



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ
XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH
MUHANDISLARI INSTITUTI



FAN: OLIY MATEMATIKA

Mavzu:

To'g'ri chiziqlar dastasi tenglamasi. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak. To'g'ri chiziqning parallelizm va perpendikulyarlik alomatlari. Kesishuvchi to'g'ri chiziqlarning bissektrisa tenglamalari. Nuqtadan to'g'ri chiziqgacha masofa. Analitik geometriyaning sodda masalalari.



Reja:

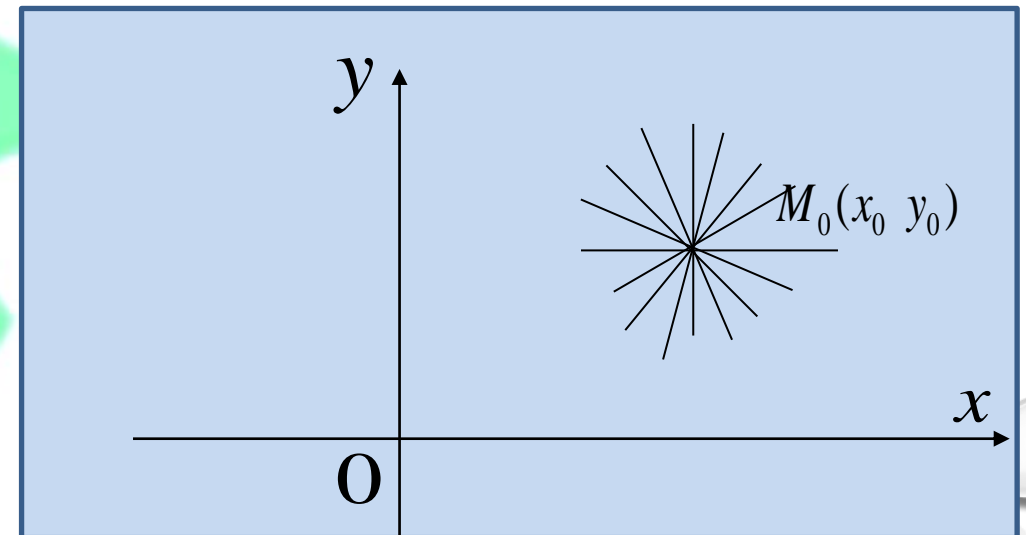
- 1. To'g'ri chiziqlar dastasining tenglamasi**
- 2. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak**
- 3. Ikki to'g'ri chiziqning parallelizm hamda perpendikulyarlik sharti**
- 4. Berilgan nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqgacha masofa**
- 5. Bissektrisalar tenglamalari**

Berilgan nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasining tenglamasi

Tekislikda $M=M(x_0, y_0)$ nuqta berilgan bo'lib. Ma'lumki, to'g'ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasi $y=kx+b$ ko'rinishda. Aytaylik bu to'g'ri chiziq berilgan $M=M(x_0, y_0)$ nuqtadan o'tsin. Unda nuqtaning koordinatalari to'g'ri chiziqning tenglamasini qanoatlantiradi ya'ni $y_0=kx_0+b$ o'rinli, bu

tenglklardan $y-y_0=k(x-x_0)$ (1)

Bu formula berilgan nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasining tenglamasi



To'g'ri chiziq berilgan $A(x_0, y_0)$ va $B(x_1, y_1)$ nuqtalardan o'tsin. U holda B nuqtaning koordinatalari $y - y_0 = k(x - x_0)$

Tenglamani qanoatlantiradi, ya'ni $y_1 - y_0 = k(x_1 - x_0)$. Bundan

$k = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$. Buni yuqoridagi tenglamaga olib borib qo'ysak

$y - y_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} (x - x_0)$ tenglamaga ega bo'lamiz. Bundan

$\frac{y - y_0}{y_1 - y_0} = \frac{x - x_0}{x_1 - x_0}$ (2) tenglama kelib chiqadi. Bu tenglama **berilgan ikki**

nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi deyiladi.

