Перпендикулярность

Геометрия 10

прямой и плоскости

Перпендикулярные прямые в пространстве.

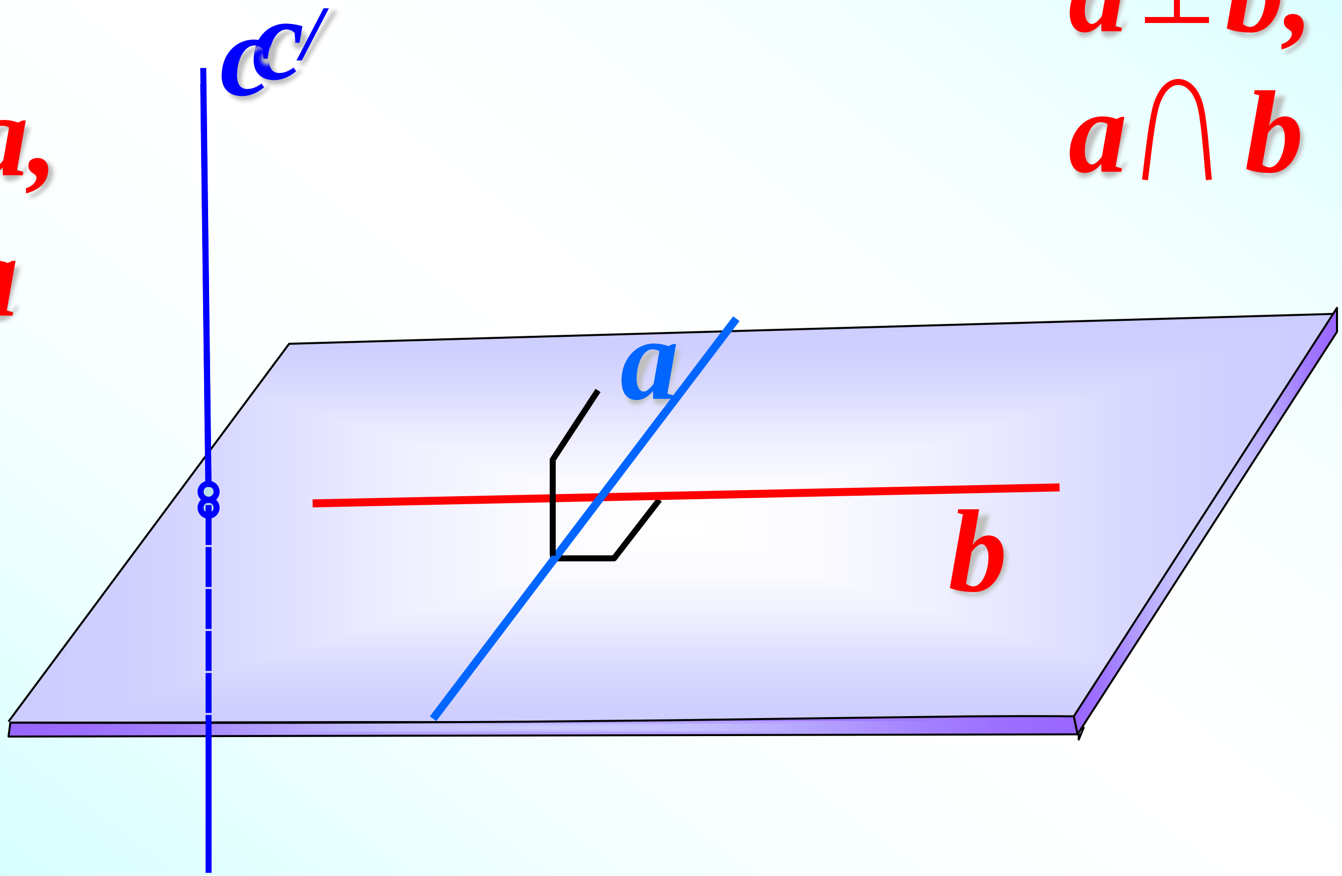
Две прямые в пространстве называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90^0.

$a \perp b,$

$a \cap b$

$c \perp a,$

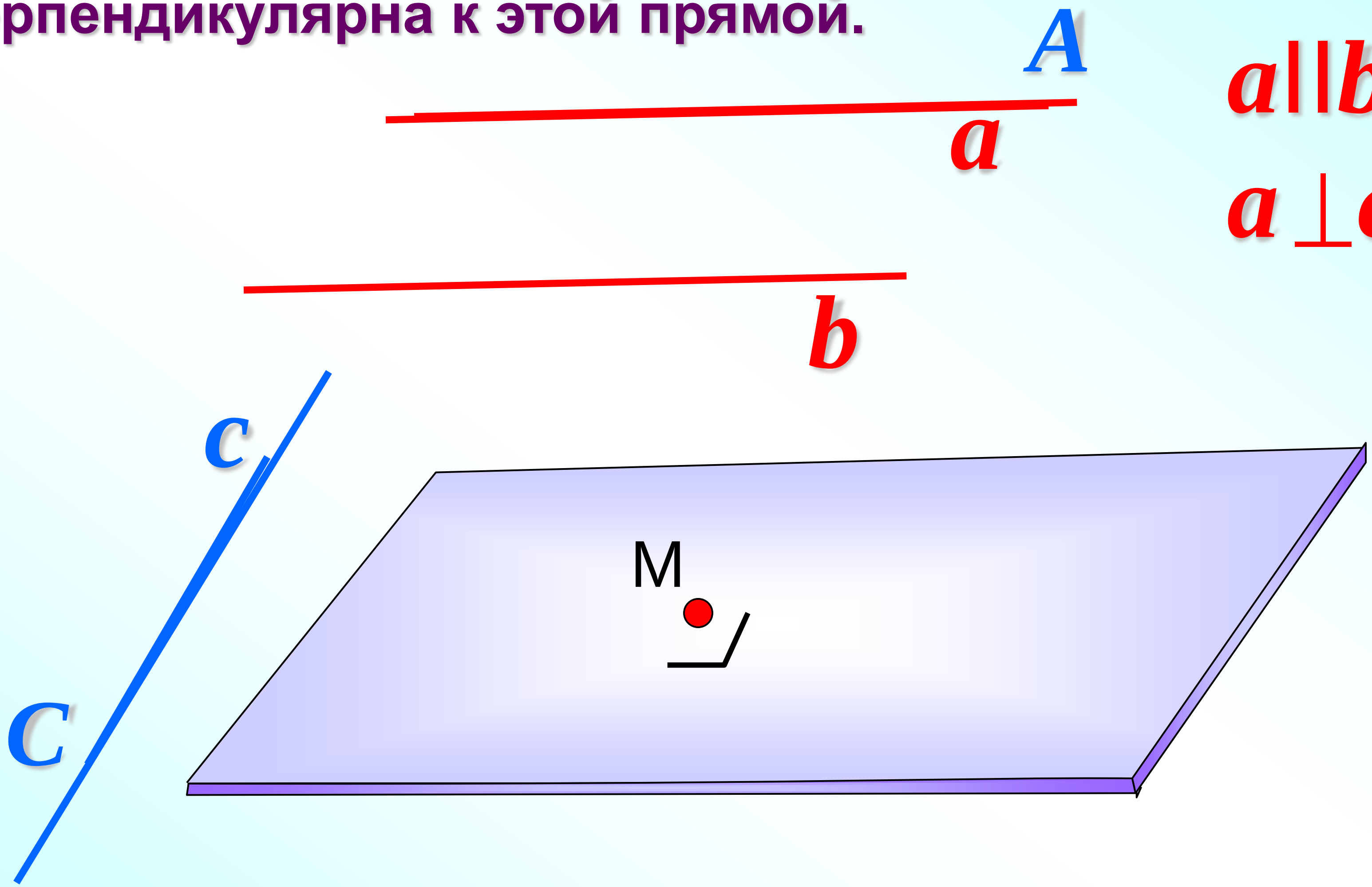
$c \,\dot{-}\, a$



Лемма. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.

