Mavzu: ***Parallelogrammning maxsus turlari.***

Parallelogrammning maxsus turlari.

Reja:

1.Parallelogrammni tomonlari va burchaklarining xossalari.

2.Parallelogramm diagonallari xossasi.

3.To'g'ri to'rtburchak.

4.Romb.

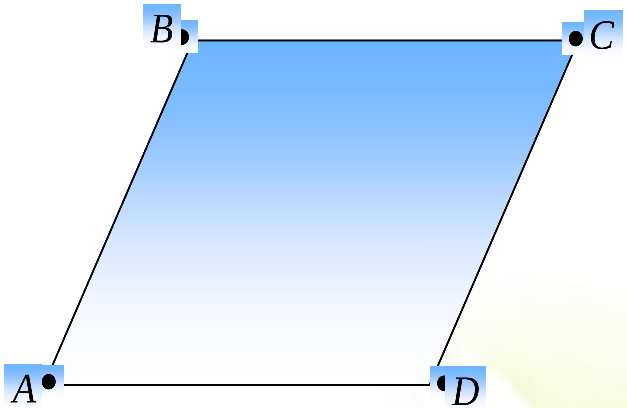
5.Kvadrat.

6.Trapetsiya.

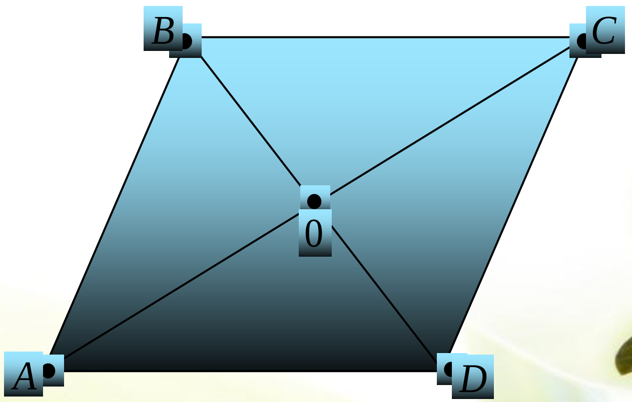
7.Trapetsiyaning o’rta chizig’i.

- 1.Parallelogrammni tomonlari va burchaklarining xossalari.
- Ta’rif. *Qarama-qarshi tomonlari parallel bo’lgan to’rtburchak parallelogramm deb ataladi (1-rasm).*
- *Parallelogramm shaklidagi to’rtburchaklar ikkita parallel to’g’ri chiziqni boshqa ikkita parallel to’g’ri chizziq kesishidan hosil bo’ladi.To’rtburchakning parallel to’g’ri chiziqlar yotgan tomonlari o’zaro parallel tomonlari deb ataladi.*

T a ' r i f. ***Ko'pburchakning bir tomoniga tegishli bo'lmagan ikki uchini tutashtiruvchi kesma uning diagonali deb ataladi.***



$1-rasm$



$2-rasm$

Masalan, *ABCD* parallelogrammda ikkita AC va *BD* diagonal bor (2- rasm).

- **T e o r e m a.** *Parallelogrammning diagonali uni ikkita teng uchburchakka ajratadi.*
- **I s b o t.** *ABCD* parallelogrammda *AC* diagonal o'tkazamiz (2- rasm). Hosil bo’lgan ΔABC va ΔADC ning tengligini ko'rsatishimiz kerak. Qaralayotgan *ABC* va *ADC* uchburchaklarda *AC* tomon umumiy va bu tomonga yopishgan mos burchaklar *CAB* va *ACD* hamda *ACB* va *CAD* o'zaro teng. Chunki ular *BC* va *AD* to'g'ri chiziqlarni *AC* to'g'ri chiziq kesib o'tganda hosil bo'lgan ichki almashinuvchi burchaklardir. Uchburchaklar tengligining ikkinchi alomatiga ko'ra $\Delta ABC = ADC$.

