



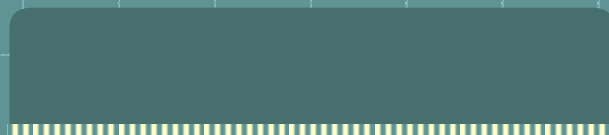
# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ



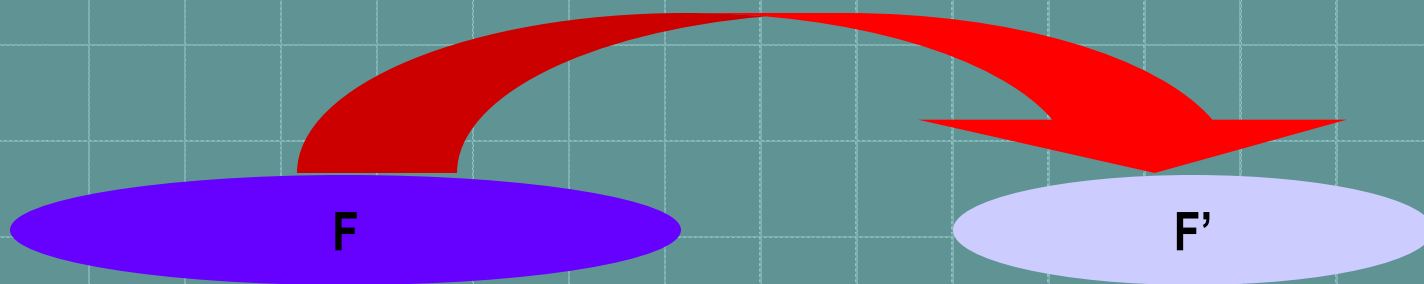
**1. Что называется  
отображением плоскости на  
себя?**

**Отображением плоскости на себя называется такое преобразование плоскости при котором, каждой точке исходной плоскости сопоставляется какая-то точка этой же плоскости, причем любая точка плоскости оказывается сопоставленной другой точке.**

**2. Какая фигура при  
отображении называется  
образом, какая – прообразом?**



**Если при отображении  
плоскости на себя фигура  $F$   
преобразовывается в фигуру  
 $F'$ , то говорят, что фигура  $F'$  -  
образ фигуры  $F$ , а фигура  $F$  -  
прообраз фигуры  $F'$ .**