To'g'ri chiziqning tadbig'iga doir quyidagi masalani ko'rib chiqamiz:

Masala. Fermer xo'jaligi poliz mahsulotlarini yig'ishtirishda qo'shimcha ishchi kuchidan foydalanadi va 1 gektarga 100 ming so'm xarajat qiladi. 5 gektarga esa xarajat 300 ming so'm bo'lsin. Agar xarajat funksiyasi chiziqli (to'g'ri chiziq) bo'lsa, 4 gektardagi poliz mahsulotlarini yig'ishtirishga ketadigan xarajatni toping.

Yechish. Masala shartiga binoan, $A(1, 100)$ va $B(5; 300)$ belgilashlar kiritamiz. Ikki nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasiga asosan,

$$\frac{x-1}{5-1} = \frac{y-100}{300-100} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{4} = \frac{y-100}{200} \Rightarrow y = 50x + 50.$$

Oxirgi tenglamadan $x = 4$ da y ning qiymatini topamiz:

$$y = 50 \cdot 4 + 50 \Rightarrow y = 250.$$

Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak

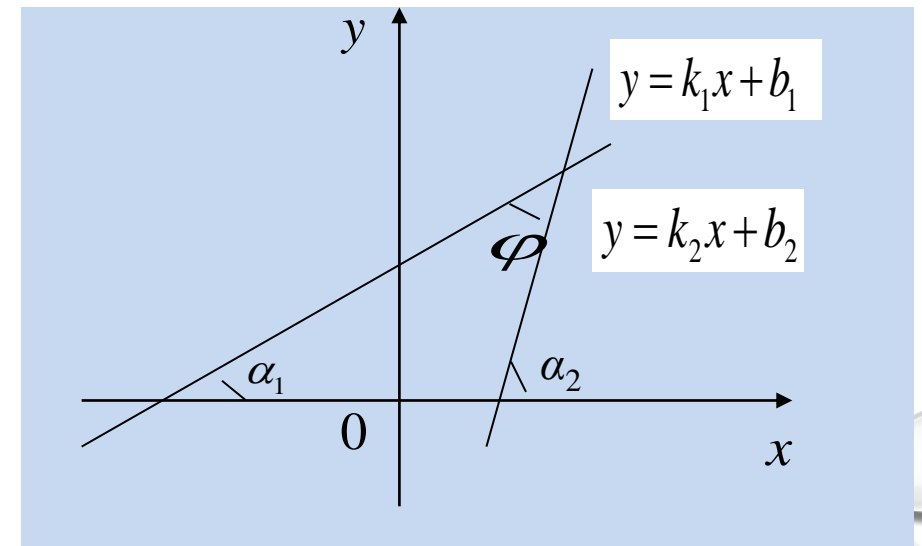
Tekislikda ikki to'g'ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamalari

$y=k_1x+b_1$, $y=k_2x+b_2$ berilgan bo'lsin. Bunda $k_1=tg\alpha_1$, $k_2=tg\alpha_2$

$$tg\varphi = tg(\alpha_1 - \alpha_2) = \frac{tg\alpha_1 - tg\alpha_2}{1 + tg\alpha_1 tg\alpha_2}$$

Bo'lishini e'tiborga olsak, unda

$$tg\varphi = \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2} \quad (3)$$



Мисол: $y = -2x + 3$, $y = 3x + 6$ to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakni toping.

Yechish:

Ushbu formuladan foydalanamiz

$$tg \varphi = \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2}.$$

Tenglamalarda $k_1 = -2$, $k_2 = 3$, u holda $tg \varphi = \frac{3 - (-2)}{1 + 3 \cdot (-2)} = \frac{5}{-5} = -1$.

Bundan esa $\varphi = arctg(tg \varphi) = arctg(-1) = -\frac{\pi}{4}$. ekanligi kelib chiqadi.

"-" belgisi birinchi to'g'ri chiziqdan ikkinchisiga qarab hisoblash soat yo'nalishi bo'yicha amalga oshirilganligini bildiradi.