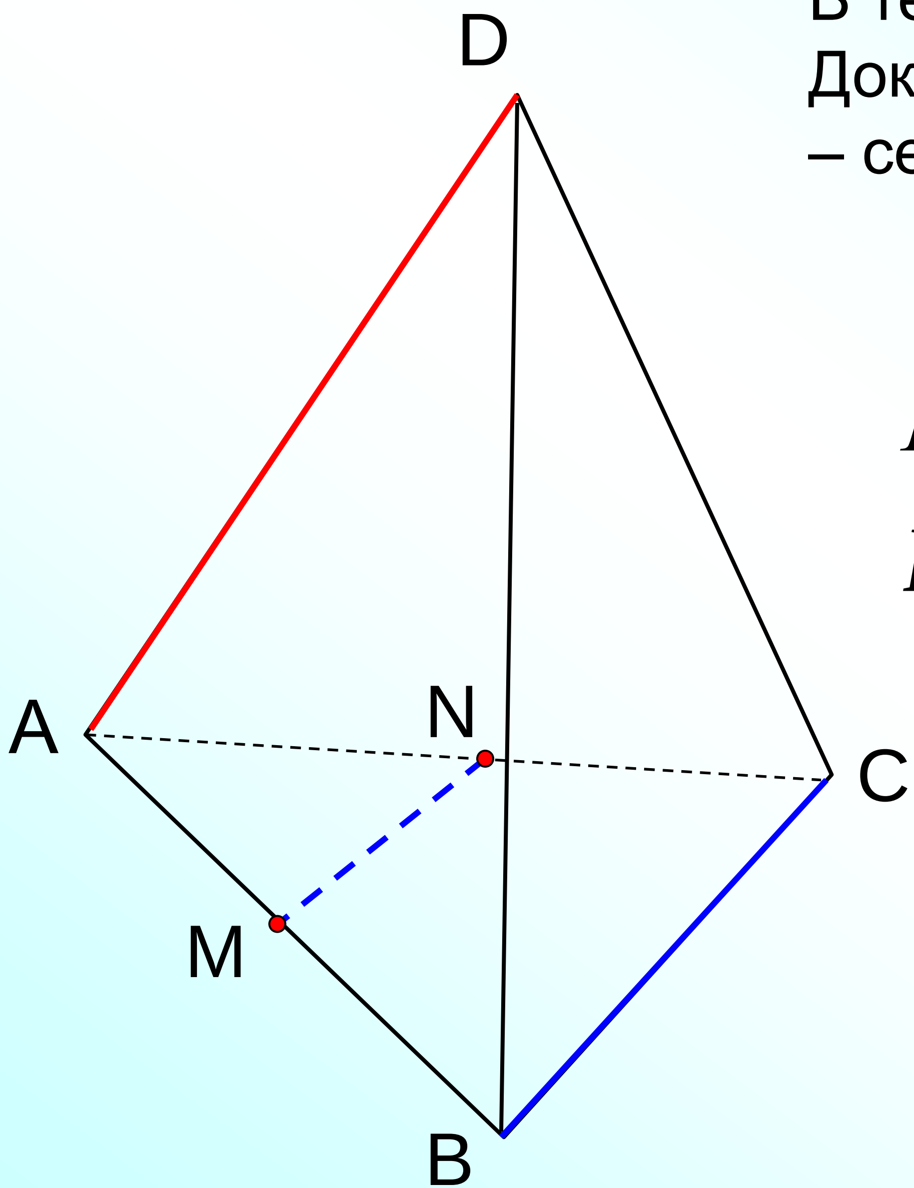
$a \parallel b,$

$a \perp c$



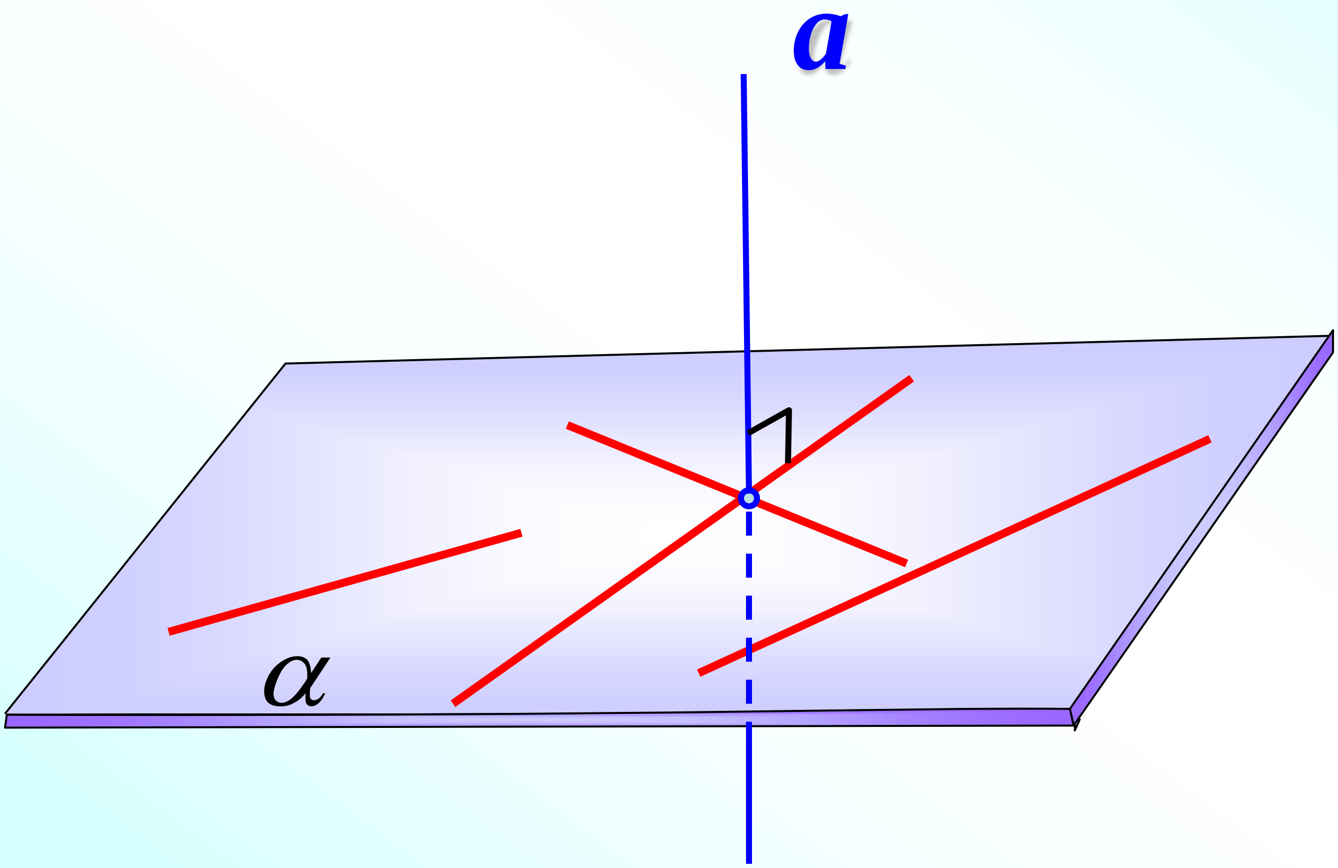
№117.

В тетраэдре ABCD $BC \perp AD$. Докажите, что $AD \perp MN$, где M и N – середины ребер AB и AC.



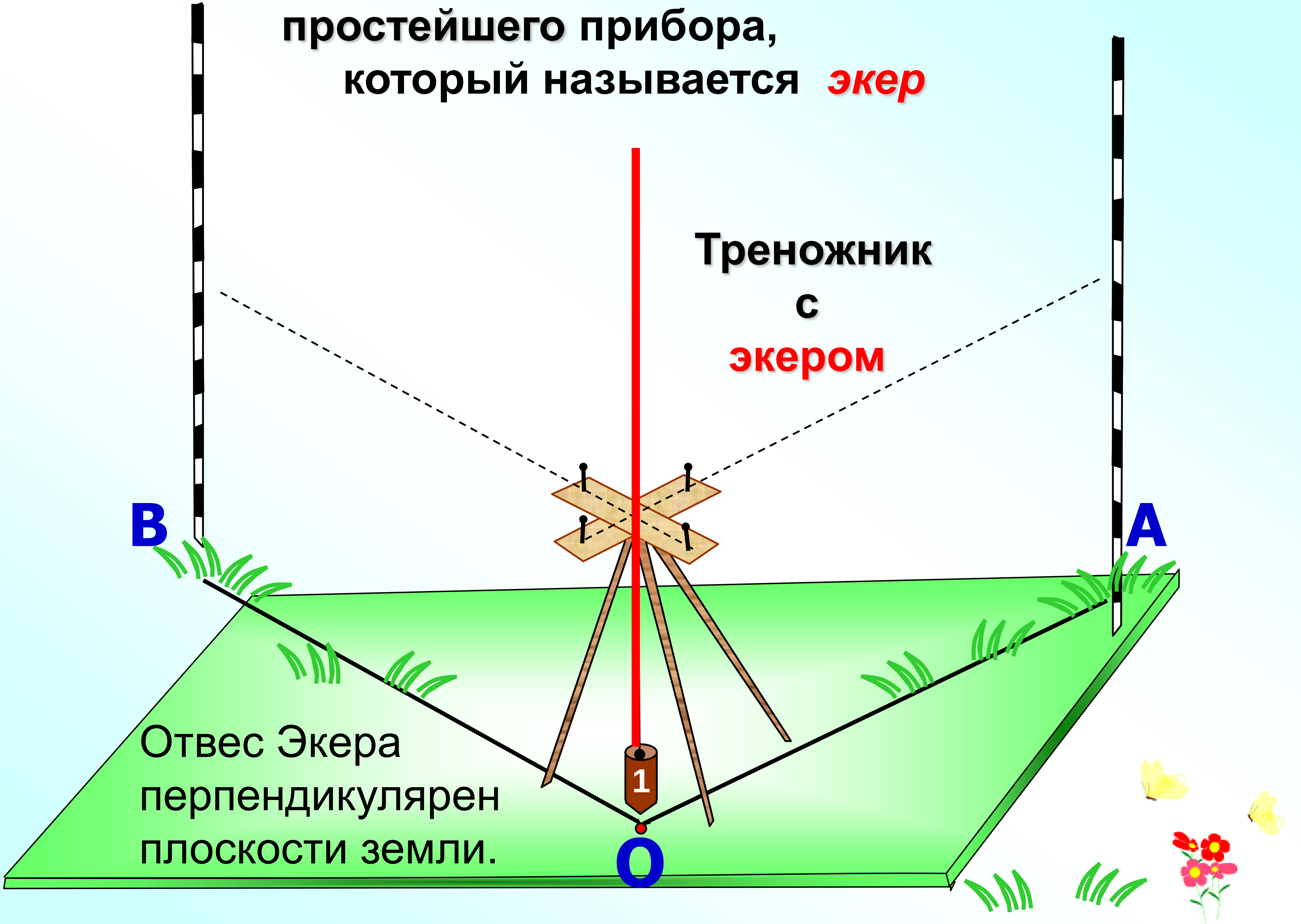
$$\left.\begin{array}{l} BC \perp AD \\ BC \parallel MN \end{array}\right\} \Rightarrow MN \perp AD$$