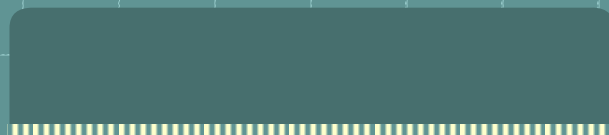


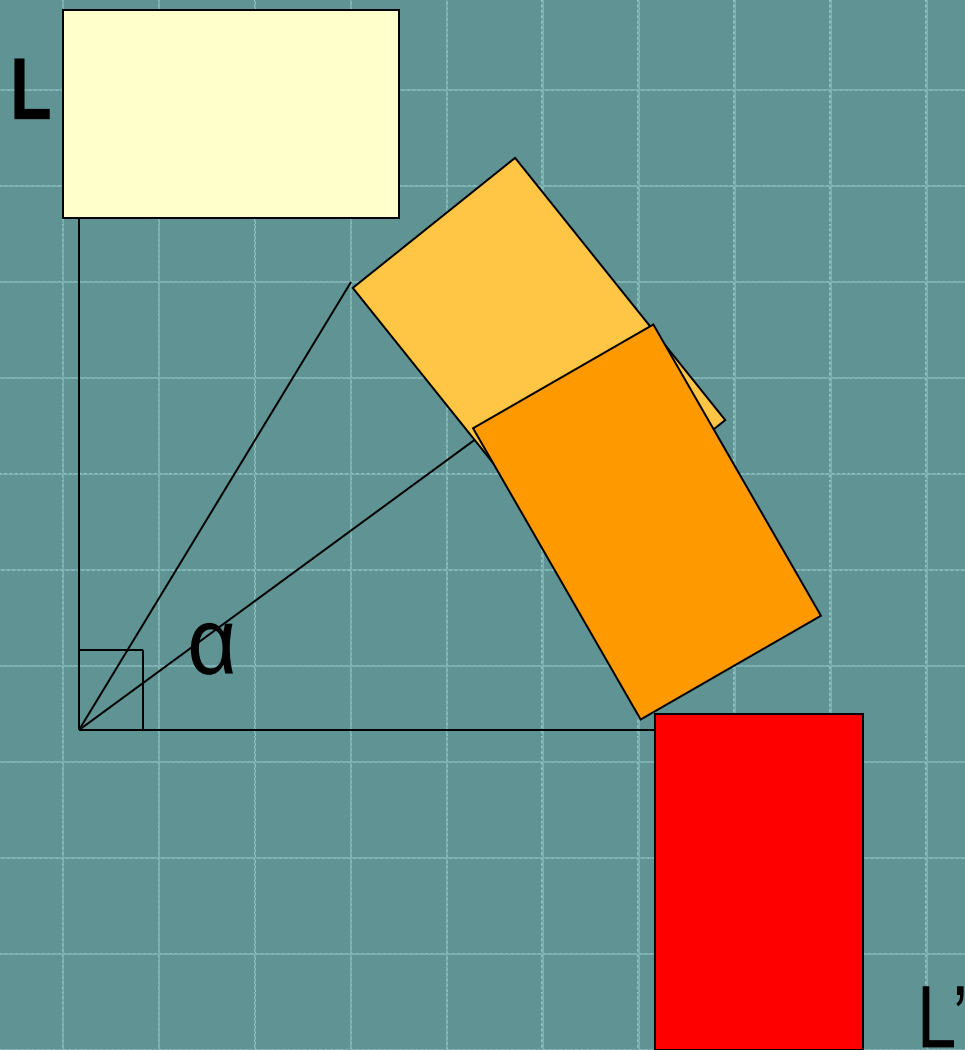
**3. Какое отображение  
называется взаимно-  
однозначным?**

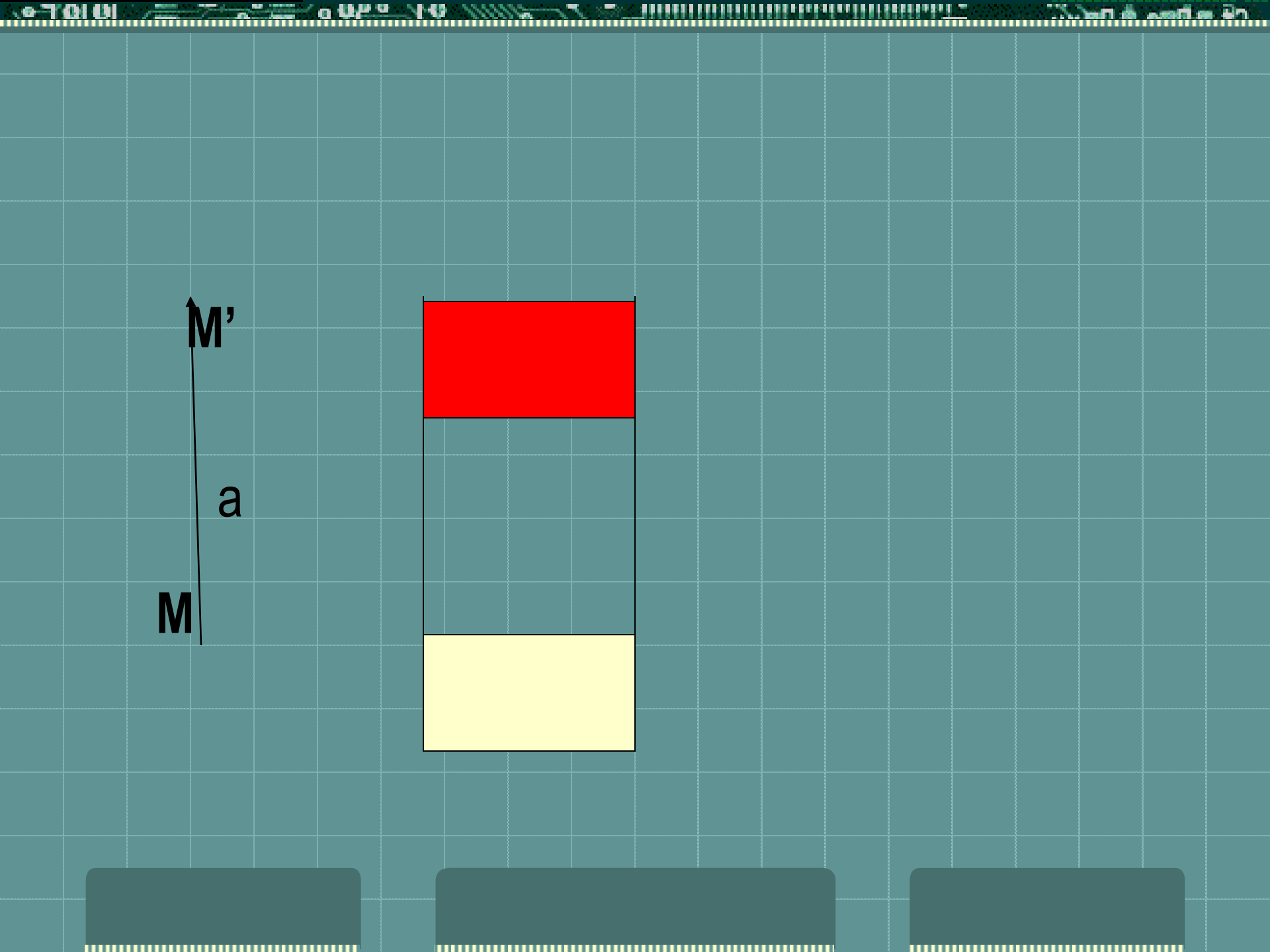
**Если при данном отображении  
разным точкам фигуры  
соответствуют разные  
образы, то такое отображение  
называется взаимно  
однозначным.**