Ikki to'g'ri chiziqlar orasidagi burchakning tangensi

$$tg \varphi = \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2}$$

Agar ikki to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak $\varphi=0$ bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel bo'ladi yoki ustma-ust tushadi, ya'ni

$$\frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2} = 0 \quad \text{bolib, unda } k_1 = k_2 \text{ bo'ladi.}$$

Agar ikki to'g'ri chiziqlar orasidagi burchak $\varphi = \frac{\pi}{2}$ bo'lsa, bu to'g'ri chiziqlar o'zaro perpendikulyar bo'ladi

$$\frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2} = tg \frac{\pi}{2} = \infty \quad \text{bolib, unda } 1 + k_1 k_2 = 0 \text{ ya'ni } k_1 = -\frac{1}{k_2}$$

Misol: $M(2,4)$ nuqtadan o'tib, $x-4y+8=0$ to'g'ri chiziqqa perpendikulyar bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasini tuzing.

Yechish: Bu masalada berilgan nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini $y-y_0=k(x-x_0)$ formuladan topamiz, ya'ni $y-4=k(x-2)$ ko'rinishda bo'ladi.

Perpendikulyarlik $k_1 \cdot k_2 = -1$ shartidan, $k_1 = k, k_2 = \frac{1}{4}$. bundan $k = -4$

Izlanayotgan tenglama $y-4 = -4(x-2)$ yoki $4x+y+4=0$ iborat bo'ladi.

To'g'ri chiziqning normal tenglamasi

Faraz qilaylik to'g'ri chiziq $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ tenglama orqali berilgan bo'lib u koordinatalar boshidan o'tmasin (3-rasm). To'g'ri chiziqqa OP perpendikulyar o'tkazib uning uzunligini p , OP perpendikulyar bilan Ox o'q orasidagi burchakni α orqali belgilaymiz. p to'g'ri chiziqning **normali** deb ataladi.

Chizmadagi $\triangle AOP$ dan

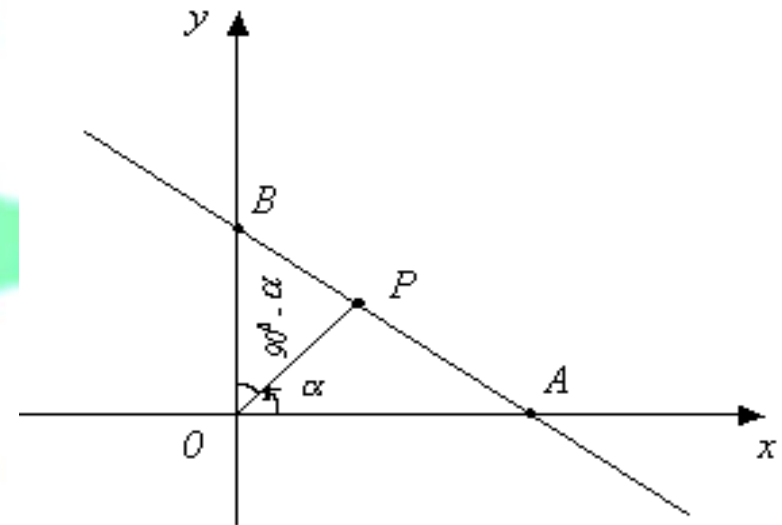
$$\frac{OP}{OA} = \cos \alpha ; \quad OA = \frac{OP}{\cos \alpha} = \frac{p}{\cos \alpha} ;$$

$$a = \frac{p}{\cos \alpha} , \text{ chunki } OA = a, OP = p .$$

$$\triangle OBP \text{ dan } \frac{OP}{OB} = \cos(90 - \alpha) = \sin \alpha ;$$

$$OB = \frac{p}{\sin \alpha} ; \quad b = \frac{p}{\sin \alpha}$$

$$\text{chunki } OB = b, OP = p .$$



3-rasm

a va b ning ushbu qiymatlarini to'g'ri chiziqning tenglamasiga qo'ysak $\frac{x}{\frac{p}{\cos \alpha}} + \frac{y}{\frac{p}{\sin \alpha}} = 1$ yoki $x \cos \alpha + y \sin \alpha = p$;

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha - p = 0 \quad (4)$$

kelib chiqadi. (4) **to'g'ri chiziqning normal tenglamasi** deb ataladi.

To'g'ri chiziqning normal tenglamasini o'ziga xos xususiyatlaridan biri undagi $p > 0$ va $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ bo'ladi.

To'g'ri chiziqning

$$x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$$

normal tenglamasi ikki parametr p va α ga bog'liq.