Определение. Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

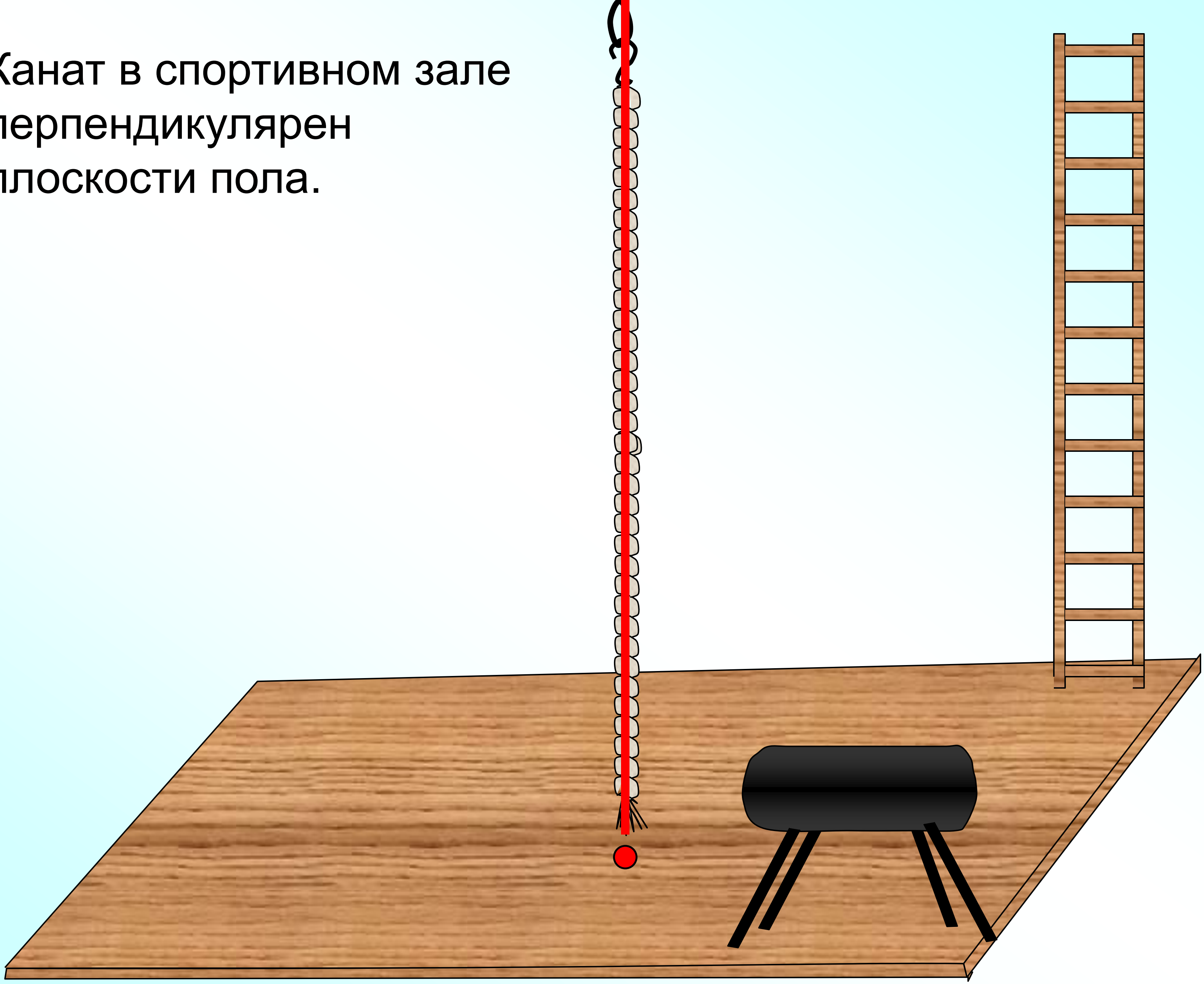


$a \perp \alpha$

Построение ***прямых углов*** на местности с помощью простейшего прибора, который называется *экер*



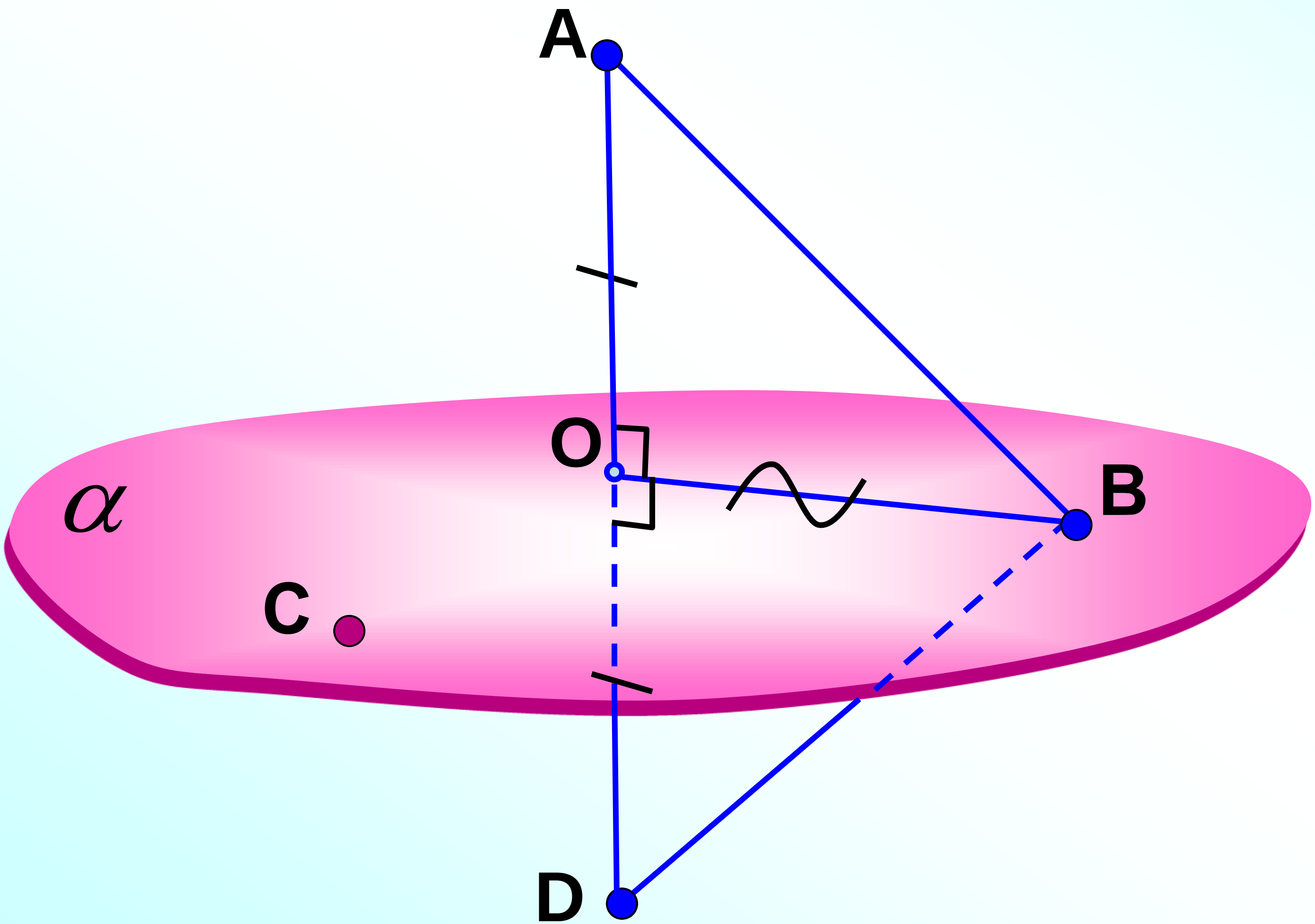
Канат в спортивном зале
перпендикулярен
плоскости пола.



№119. Прямая OA ⊥OBC. Точка О является серединой отрезка AD. Докажите, что AB = BD.

По опр.

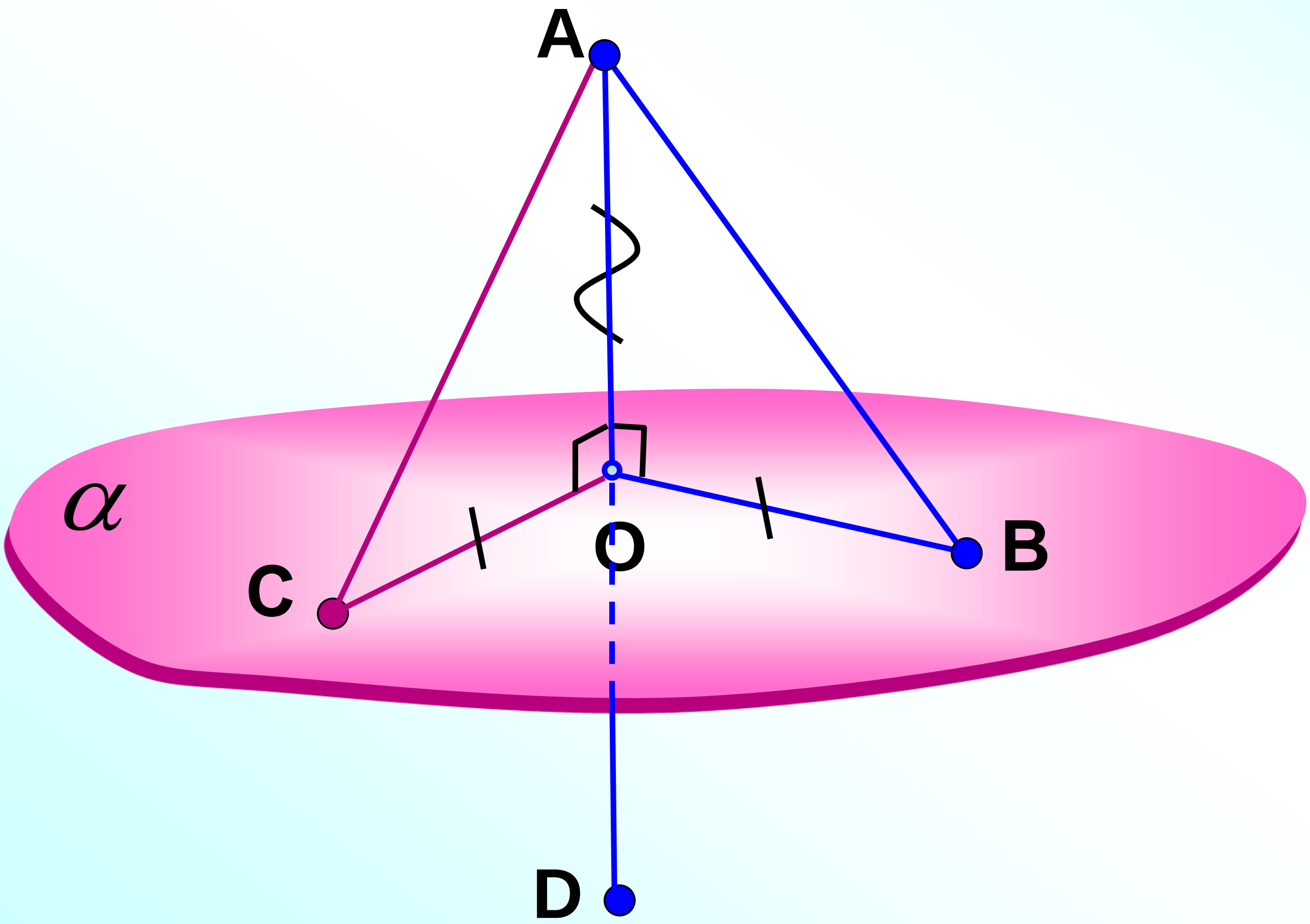
$$AD \perp \alpha \Rightarrow AD \perp OB$$



№119. Прямая OA $\perp$ OBC. Точка O является серединой отрезка AD, OB = OC. Докажите, что AB = AC.