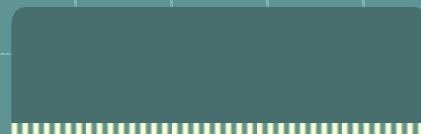
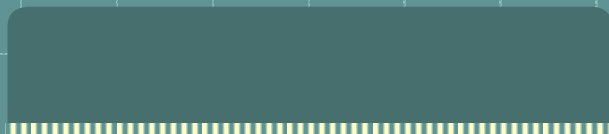
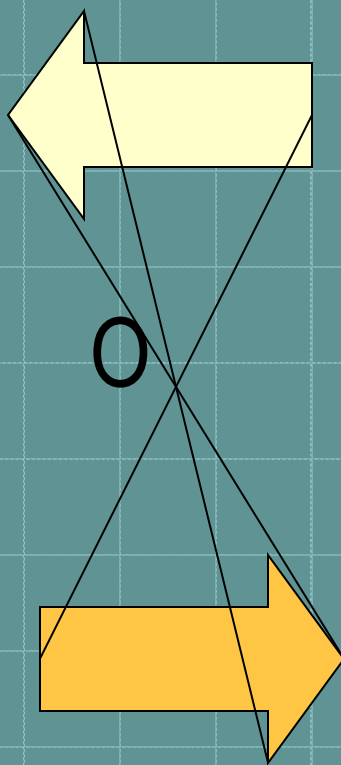
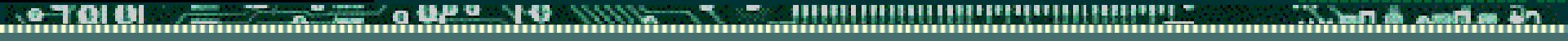