- Bu teoremadan $BC = AD$, $AB = DC$ va ekanligi kelib chiqadi. Parallelogrammning ikkinchi diagonali BD, uni yana teng uchburchakiarga ajratishidan esa $\angle A = \angle C$ ekanligini hosil qilamiz. Bundan parallelogramm $\angle B = \angle D$ tomonlari va burchaklarining muhim xossalariga ega bo'lamiz.

1-x o s s a. *Parallelogrammning qarama-qarshi tomonlari teng.*

2-x o s s a. *Parallelogrammning qarama-qarshi burchaklari teng.*

2. Parallelogramm diagonallari xossasi.

- **T e o r e m a.** *Parallelogrammning diagonallari kesishish nuqtasida teng ikkiga bo'linadi.*
- **I s b o t.** *ABCD* parallelogrammda *O* nuqta diagonallarning kesishish nuqtasi bo'lsin (2-rasm). *BO=OD* va *AO = OC* ekanligini ko'rsatishimiz kerak. Buning uchun diagonallar o'tkazilgandan so'ng hosil bo'lgan *BOC* va *AOD* uchburchaklarni solishtiramiz. Bu uchburchaklarda *BC = AD,* chunki ular parallelogrammning qarama-qarshi tomonlari.

Bundan tashqari, $\angle OAD = \angle OCB$ va ichki almashinuvchi burchaklar bo'lgani uchun .$\angle OBC = \angle ODA$ Demak, ΔBOC va ΔAOD uchburchaklarning bir tomoni va unga yopishgan ikki burchagi mos ravishda teng ekan. Uchburchaklar tengligining ikkinchi alomatidan $\Delta BOC = \Delta AOD$.Uchburchakning mos tomonlari bo'lgani uchun *BO* = *OD* va *AO* =*OC.*

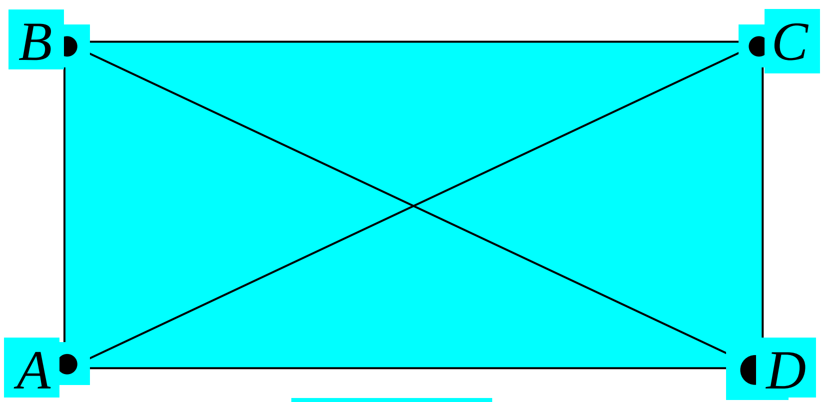
Teorema isbotlandi.

3. To'g'ri to'rtburchak

- **T a ' r i f.** *Hamma burchaklari to'g'ri burchak bo'gan parallelogramm to'g'ri to 'rtburchak deb ataladi.*
- To'g'ri to'rtburchak parallelogrammning bir turi bo'lganligi uchun uning tomonlari va burchaklari parallelogramm tomonlari va burchaklari xossalariga ega bo'ladi. Bundan tashqari, to'g'ri to'rtburchakning o'ziga xos xossalari ham mavjud. Bu xossalardan biri ushbu teoremada ifodalangan.

- **T e o r e m a.** *To 'g 'ri to 'rtburchakning diagonallari o'zaro tengdir.*
- Isbot. *ABCD* to'g'ri to'rtburchakda (3-rasm) *AC* va *BD* diagonallarini o'tkazamiz. Bunda hosil bo'lgan *BAD* va *CDA* uchburchaklar to'g'ri burchakli uchburchaklardir. Bu uchburchaklarda *AD* katet umumiy, *AB* va *CD* katetlar bir-biriga teng, chunki ular to'g'ri to'rt burchakning qarama-qarshi tomonlari.