По опр.

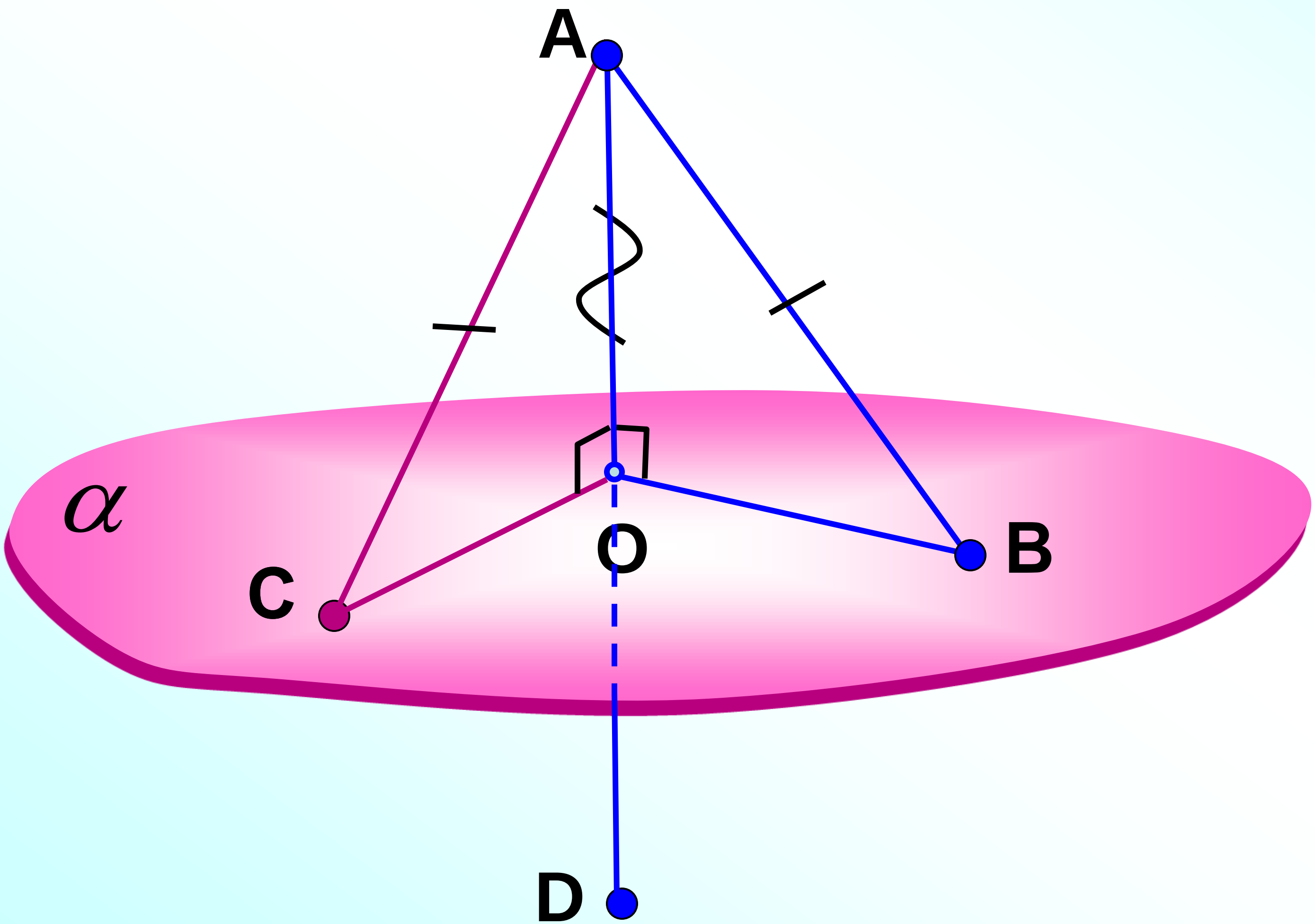
$$AD \perp \alpha \Rightarrow AD \perp OB, \;\; AD \perp OC$$



№119. Прямая OA $\perp$ OBC. Точка O является серединой отрезка AD. OB = OC. Докажите, что AB = AC.

По опр.

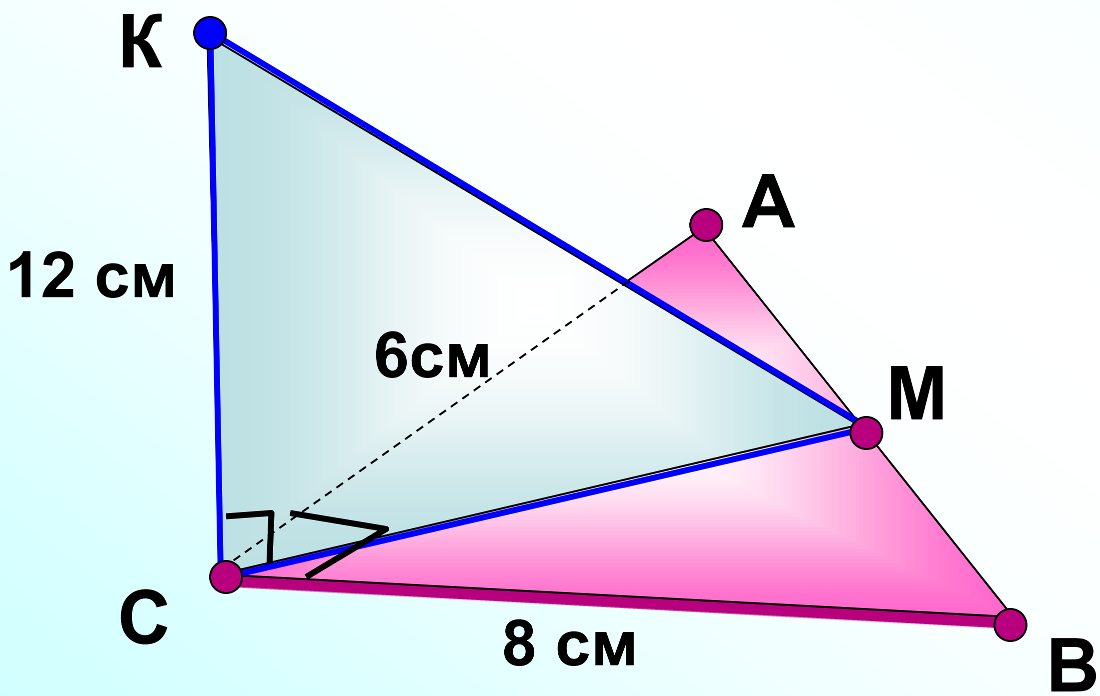
$$AD \perp \alpha \Rightarrow AD \perp OB, \;\; AD \perp OC$$



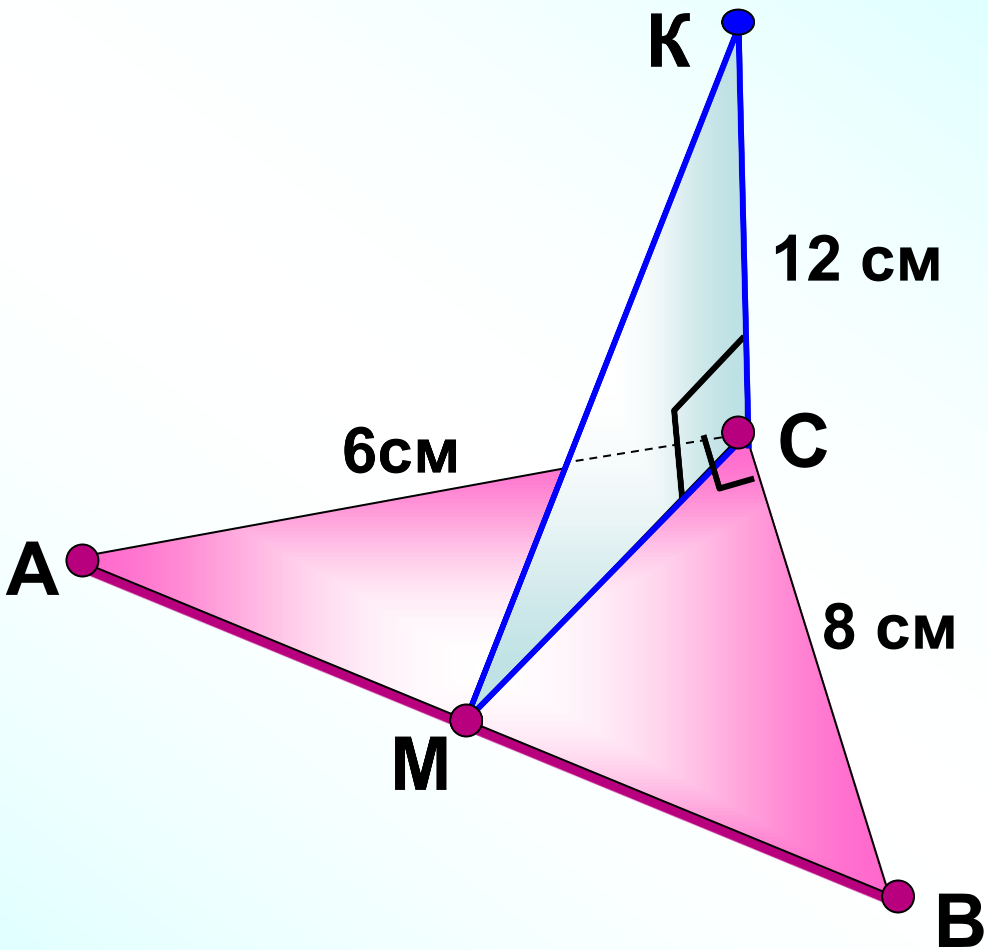
№121. В треугольника АВС дано: $\angle C = 90^0$, АС = 6 см, ВС = 8 см, СМ – медиана. Через вершину С проведена прямая СК, перпендикулярная к плоскости треугольника АВС, причем СК = 12 см. Найдите КМ.