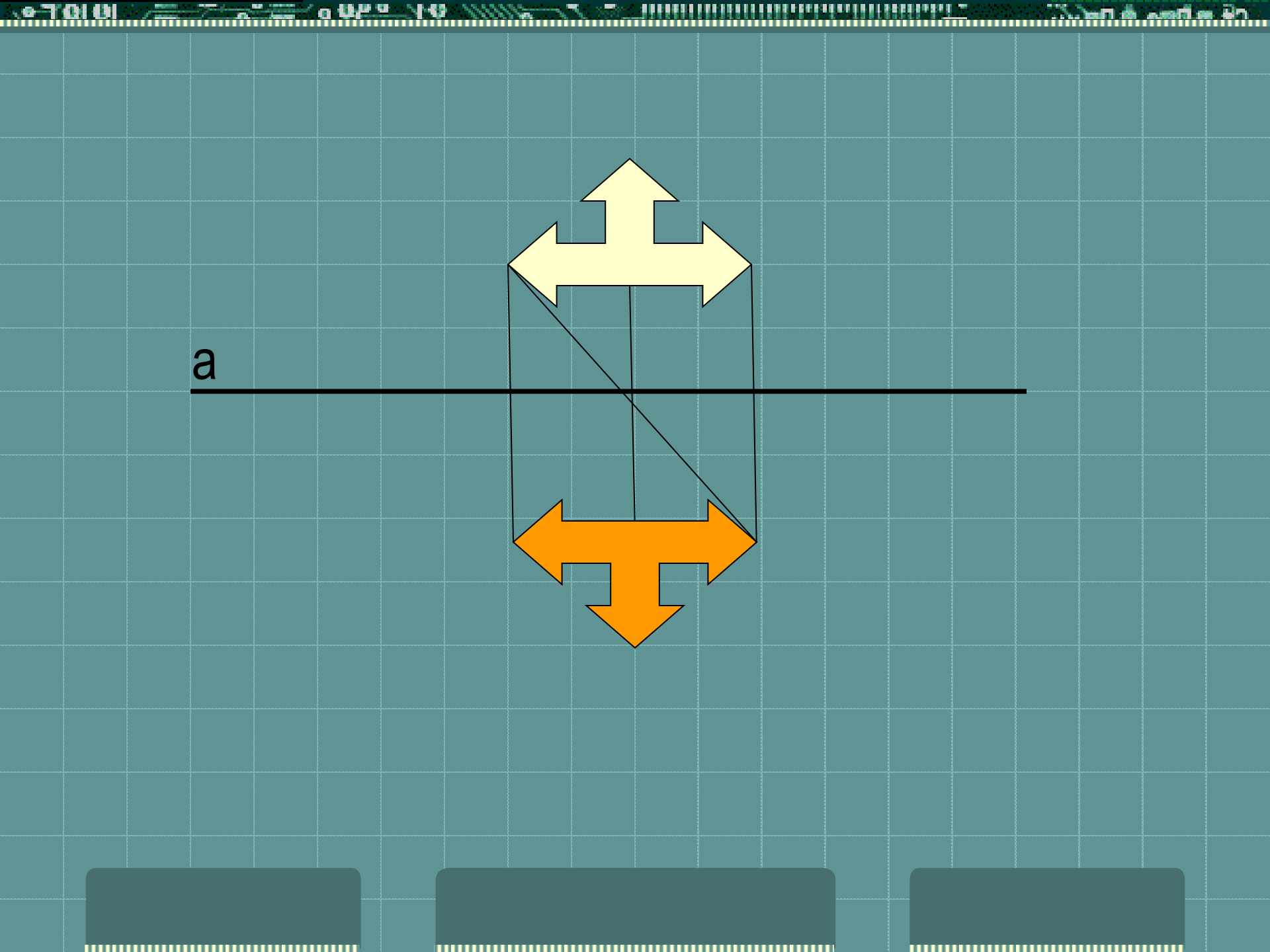
# Виды отображений плоскости на себя











# Существует множество видов отображения плоскости на себя

## 1. Движения

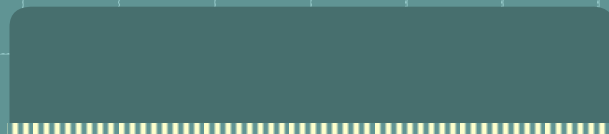
- ♦ Вращение (поворот вокруг точки)
- ♦ Параллельный перенос
- ♦ Симметрия относительно точки
- ♦ Симметрия относительно прямой