- Demak, *BAD* va *CDA* to'g'ri burchakli uchburchaklar o'zaro teng. Bundan gipotenuza bo'lgan AC va *BD* diagonallarning tengligi kelib chiqadi



$3-rasm$

4. Romb.

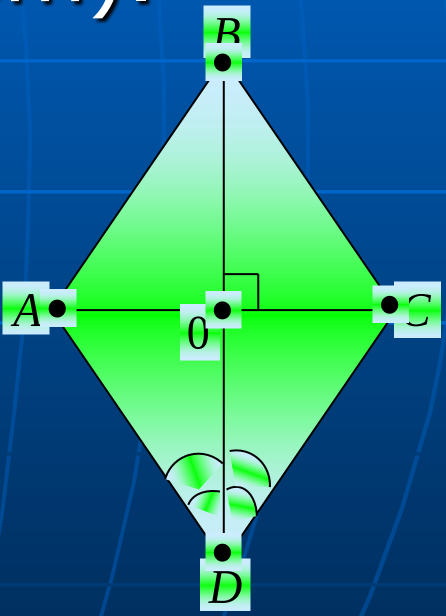
- **T a ' r i f.** *Hamma tomonlari teng bo'lgan parallelogramm romb deb ataladi.*

  Ta'rifdan romb parallelogrammning barcha xossalariga ega bo’lishi kelib chiqadi.

- **Teorema.** *Rombning diagonallari o'zaro perpendikulyar va uning burchaklarini teng ikkiga bo 'ladi.*

- **I s b o t.** *ABCD* romb, *AC* va *BD* uning diagonallari, *AB* = *BC*= *CD* = *DA* ekanligidan foydalanib, $AC \perp BD$ va $\angle ABO = \angle CBO$ ekanini ko'rsatishimiz kerak (4-rasm).

$$QP = \frac{AE}{2} \cdot \frac{1}{2} = (AD + DE)$$



$4-rasm$

- Romb diagonallari *0* nuqtada kesishishidan hosil bo'lgan *AOB* va *COB* uchburchaklar o'zaro teng, chunki ularda *BO* tomon umumiy, *OA* = *OC* va *AB* = *BC*, ya'ni uchala tomon mos ravishda teng. Qo'shni burchaklar mos ravishda teng bo'lgani uchun $\angle AOB = \angle COB = 90^0$ Bu *AC* ning *BD* ga perpendikulyar ekanligini ko'rsatadi.

- Bundan tashqari, teng uchburchaklarning mos burchaklari bo'lgani uchun $\angle ABO = \angle CBO$
- Bu esa *BD* diagonal rombning *B* burchagini teng ikkiga bo'lishini ko'rsatadi. Boshqa burchaklarning ham teng ikkiga bo'linishini xuddi shunday isbot qilish mumkin.

5. Kvadrat.

Kvadratga bir necha xil ta'rif berish mumkin, shulardan bin quyidagicha.

- **Ta'rif.** *Hamma burchaklari va hamma tomonlari teng bo 'lgan parallelogramm kvadrat deb ataladi*.
- To'g'ri to'rtburchak va rombning ta'riflari bilan kvadrat ta'rifini solishtirsak, ushbu ta'riflarni hosil qilish mumkin:

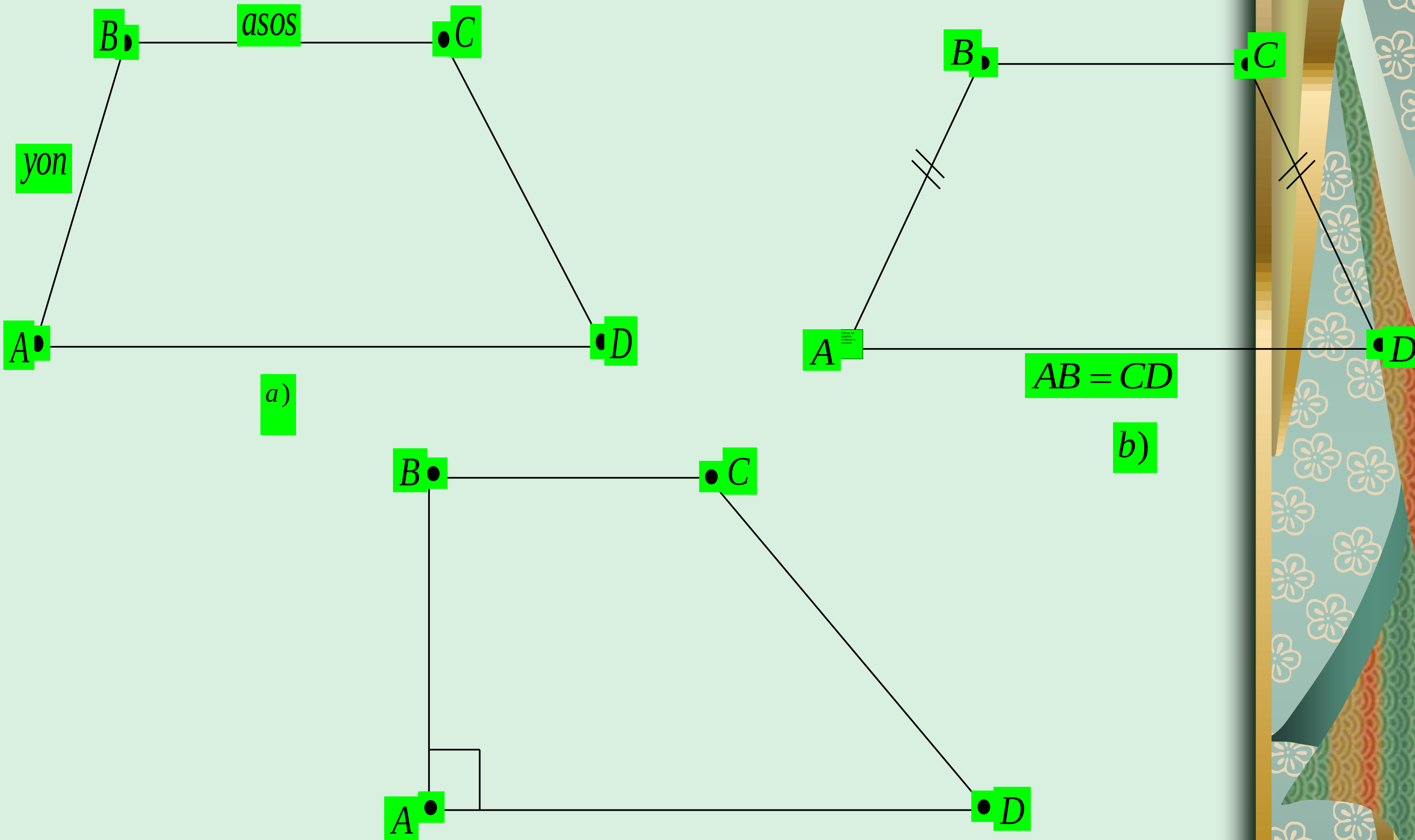
a)kvadrat tomonlari teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchakdir;

b)kvadrat burchaklari to'g'ri burchak bo'lgan rombdir. Demak, kvadrat parallelogramm, to'g'ri to'rtburchak va rombning barcha xossalariga ega.