По опр.

$$KC \perp (ABC) \Rightarrow KC \perp CM$$



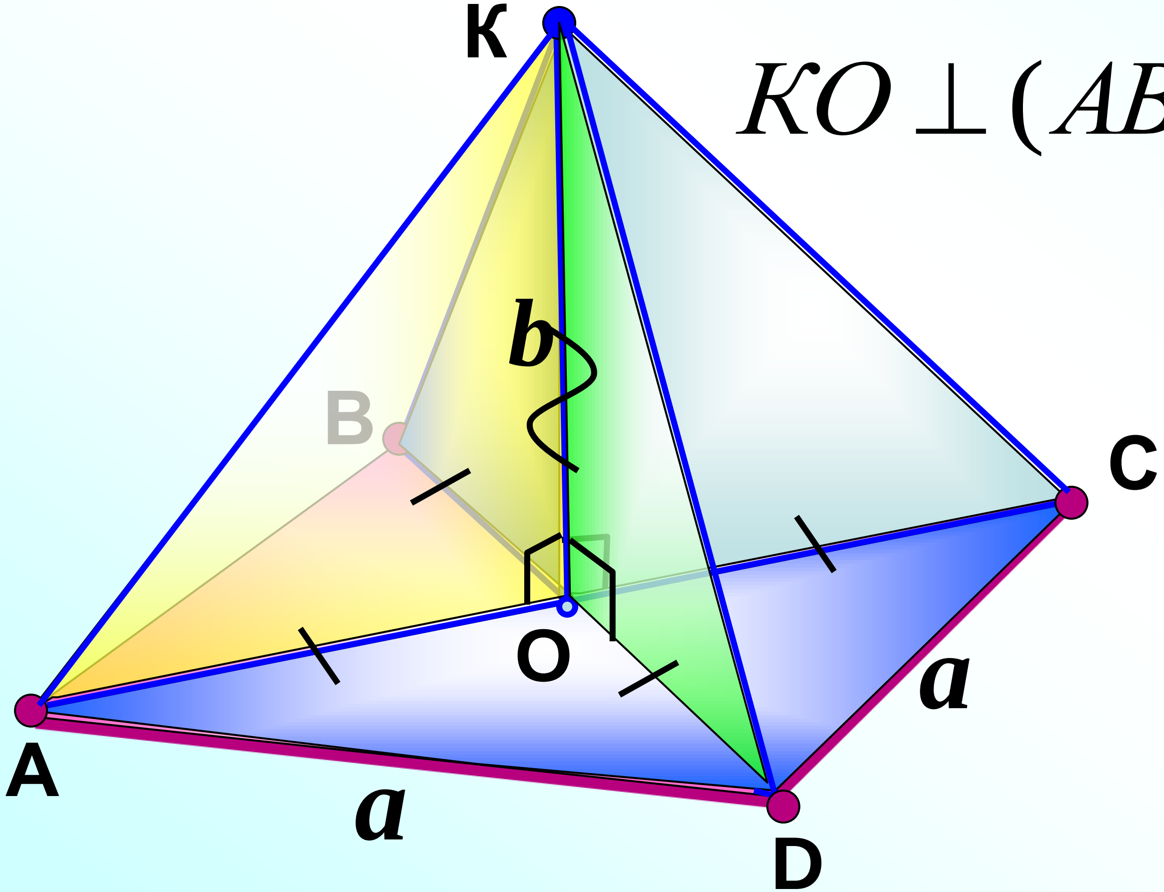
№121. Еще один эскиз к задаче



№120. Через точку О пересечения диагоналей квадрата, сторона которого равна a, проведена прямая ОК, перпендикулярная к плоскости квадрата. Найдите расстояние от точки К до вершин квадрата, если ОК = b.

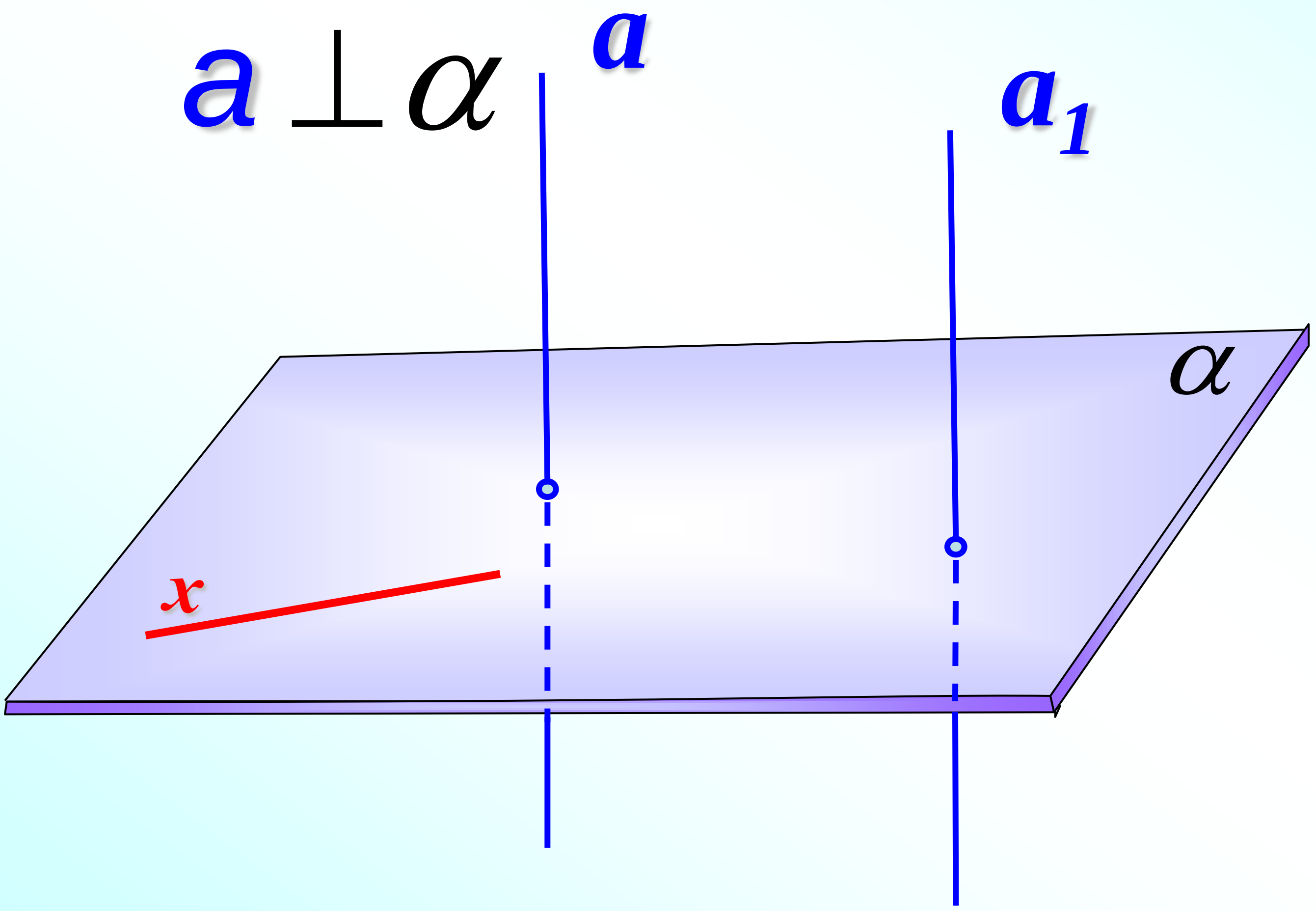
По опр.

$$KO \perp (ABC) \Rightarrow KO \perp OB$$



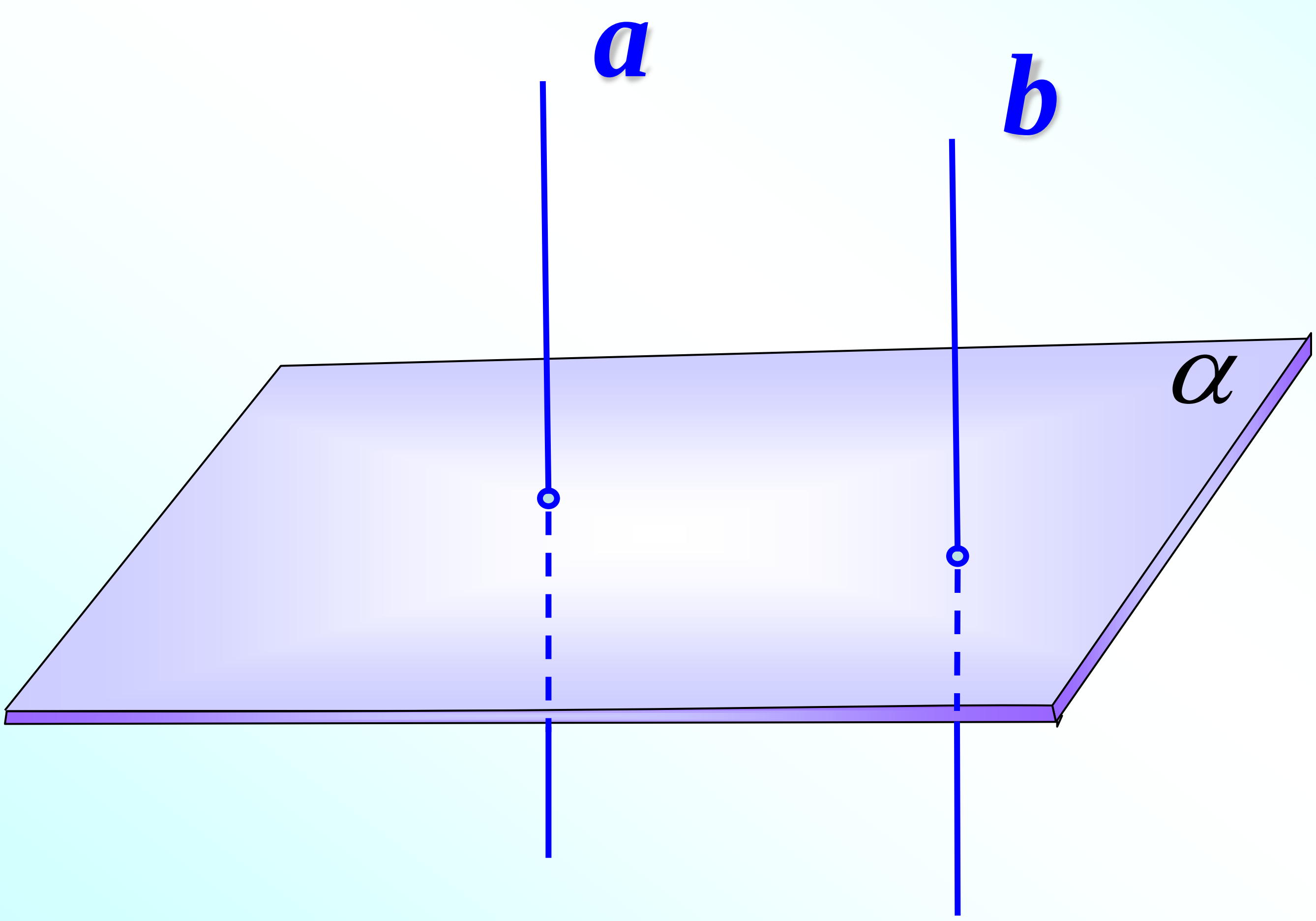
Теорема. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.