## 2. Подобие

- ♦ Гомотетия

## 3. Инверсия

**Какое отображение плоскости  
называется движением?**



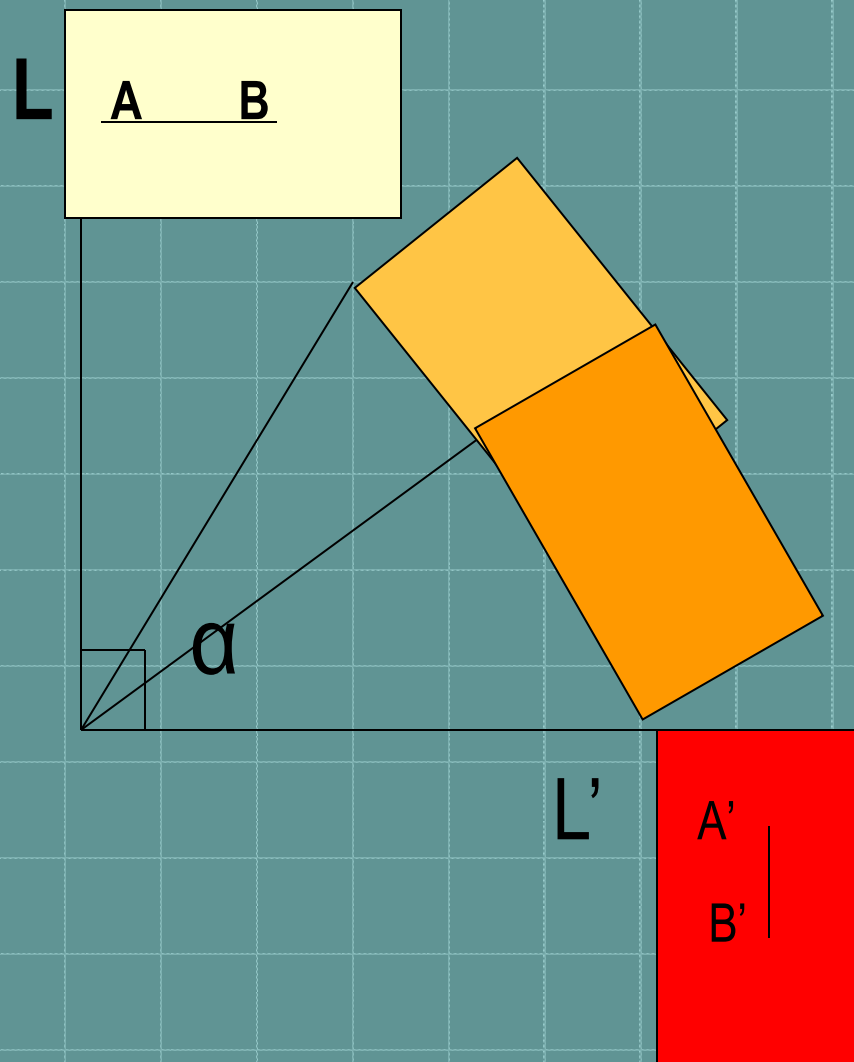
Вращение ?

**Параллельный перенос?**

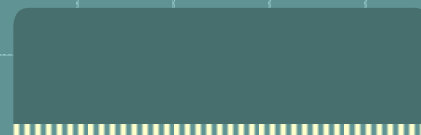
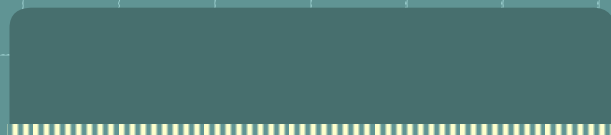
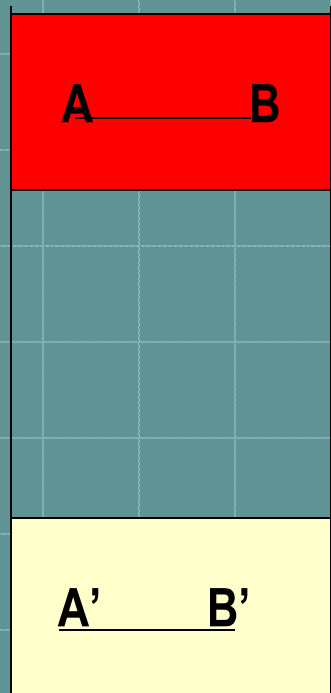
**Симметрия** относительно точки?

Симметрия относительно прямой?

