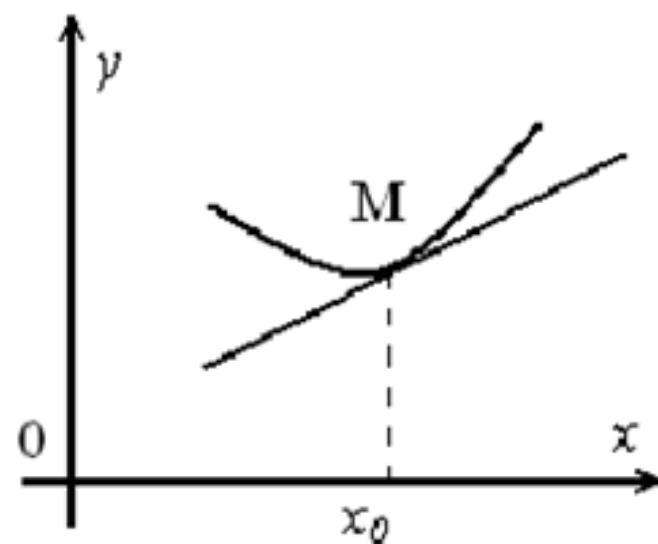
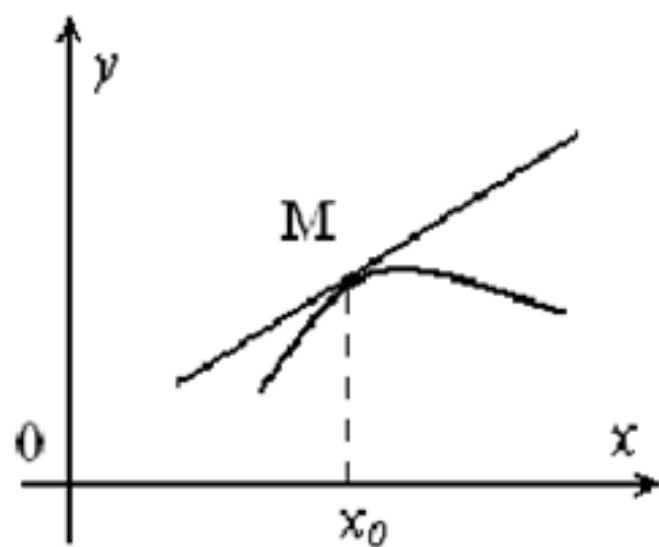


**FUNKSIYA EGRI CHIZIQNING
QAVARIQLIGI VA BOTIQLIGI,
BURILISH NUQTASINI
ANIQLASHDA HOSILANING
TADBIGI. FUNKSIYA
ASSIMPTOTALARI. FUNKSIYANI
TO'LA TEKSHIRISH VA
GRAFIGINI YASASH.**

Funksiyaning botiq, qavariqligini va egriligini aniqlash

1-ta'rif. Agar $x=x_0$ nuqtaning shunday atrofi mavjud bo'lib, $y=f(x)$ egri chiziqning bu atrofdagi nuqtalarga mos bo'lgan bo'lagi shu egri chiziqqa $M(x_0, f(x_0))$ nuqtasidan o'tkazilgan urinmadan pastda (yuqorida) joylashsa, u holda $f(x)$ funksiya $x=x_0$ nuqtada qavariq (botiq) deyiladi.

Agar egri chiziq biror intervalning barcha nuqtalarida qavariq (botiq) bo'lsa, u holda bu chiziq shu intervalda *qavariq (botiq)* deyiladi. Quyidagi rasmda qavariq va botiq egri chiziqlar chizilgan.