$a \perp \alpha$



Обратная теорема.

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



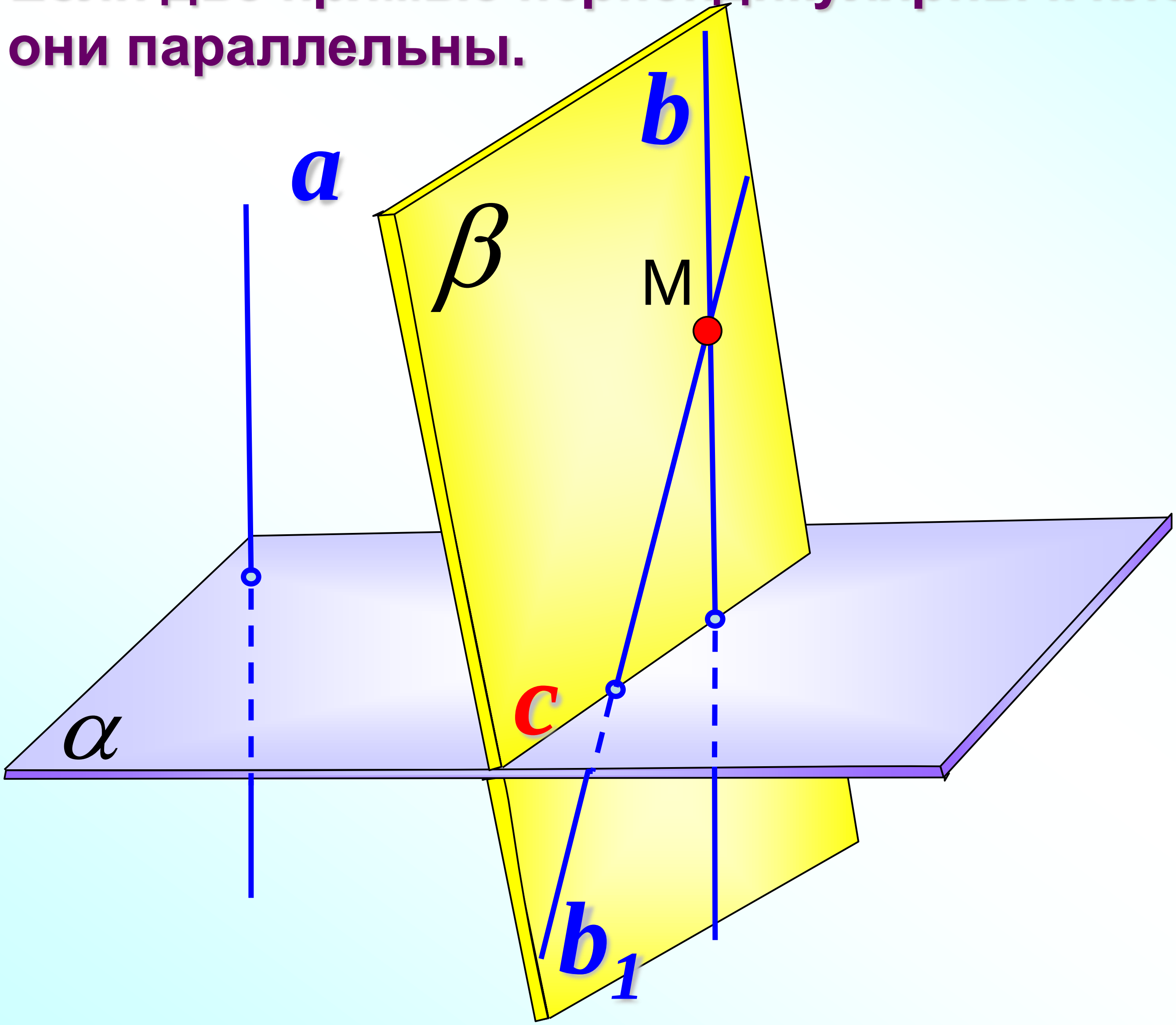
$a \perp \alpha$

$b \perp \alpha$

$a \parallel b$

Обратная теорема.

Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.



$a \perp \alpha$

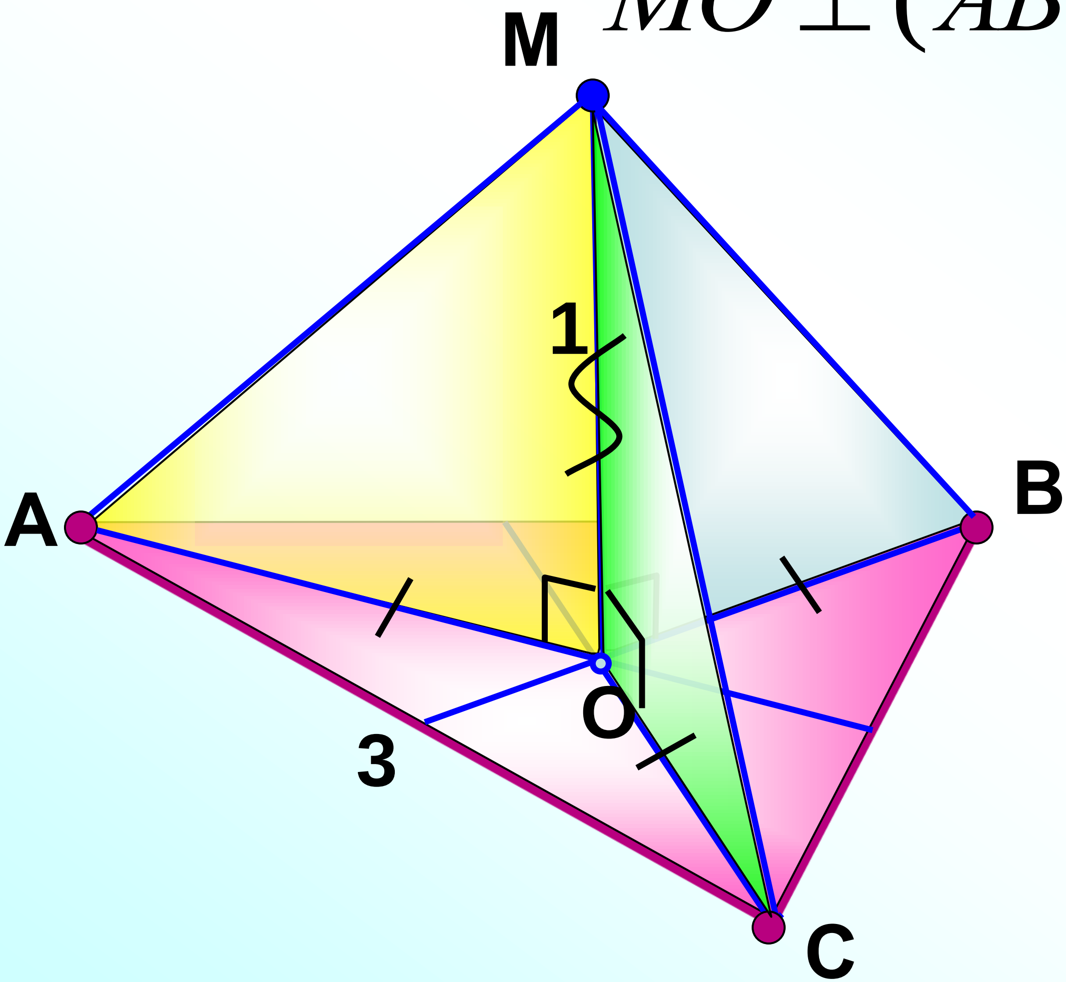
$b \perp \alpha$

a || b

АВС – правильный треугольник. О – его центр, ОМ – перпендикуляр к плоскости АВС, ОМ = 1. Сторона треугольника равна 3. Найдите расстояние от точки М до вершин треугольника.

По опр.