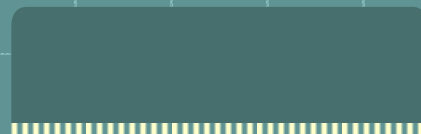
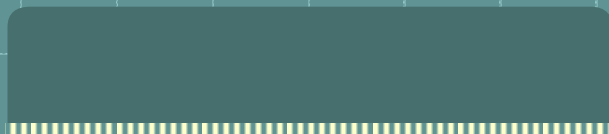
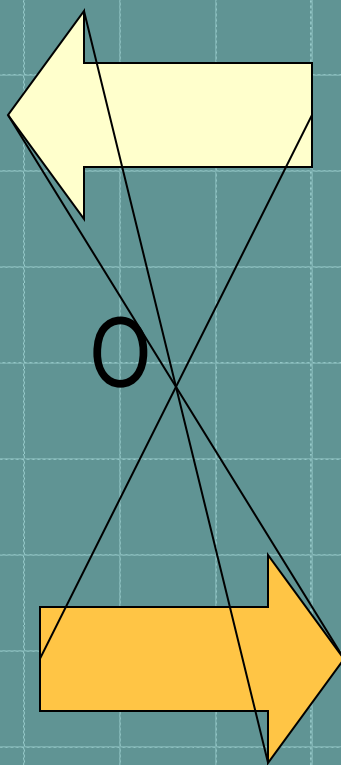
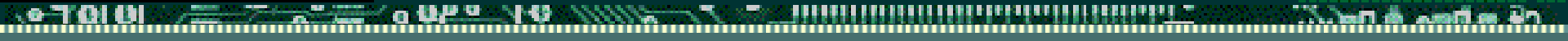




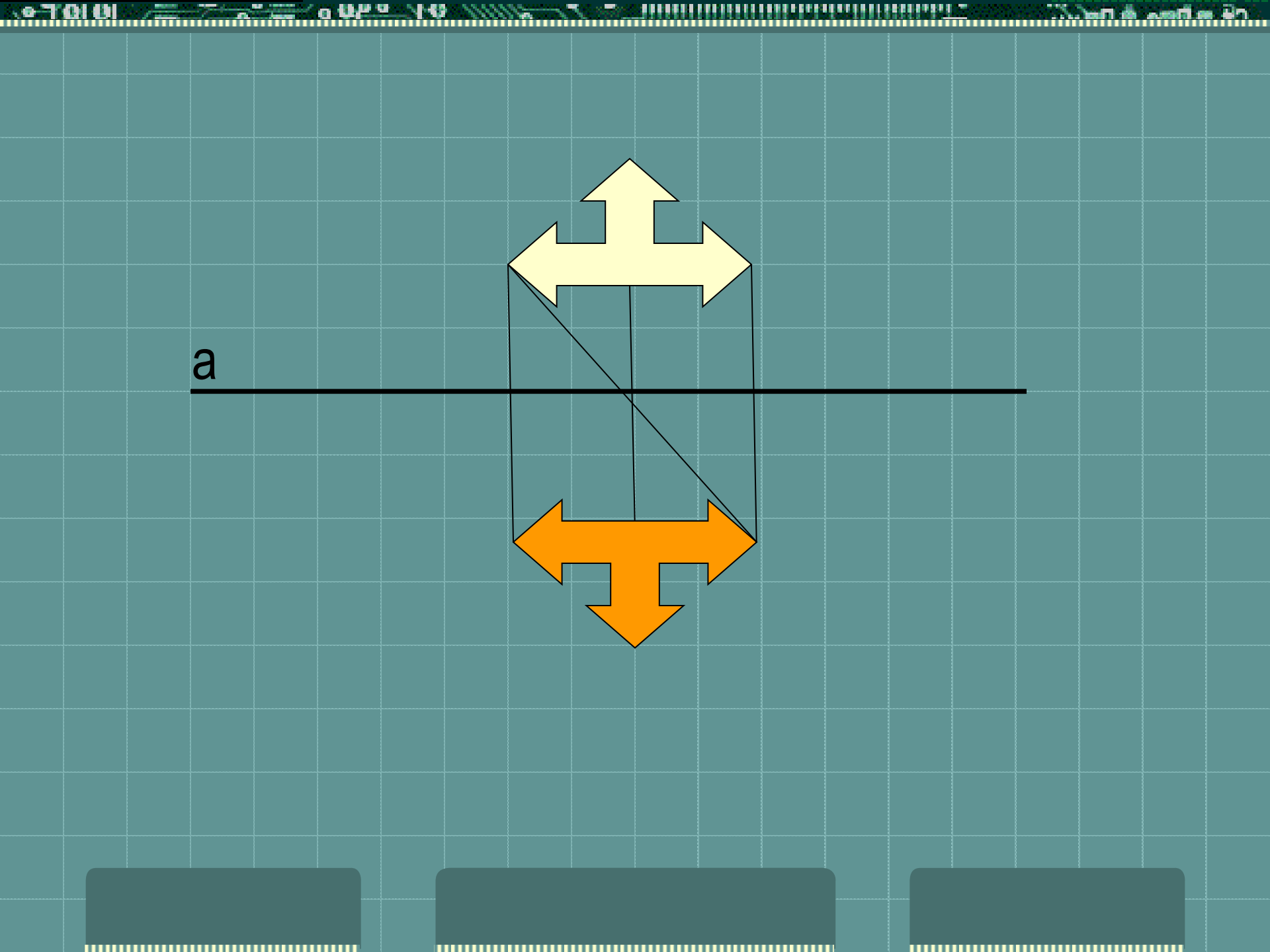
**Поворот** (поворот частный случай вращения) **плоскости относительно центра  $O$  на данный угол  $\alpha$  в данном направлении определяется так:** каждой точке  $X$  плоскости ставится в соответствие такая точка  $X'$ , что, во-первых,  $OX' = OX$ , во-вторых и, в-третьих, луч  $OX'$  откладывается от луча  $OX$  в заданном направлении. Точка  $O$  называется центром поворота, а угол -  $\alpha$  **углом поворота.**