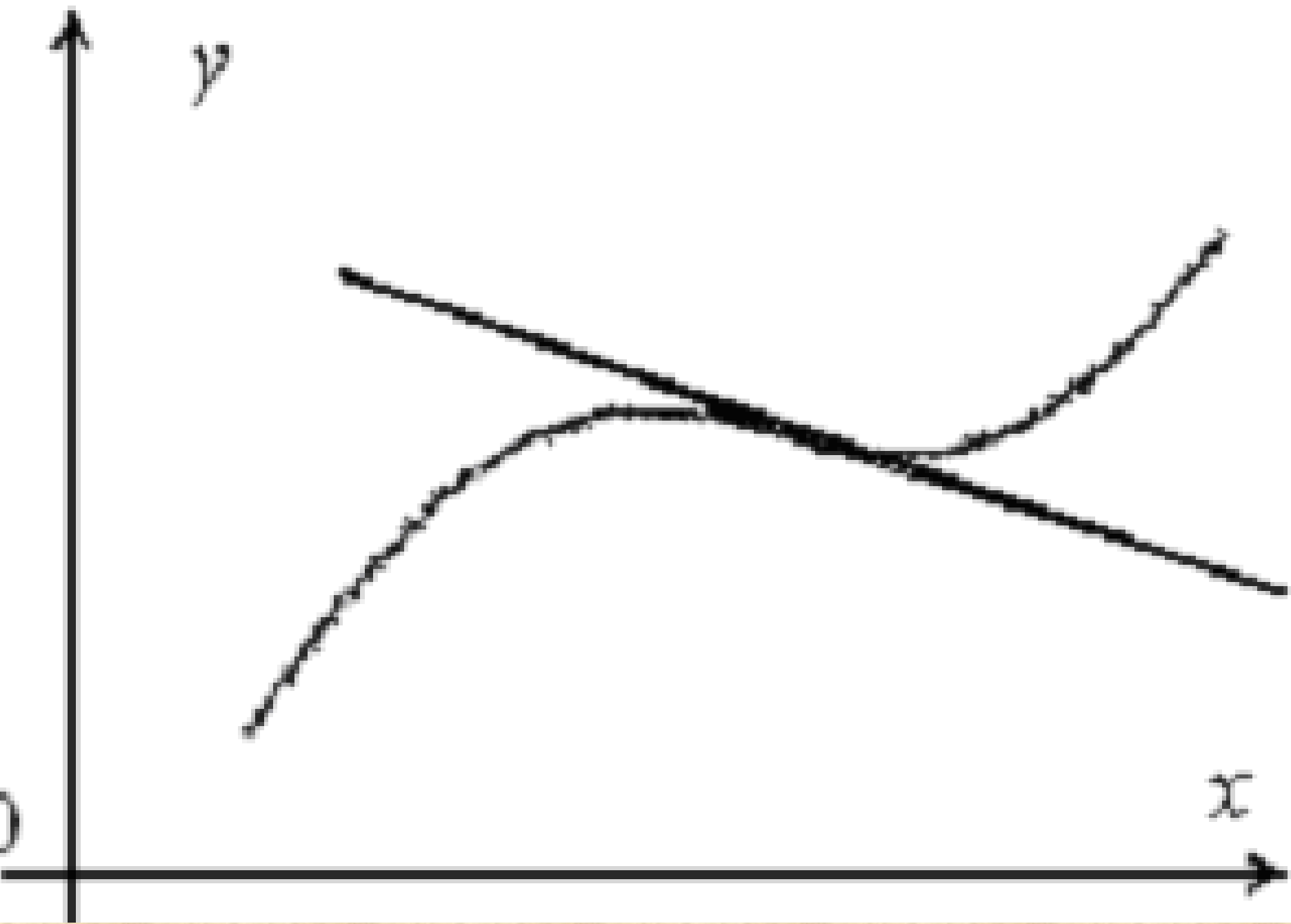
2. Oraliqda funksiya botiq yoki qavariqligining zaruriy sharti.