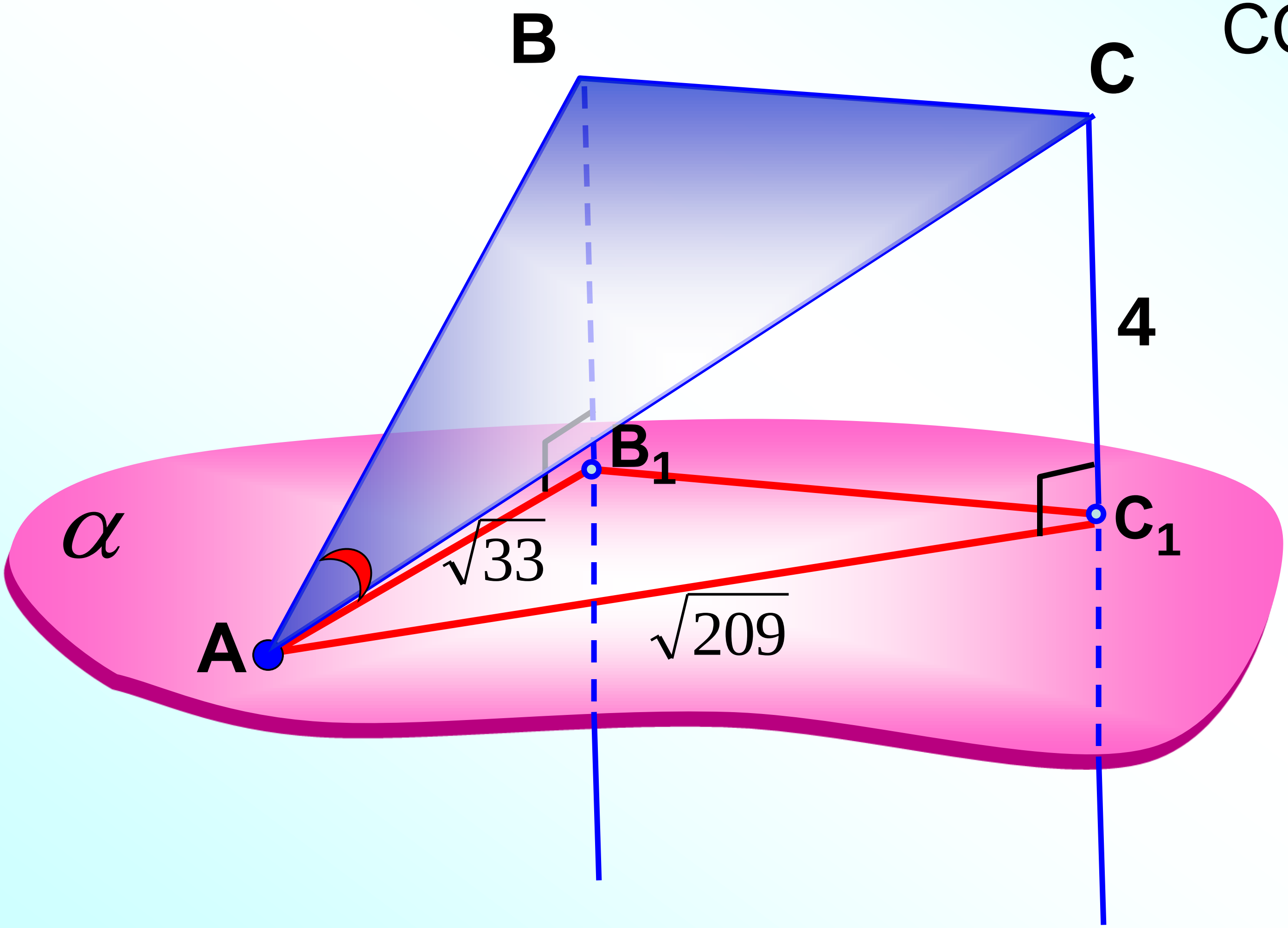
$$MO \perp (ABC) \Rightarrow MO \perp OB$$



Через вершину А треугольника АВС проведена плоскость, параллельная ВС, $BB_1 \perp \alpha$ и $CC_1 \perp \alpha$, $CC_1=4$, $AC_1=\sqrt{209}$, $AB_1=\sqrt{33}$, $\angle BAC = 60^0$. Найдите ВС.

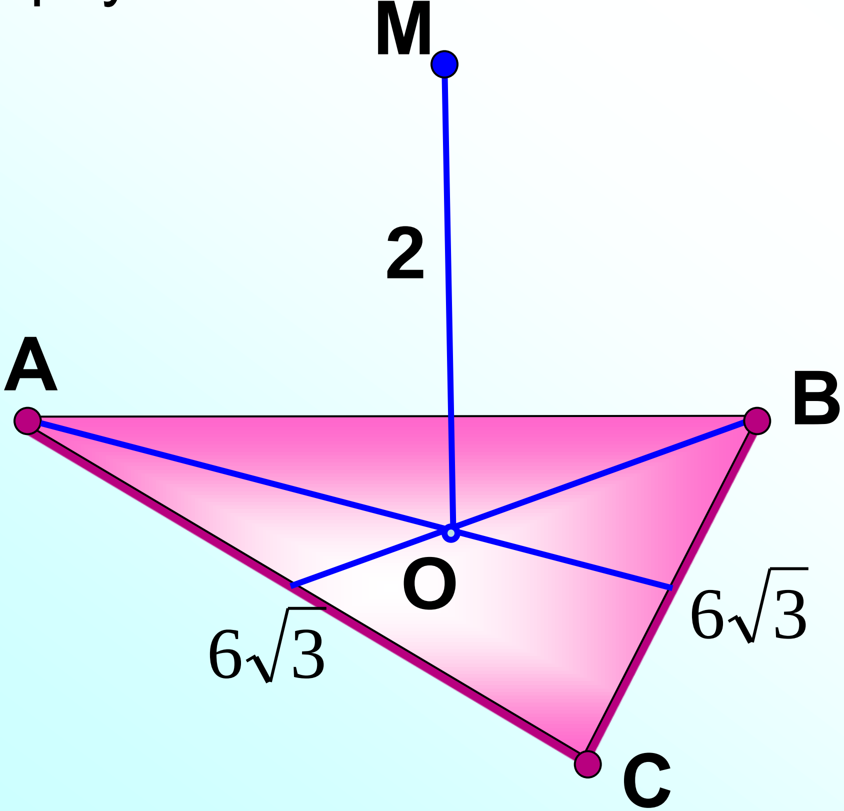
$BB_1 \perp \alpha$

$CC_1 \perp \alpha$



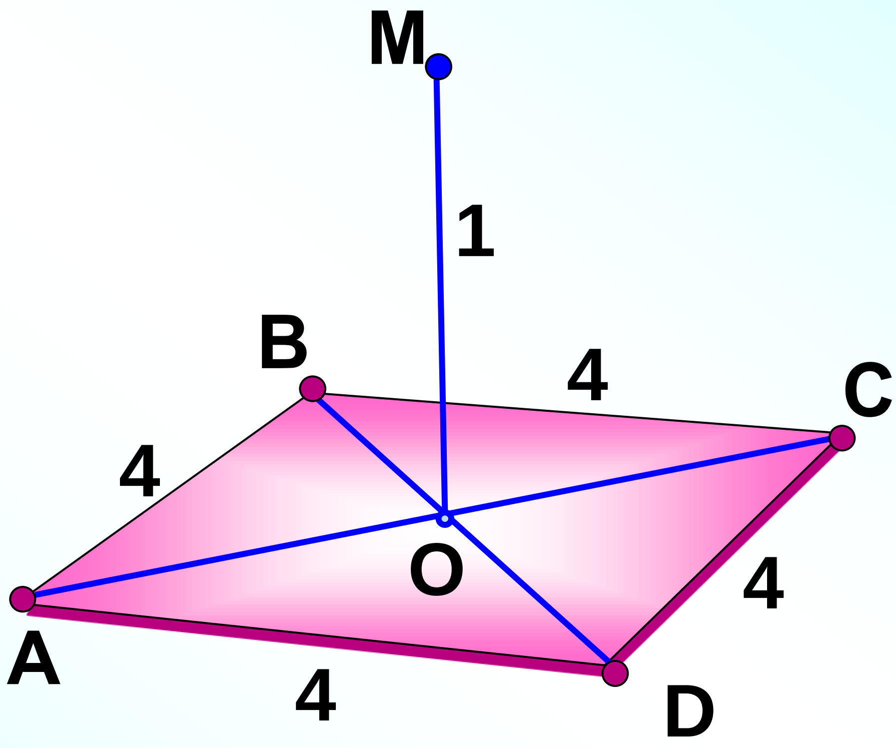
Дано: $OM \perp (ABC)$

ABC –равносторонний треугольник со стороной $6\sqrt{3}$
О – точка пересечения медиан. Найти расстояние от точки М до вершин треугольника.



Дано: $OM \perp (ABC)$

ABCD – квадрат со стороной 4, О – точка пересечения диагоналей. Найти расстояние от точки М до вершин квадрата.