To'g'ri chiziqning normal tenglamasi quyidagi xossalarga ega:

1. Tenglamada x va y oldidagi koeffitsientlar absolyut qiymati bo'yicha birdan katta bo'lmagan sonlardir.
2. Tenglamada x va y lar oldidagi koeffitsientlarning kvadratlari yig'indisi **1** ga teng.
3. Tenglamadagi ozod hadning isharasi manfiy.

To'g'ri chiziq tenglamasini normal ko'rinishiga keltirish

To'g'ri chiziq umumiy ko'rinishidagi tenglamasi $Ax+By+C=0$ yordamida berilgan bo'lsin. Shu tenglamani (4) ko'rinishdagi normal tenglamaga keltirish mumkinligini ko'rsatamiz. Shu maqsadda umumiy tenglamani shunday o'zgarmas son M ga ko'paytiramizki natijada

$$MAx+MBy+MC=0 \quad (5)$$

to'g'ri chiziqning normal tenglamasi bo'lsin. Buni normal tenglama (4) bilan taqqoslab $M \cdot A = \cos \alpha$, $M \cdot B = \sin \alpha$, $M \cdot C = -p$ (β) ekaniga iqrор bo'lamiz. Oxirgi tenglamadan M , α , p noma'lumlarni aniqlash qiyin emas. U yerdagi birinchi ikkita tenglamani kvadratga ko'tarib hadlab qo'shsak

$$M^2 A^2 + M^2 B^2 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1; \quad M^2 (A^2 + B^2) = 1; \quad M^2 = \frac{1}{A^2 + B^2}$$

bo'lib bundan $M = \frac{1}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}$ (6)

kelib chiqadi. M ni **normallovchi ko'paytuvchi** deb ataladi. (6) da ishora ozod had C ning ishorasiga qarama-qarshi olinadi. M ning topilgan qiymatini (β) ga qo'yib $\cos \alpha$, $\sin \alpha$ va p larni aniqlash mumkin:

$$\cos \alpha = \frac{A}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}, \quad \sin \alpha = \frac{B}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}, \quad p = \frac{C}{\pm \sqrt{A^2 + B^2}}.$$

Shunday qilib koordinatalar boshidan $Ax + By + C = 0$ to'g'ri

chiziqqacha masofa $p = \frac{|C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ (7)

formula yordamida topilar ekan.

1-misol. $6x+8y-5=0$ to'g'ri chiziq tenglamasi normal ko'rinishda yozilsin.

○ **Yechish.** $A=6, B=8, C=-5$. Normallovchi ko'paytuvchi:

$$M = \frac{1}{\sqrt{6^2 + 8^2}} = \frac{1}{10} \quad (C < 0).$$

Berilgan tenglamani bunga ko'paytirsak

$\frac{6}{10}x + \frac{8}{10}y - \frac{5}{10} = 0$ yoki $\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{1}{2} = 0$ normal tenglama hosil bo'ladi. Bu

to'g'ri chiziq uchun $p = \frac{1}{2}, \cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \alpha = \frac{4}{5}$.

Berilgan nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqgacha masofa

Tekislikda biror $Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziq va bu to'g'ri chiziqqa tegishli bo'lmagan biror $M=M(x_0, y_0)$ nuqta berilgan bo'lsin.

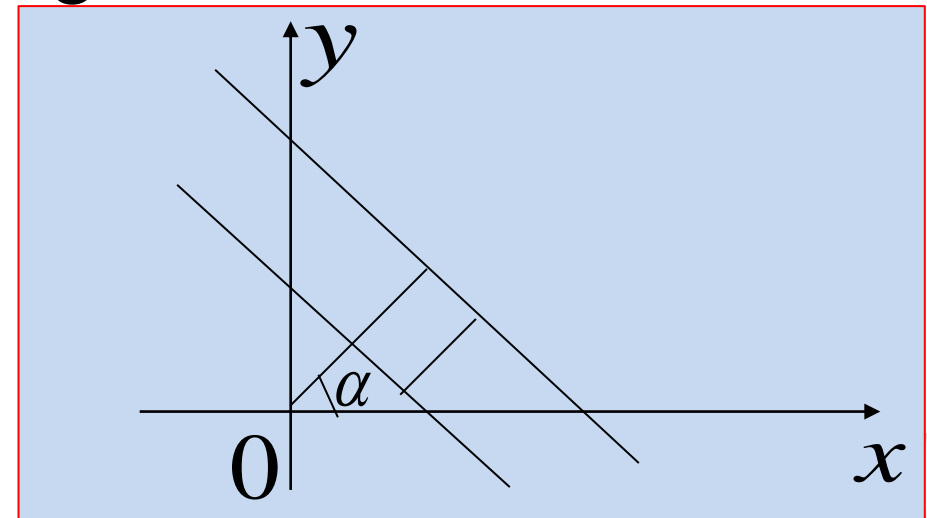
$$d = |M_0N| = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \quad (8)$$