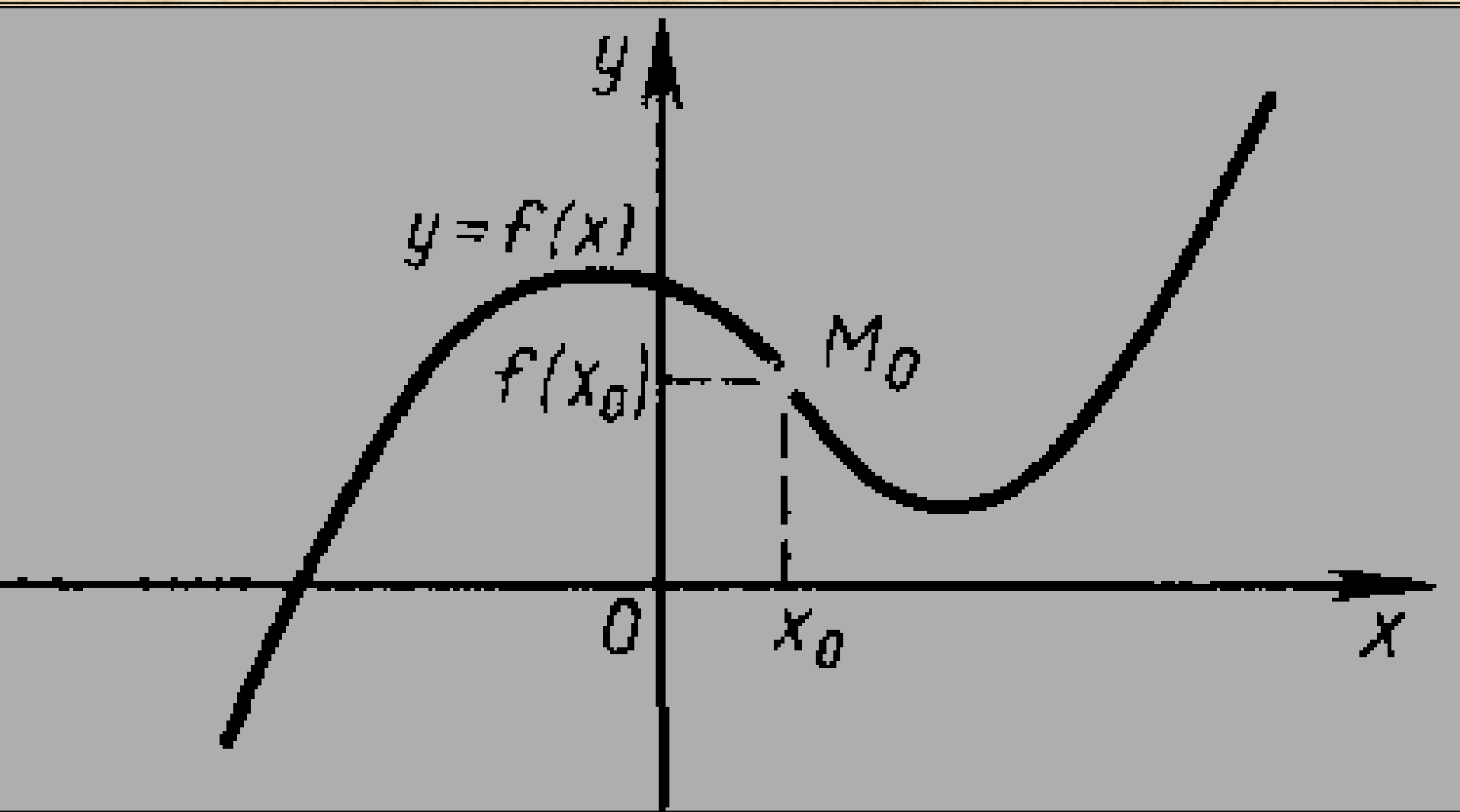
1-teorema. Faraz qilaylik, $f(x)$ funksiya X oraliqda aniqlangan va $x_0 \in X$ nuqtada ikkinchi tartibli hosilasi mavjud bo'lsin. Agar $f''(x_0) > 0$ bo'lsa, u holda funksiya grafigi x_0 nuqtada botiq; agar $f''(x_0) < 0$ bo'lsa, u holda funksiya grafigi x_0 nuqtada qavariq bo'ladi.

Egri chiziqning burilish nuqtasi.

Endi egri chiziqning burilish nuqtasi tushunchasini kiritamiz.

