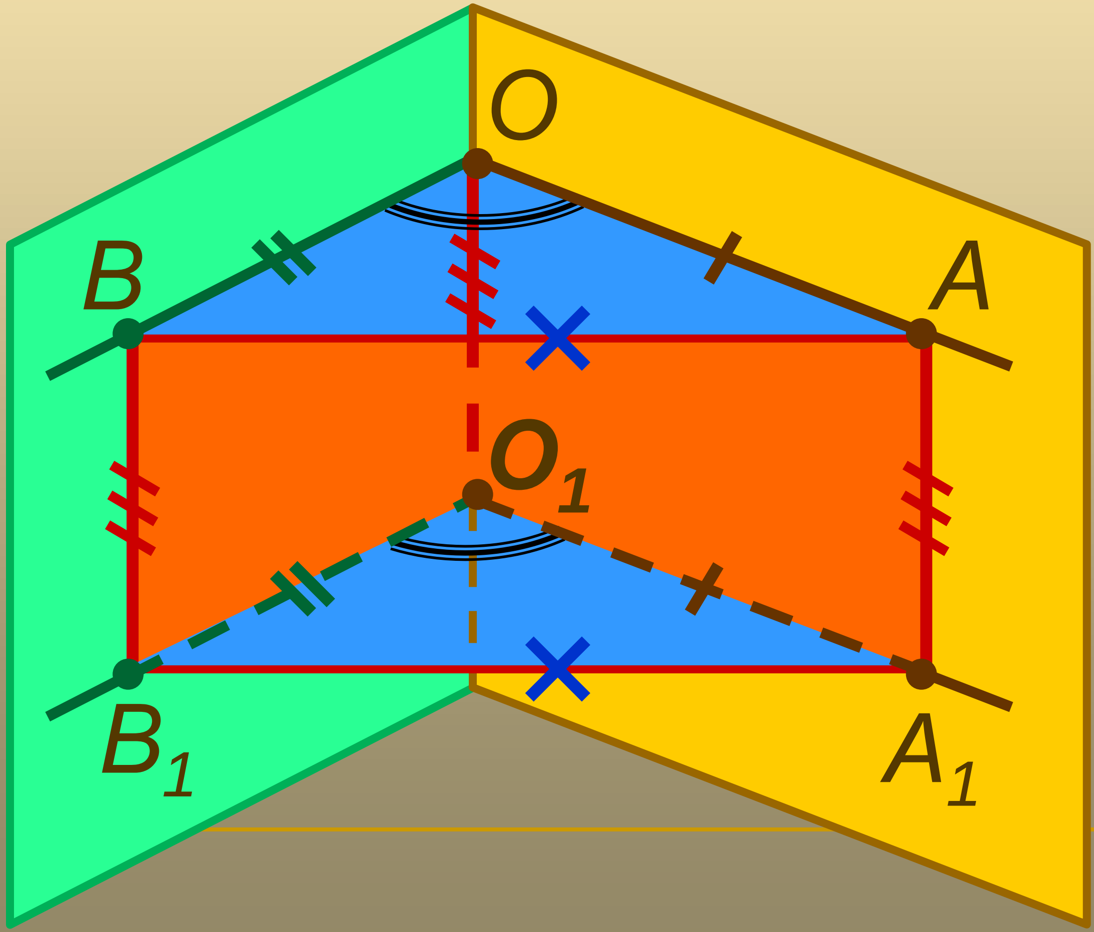
Доказать:

1) $\exists\, \alpha,\ AB \subset \alpha,\ \alpha \parallel CD$

2) α – !

Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.



Дано:

$OA \uparrow\uparrow O_1A_1$,

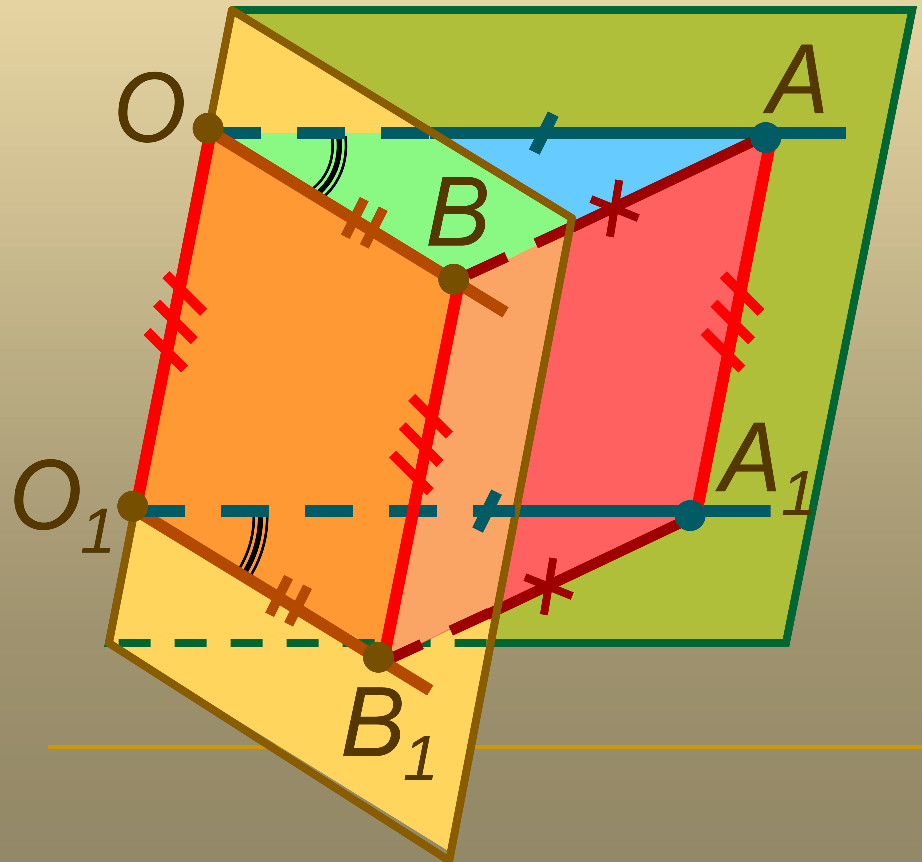
$OB \uparrow\uparrow O_1B_1$

Доказать:

$\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$

Теорема об углах с сонаправленными сторонами

Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны.



Дано:

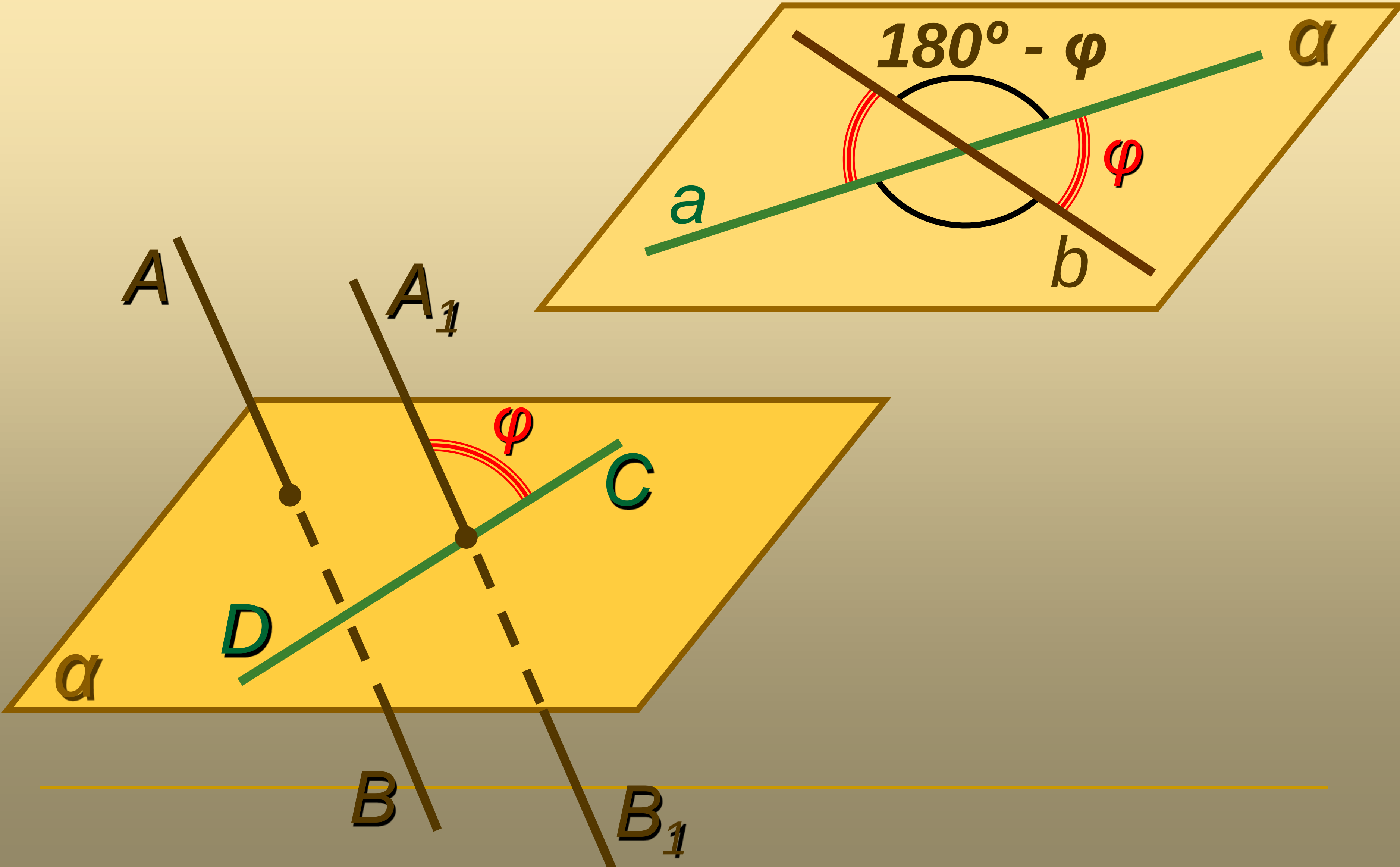
$OA \uparrow\uparrow O_1A_1$,

$OB \uparrow\uparrow O_1B_1$

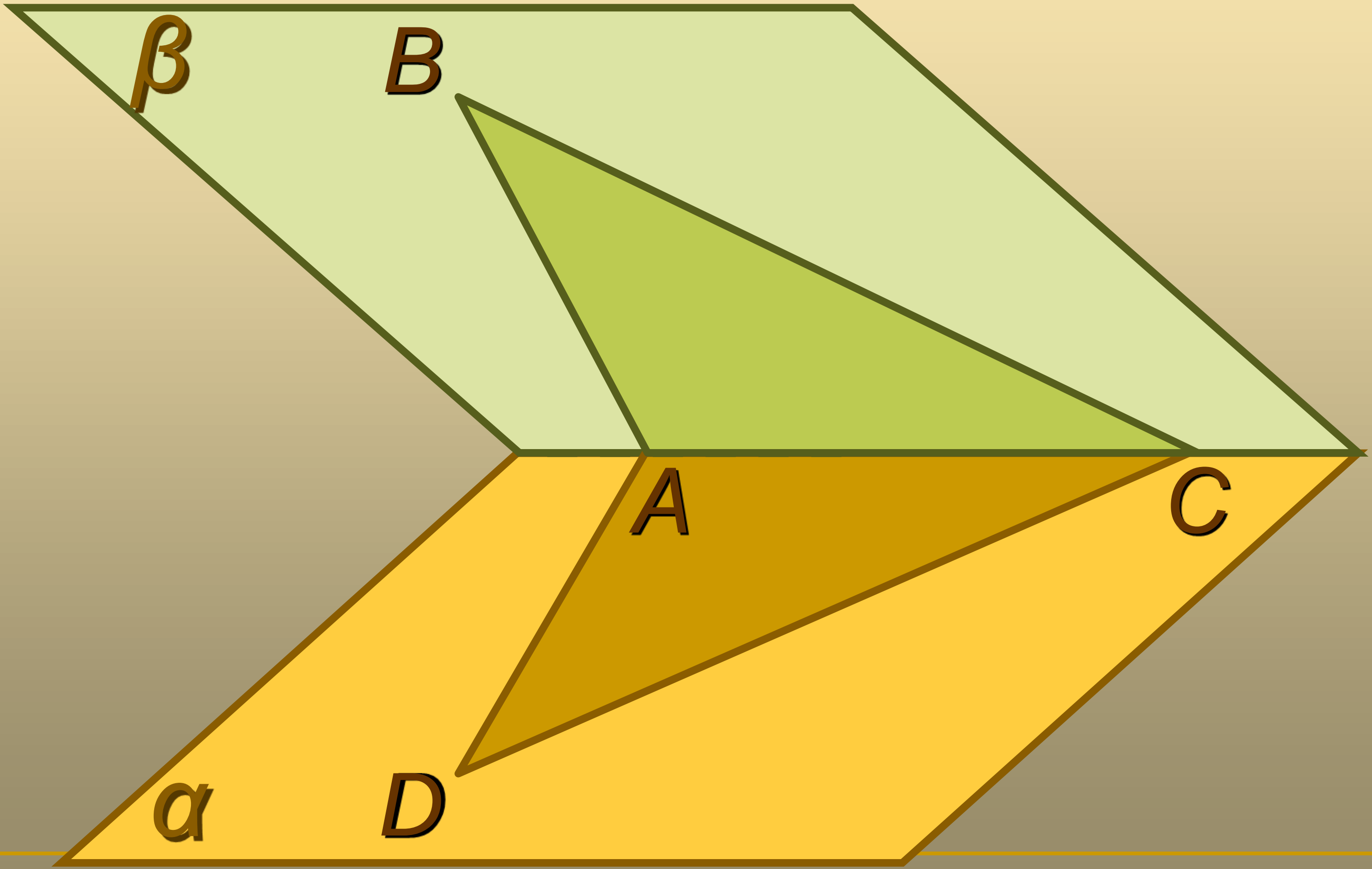
Доказать:

$\angle AOB = \angle A_1O_1B_1$

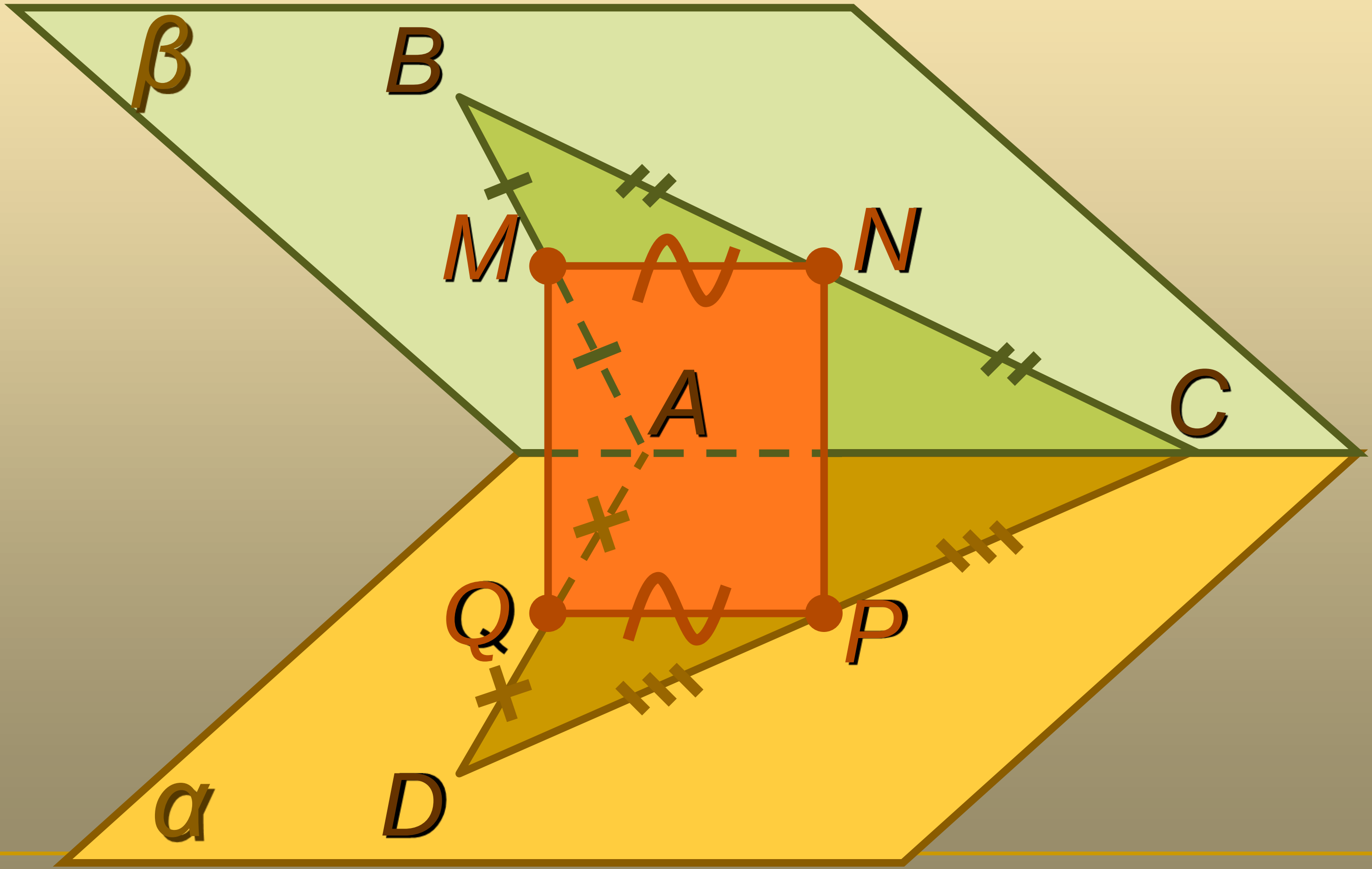
Угол между прямыми



Пространственный четырехугольник



Пространственный четырехугольник



Дано: ABCD – параллелограмм,

$P \notin \alpha$, $\angle PAB = \varphi$.

Найти: $\angle(AP; CD)$.

Вариант 1

Вариант 2