***Параллельным переносом называется такое движение, при котором все точки плоскости перемещаются в одном и том же направлении на одинаковое расстояние.***



**Симметрия с центром в точке  $O$  это такое отображение плоскости, при котором любой точке  $X$  сопоставляется такая точка  $X'$ , что точка  $O$  является серединой отрезка  $XX'$**

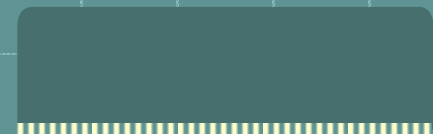
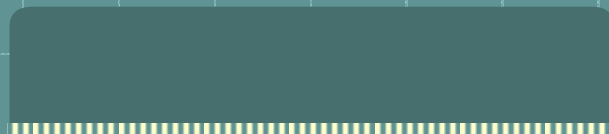


**Симметрией плоскости  
относительно прямой  $a$  называется  
такое отображение, при котором  
каждой точке этой плоскости  
ставится в соответствие точка,  
симметричная ей относительно  
прямой  $a$ .**

Точки  $X$  и  $X'$  называются симметричными  
относительно прямой  $a$ , и каждая из них симметричной  
другой, если  $a$  является серединным перпендикуляром  
отрезка  $XX'$



**Движением называется  
отображение плоскости на  
себя при котором сохраняются  
все расстояния между  
точками. Движение имеет ряд  
важных свойств:**



**1. Три точки, лежащие на одной прямой, при движении переходят в три точки, лежащие на одной прямой, и три точки, не лежащие на одной прямой, переходят в три точки, не лежащие на одной прямой.**

**2. Отрезок движением переводится в отрезок.**

**3. При движении луч переходит в луч, прямая в прямую.**

**4. Треугольник движением переводится в треугольник.**

**5. Движение сохраняет величины углов.**

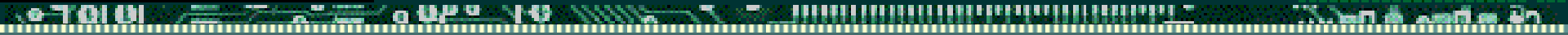
**6. При движении сохраняются площади многоугольных фигур.**