- **2-ta'rif.** Agar x_0 nuqtaning shunday $(x_0 - \delta; x_0 + \delta)$ atrofi topilib, $f(x)$ funksiya $(x_0 - \delta; x_0)$ oraliqda botiq (qavariq), $(x_0; x_0 + \delta)$ oraliqda esa qavariq (botiq) bo'lsa, u holda x_0 nuqta $y=f(x)$ egri chiziqning *burilish nuqtasi* deyiladi.
- Agar burilish nuqtasida urinma mavjud bo'lsa, u egri chiziqni kesib o'tadi. (o'ngdagi rasm)





1-misol. Ushbu $f(x) = \sqrt[3]{x^5}$ funksiyaning burilish nuqtasini toping.

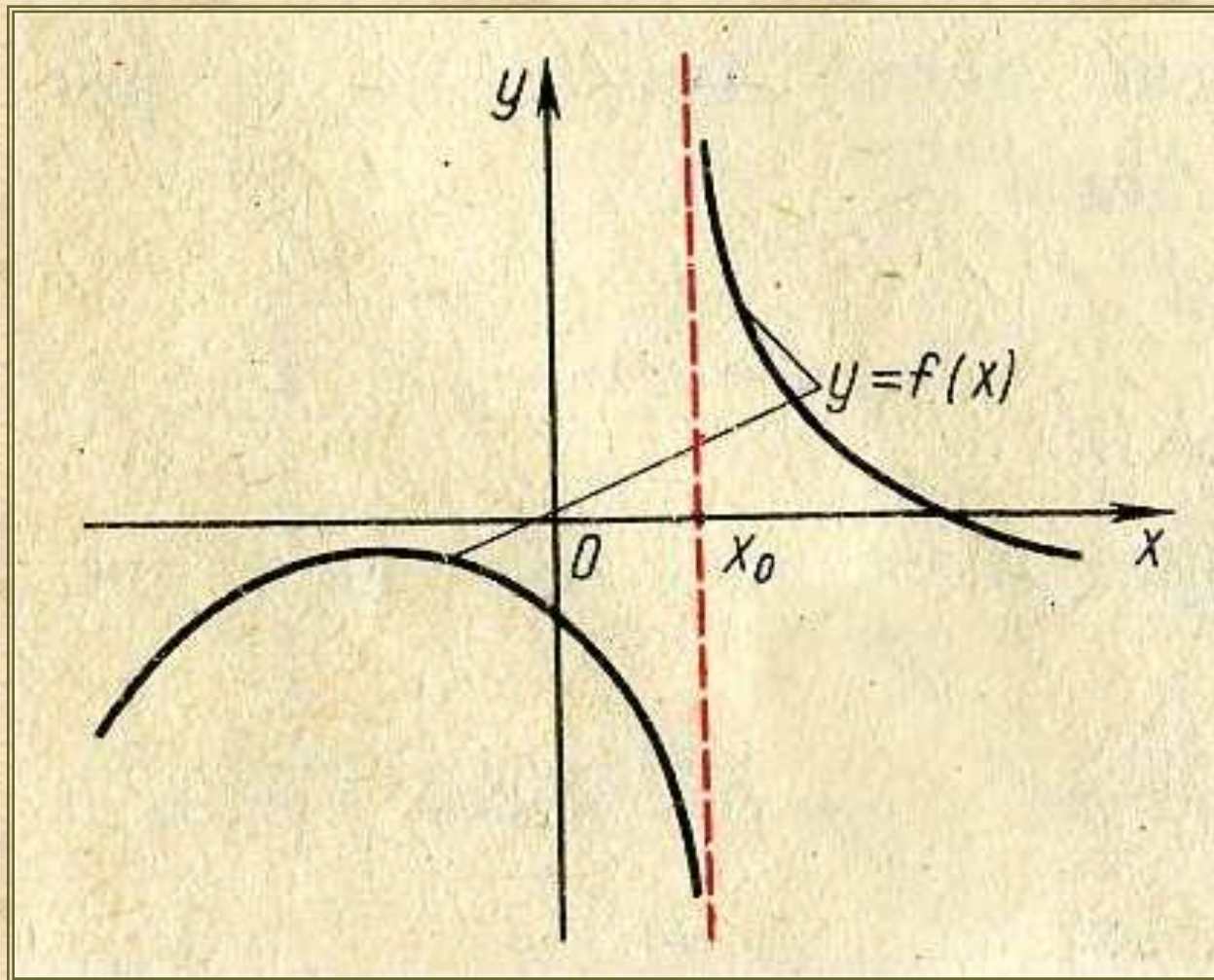
Yechish. Funksiyaning aniqlanish sohasi - $(-\infty; +\infty)$. Birinchi va ikkinchi