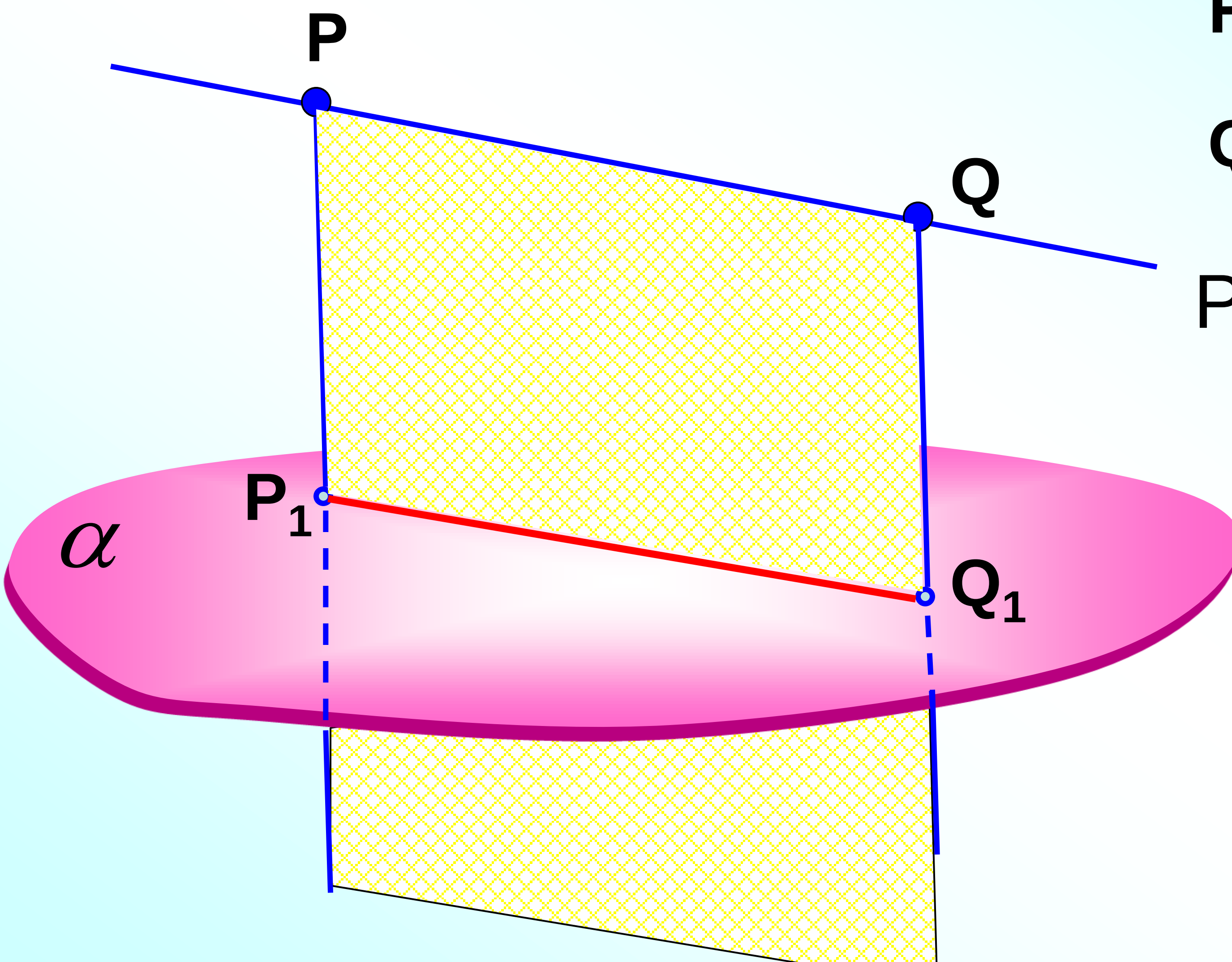


№124. Прямая PQ параллельна плоскости α. Через точки P и Q проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α, которые пересекают эту плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1. Докажите, что $PQ = P_1Q_1$.

$PP_1 \perp \alpha$

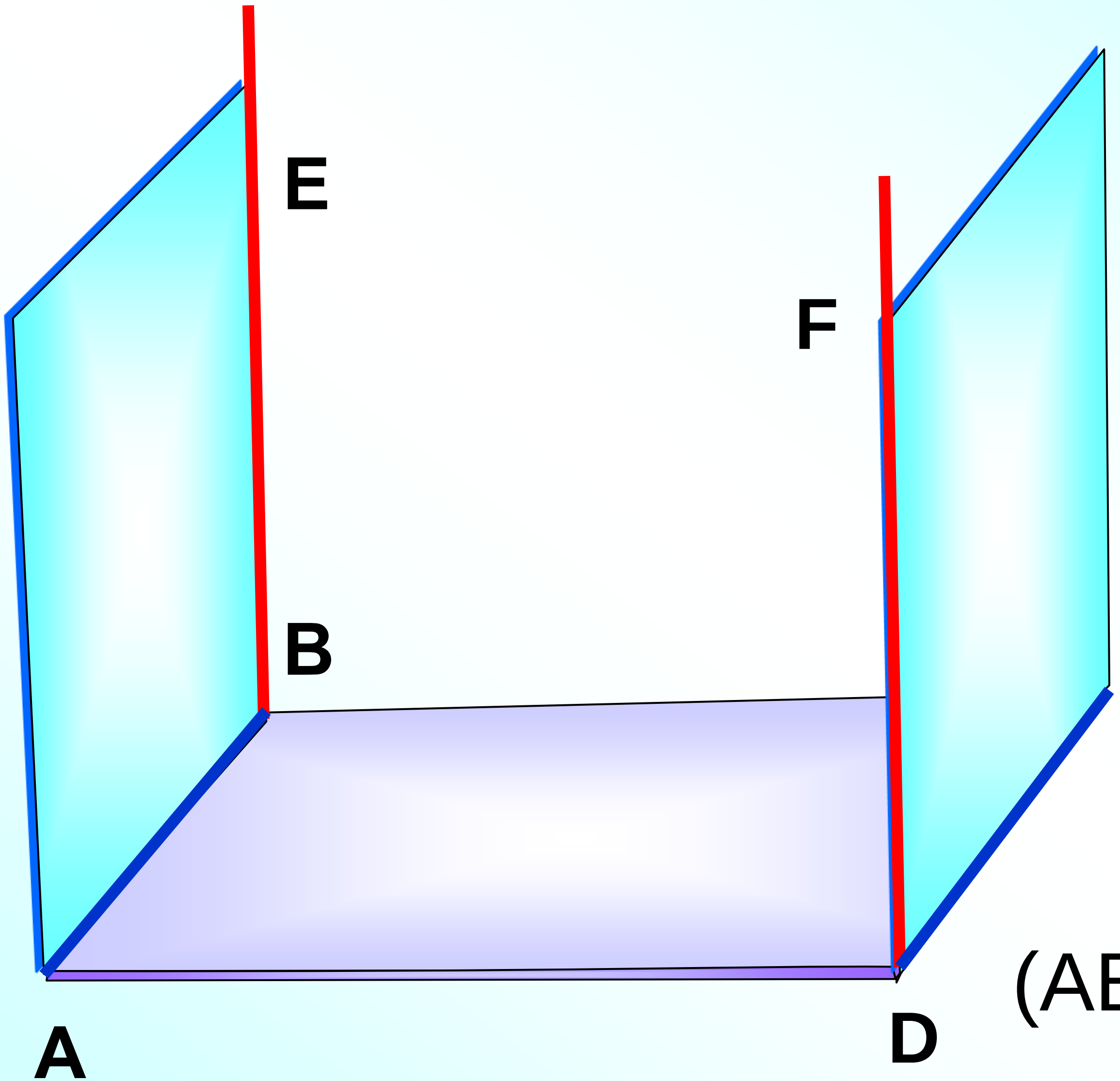
$QQ_1 \perp \alpha$

$PP_1 \parallel QQ_1$



ABCD – параллелограмм. BE ⊥ (ABC), DF ⊥ (ABC)

Доказать: (ABE) II (CDF)



BE ⊥ (ABC)

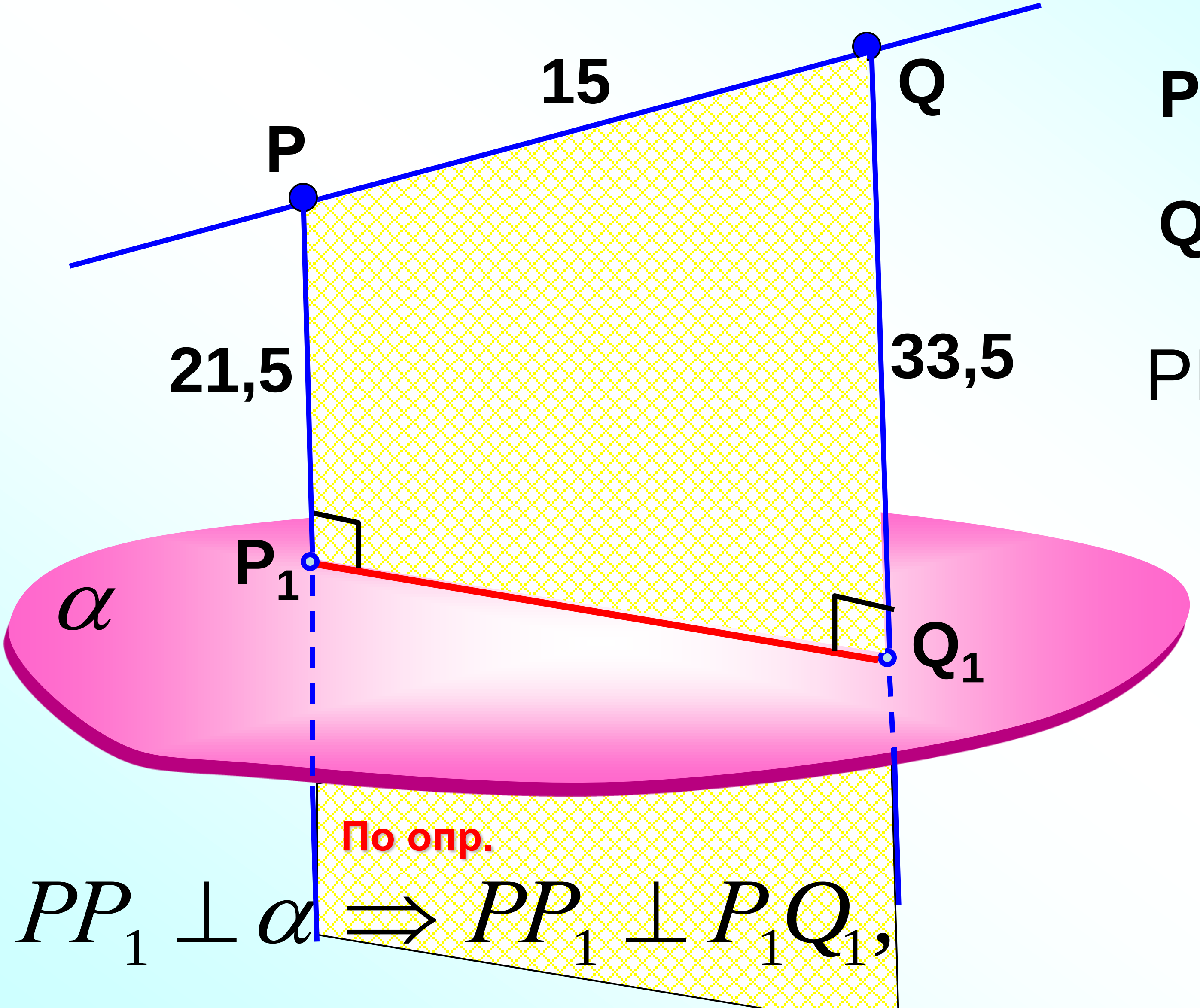
DF ⊥ (ABC)

BE II DF

AB II DC

(ABE) II (CDF)

№125. Через точки P и Q прямой PQ проведены прямые, перпендикулярные к плоскости α, которые пересекают эту плоскость соответственно в точках P_1 и Q_1. Найдите P_1Q_1.



$PP_1 \perp \alpha$

$QQ_1 \perp \alpha$

$PP_1 \parallel QQ_1$

$$PP_1 \perp \alpha \Rightarrow PP_1 \perp P_1Q_1,$$