**7. Движение обратимо.**

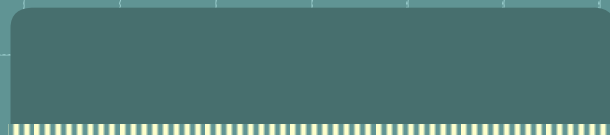
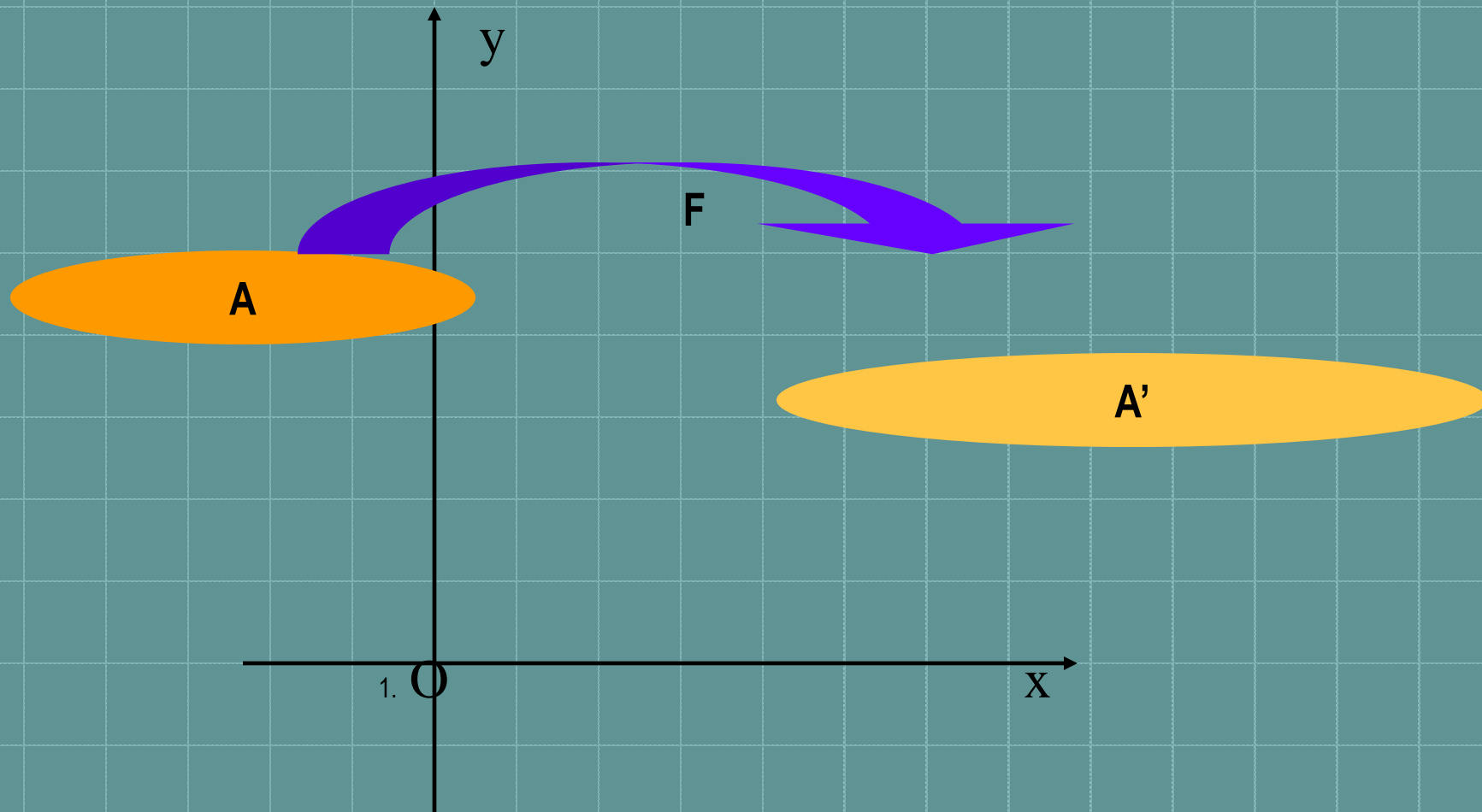
**Отображение, обратное движению является движением.**

**8. Композиция двух движений также является движением.**

# Аналитическая запись геометрических преобразований



2.



$$T.A(x, y) - A'(x', y')$$

$$A' = \Phi(A)$$

T.e.

$$x' = f(x, y)$$

$$y' = f(x, y)$$

Т.о., задание точечного отображения равносильно заданию пары числовых функций двух переменных; обратно, каждую функцию двух переменных можно представлять себе как запись определенного отображения



# 1. Параллельный перенос

$$x' = x + a$$

$$y' = y + b$$

$(a, b)$  – координаты вектора  
переноса

# Симметрия относительно начала координат

$$x' = -x$$

$$y' = -y$$

# Симметрия относительно оси x

$$x' = x$$

$$y' = -y$$

# Метод симметрии при решении задач на построение

Задача: На прямой  $AB$  найти такую точку  $X$ , чтобы сумма ее расстояний от данных точек  $M$  и  $N$ , лежащих по одну сторону от  $AB$ , была наименьшей.

# Решение задач на построение методом параллельного переноса

Задача:

Построить трапецию по данным  
четырем сторонам

# Метод вращения при решении задач на построение

Задача:

Построить треугольник, зная две  
его стороны и медиану,  
проведенную к третьей стороне