tartibli hosilalarini topamiz: $f'(x) = \frac{5}{3}\sqrt[3]{x^2}$, $f''(x) = \frac{10}{9} \cdot \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$. Ikkinchi tartibli

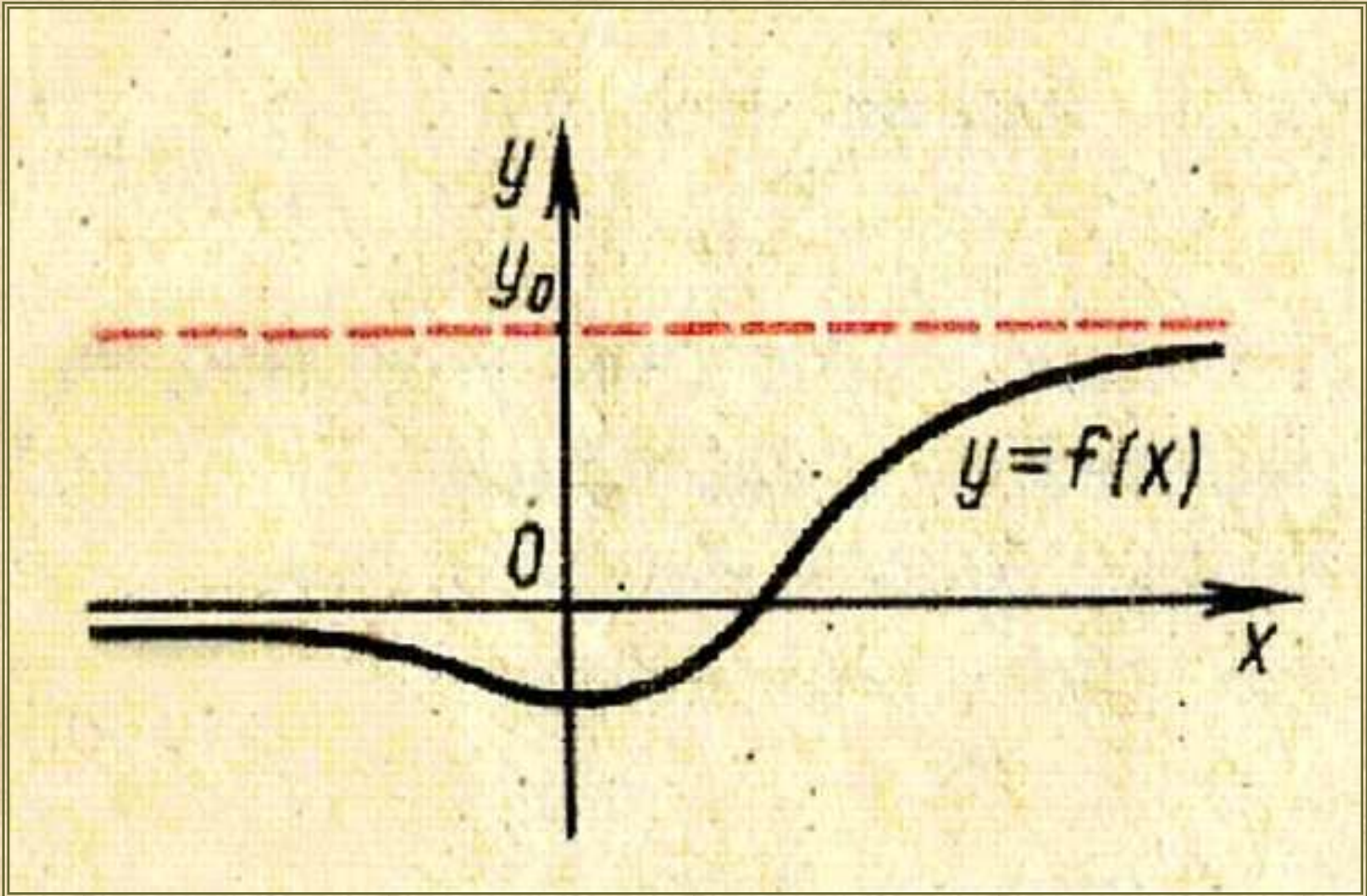
hosila $x=0$ nuqtadan boshqa barcha nuqtalarda mavjud va noldan farqli. Bu nuqta atrofida 3-teorema shartlarini tekshiramiz. Agar $x < 0$ bo'lsa $f''(x) < 0$; $x > 0$ bo'lsa $f''(x) > 0$ bo'ladi. Demak, grafikning $(0; f(0))$ nuqtasi burilish nuqtasi bo'ladi.