$Ax+By+C=0$ to'g'ri chiziqni normal ko'rinishdagi

tenglamaga keltiramiz. $x\cos\alpha + y\sin\alpha - \rho = 0$

Berilgan nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqgacha bo'lgan masofani topish formulasi

$$d = x_0 \cos \alpha + y_0 \sin \alpha - \rho \quad (9)$$



Ikkita parallel to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani topish

$$5x - 2y + 10 = 0 \quad \text{va} \quad 5x - 2y + 36 = 0$$

parallel to'g'ri chiziqlar berilgan bo'lsin. Bu to'g'ri chiziqlar orasidagi masofani topish uchun, bu to'g'ri chiziqlarning bittasida ixtiyoriy bir nuqtani tanlaymiz va tanlangan nuqtadan ikkinchi to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani topamiz: birinchi to'g'ri chiziqda $x = 4$ desak, $y = 15$ bo'lib, $A(4,15)$ 1-to'g'ri chiziqdagi nuqta bo'ladi. $A(4,15)$ nuqtadan ikkinchi $5x - 2y + 36 = 0$ to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofani (8) formulaga asosan, hisoblasak,

$$d = \left| \frac{5 \cdot 4 - 2 \cdot 15 + 36}{\sqrt{5^2 + (-2)^2}} \right| = \frac{26}{\sqrt{29}}, \quad d = \frac{26}{\sqrt{29}}$$

bo'ladi

Misol: $M(1; -4)$ nuqtadan $y = \frac{4}{3}x - 4$. to'g'ri chiziqgacha masofani toping.

Yechish:

$$d = |M_0N| = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} \text{ formuladan foydalanamiz.}$$

Yuqoridagi tenglamani quyidagicha yozib olamiz:

$$3y = 4x - 12, \quad -4x + 3y + 12 = 0.$$

Bundan,

$$d = \frac{|-4 \cdot 1 + 3 \cdot (-4) + 12|}{\sqrt{(-4)^2 + 3^2}} = \frac{|-4|}{\sqrt{25}} = \frac{4}{5} = 0,8. \quad \text{hosil bo'ladi.}$$

Bissektrisalar tenglamalari

Berilgan $Ax + By + C = 0$, $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi bissektrisalar tenglamalari quyidagi ko'rinishda:

$$\frac{Ax + By + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \pm \frac{A_1x + B_1y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}} \quad (10)$$

1. Азларов Т., Мансуров Х. ,Математик анализ,Т.: «Ўқитувчи». 1 т: 1994 й.
2. Азларов Т., Мансуров Х. ,Математик анализ,Т.: «Ўқитувчи». 2 т: 1995 й.
3. Аюпов Ш.А., Бердиқулов М.А.,Функциялар назарияси ,Т.: “ЎАЖБНТ” маркази, 2004 й.
4. Turgunbayev R.,Matematik analiz. 2-qism,Т.TDPU, 2008 у.
5. Jo‘raev Т. va boshqalar,Oliy matematika asoslari. 2-q.,Т.: «O‘zbekiston». 1999
6. Саъдуллаев А. ва бошқ.Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами, III қисм. Т.: «Ўзбекистон», 2000 й.,
7. Соатов Ё., Олий математика. Т., “Ўзбекистон”. 1996 й, 3 жилд
8. www.ziyonet.uz/
9. www.pedagog.uz/



TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ
XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH
MUHANDISLARI INSTITUTI



E'TIBORLARINGIZ UCHUN RAXMAT



+ 998 71 237 09 86