Asimptotalar

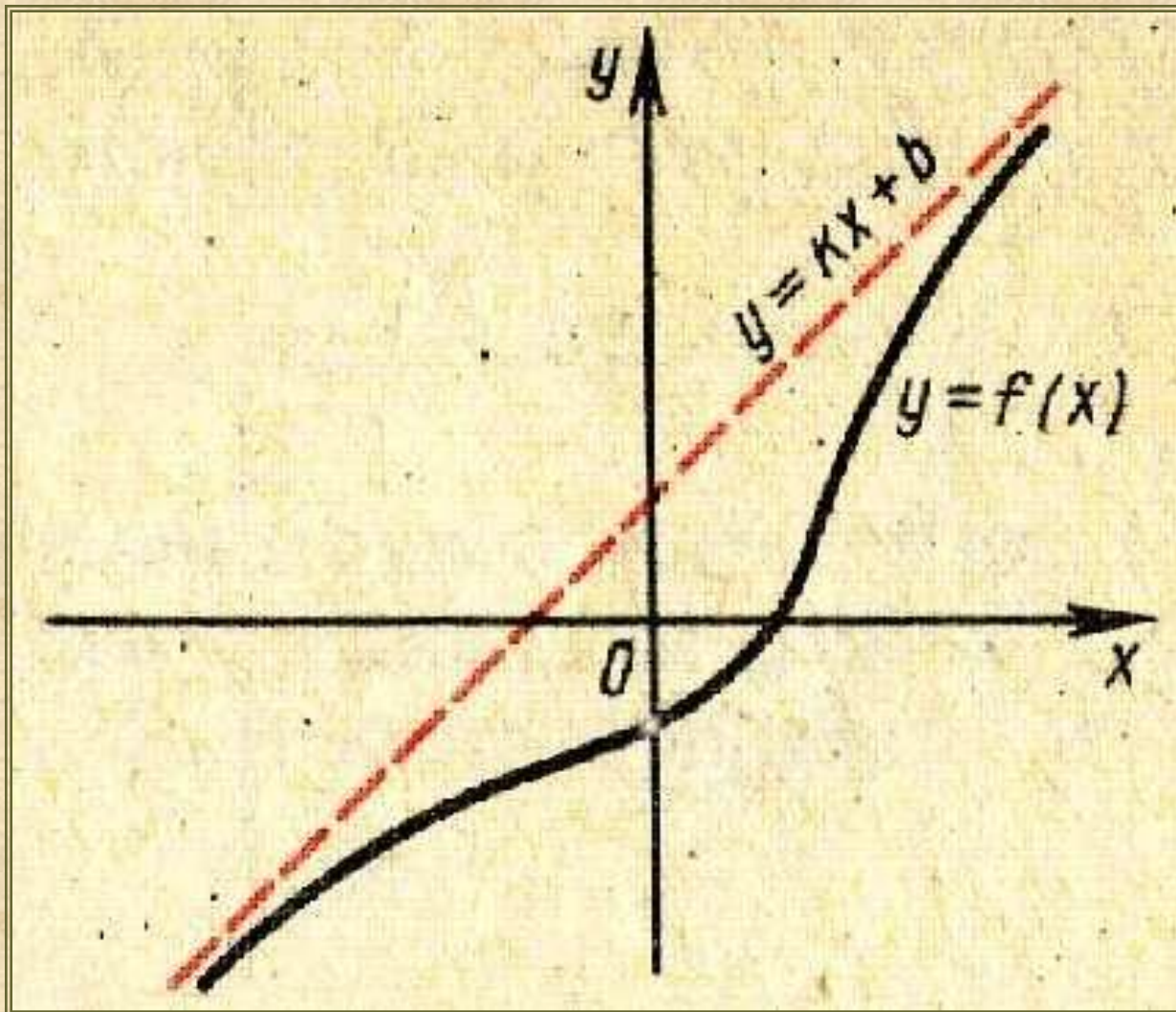
- **Ta'rif.** Agar $y=f(x)$ egri chiziqda olingan o'zgaruvchi nuqta koordinatalar boshidan cheksiz uzoqlashganda shu nuqtadan biror to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa nolga intilsa, u holda bu to'g'ri chiziq egri chiziqning *asimptotasi* deyiladi.
- Asimptotalar *vertikal* (ordinatalar o'qiga parallel) va *og'ma* (ordinatalar o'qiga parallel emas) bo'lib ikkiga ajraladi. Og'ma asimptotalar ichida abssissalar o'qiga parallel bo'lganlari ham mavjud bo'lib, ular *gorizontal* asimptota deyiladi.



Vertikal asimptota



Horizontal asimptota



Og'ma asimptota

Teorema. $y=f(x)$ funksiya grafigi $y=kx+b$ ogʻma asimptotaga ega boʻlishi uchun

$$k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} \quad \text{va} \quad b = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx)$$

chekli limitlarning mavjud boʻlishi zarur va yetarli.

Funksiya grafigini yasash sxemasi:

1. Funksiyaning aniqlanish sohasi va uzilish nuqtalari topiladi;
2. Funksiyaning chegaraviy nuqtalaridagi qiymatlari (yoki unga mos limitlari) hisoblanadi.
3. Funksiyaning toq-juftligi, davriyligi tekshiriladi.
4. Funksiyaning nollari va ishora turg'unlik oraliqlari aniqlanadi.
5. Asimptotalar topiladi.
6. Funksiya ekstremumga tekshiriladi, uning monotonlik intervallari aniqlaniladi.
7. Funksiya grafigining burilish nuqtalari, qavariqlik va botiqlik intervallari topiladi.

O'z-o'zini tekshirish uchun savollar

1. Asimptota qanday aniqlanadi? Uning geometrik ma'nosi nimadan iborat?
2. Og'ma asimptotani ta'riflang. Gorizontal asimptota nima?
3. Intervalda uzluksiz bo'lgan funksiyaning vertikal asimptotasi bo'lishi mumkinmi? $\cos x$ va $\operatorname{ctg} x$ funksiyalarni $(0; \pi)$ intervalda qarang.
4. Funksiyani to'la tekshirish uchun nima ishlar bajariladi?

Mustaqil yechish uchun misol va masalalar

1. Quyidagi funksiyalarning barcha asimptotalarini toping:

a) $y = x^2/(x+4)$; b) $y = 2x + \arctg x$; c) $y = \ln \sin x$;

d) $y = \cos x/x$; e) $y = x^3/(x+1)^2$; f) $y = 3^x/(x^2+1)$.

2. Funksiyalarni tekshiring va grafigini chizing.

a) $y = (x-2)^2(x+3)$; b) $y = x/(x^2-1)$; c) $y = \sqrt{8+x} - \sqrt{8-x}$;

d) $y = (x-4)\sqrt{x}$; e) $y = \sin x + \sin 2x$; f) $y = x e^{-x}$;