6. Trapetsiya.

- Tekislikda to'rtburchakning muhim turi bo'lgan parallelogrammlar bilan tanishib chiqdik. Ammo to'rtburchaklarning boshqa turlari ham bor, masalan, trapetsiya.
- **T a ' r i f**. *Faqat ikkita qarama-qarshi tomoni parallel bo'lgan to'rtburchak trapetsiya deb ataladi.*
- 5- *a* rasmda *ABCD* - trapetsiya, bunda *BC* II *AD.*

- **Odatda trapetsiyaning parallel tomonlari uning *asoslari,* qolgan tomonlari esa *yon tomonlari* deb ataladi.**
- **Trapetsiyaning ham muhim hollari mavjud. Yon tomonlari teng bo'lgan trapetsiya *teng yonli trapetsiya* (5-*b* rasm), yon tomoni asosi bilan to'g'ri burchak hosil qiladigan trapetsiya esa *to'g'ri burchakli trapetsiya* (5-*d* rasm) deb nomlanadi.**



$5-rasm$

7. Trapetsiyaning o'rta chizig'i.

- **T a ' r i f.** *Trapetsiya yon tomonlarining o'rtalarini tutashtiruvchi kesma trapetsiyaning o'rta chizig'i deyiladi.*
- **Teorema.** *Trapetsiyaning o 'rta chizig'*i *asoslarga parallel va ular yig'indisining yarmiga teng.*

- **I s b o t.** *ABCD* trapetsiya berilgan bo'lsin (6-rasm), *QP* — uning o'rta chizig'i. *B* uch va *P* nuqtadan to'g'ri chiziq o'tkazamiz hamda *AD*
- asosni shu to'g'ri chiziq bilan kesishguncha davom ettiramiz. Kesishish nuqtasini *E* bilan belgilaylik.
- Bunda *ABE, QBP* va *DPE* uchburchaklar hosil bo'ladi. Fales teoremasiga ko'ra *BP = PE,* shuning uchun *PQ* kesma *ABE* uchburchak uchun ham o'rta chiziq bo'ladi.

- Demak, *QP* kesma *AE* tomonga, ya'ni trapetsiya asoslariga parallel va uning

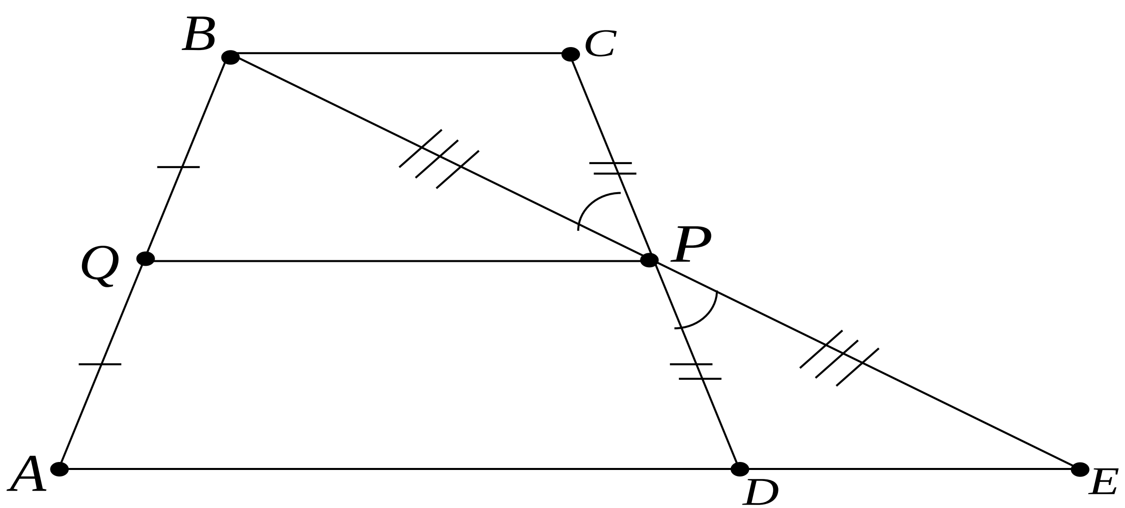
yarmiga teng, ya'ni $QP = \frac{AE}{2} \cdot \frac{1}{2} = (AD + DE)$

Hosil bo'lgan *PCB* va PDE uchburchaklar birinchi alomatga ko'ra o'zaro tengdir. Chunki ularda: *BP* = *PE* isbotga ko'ra va *CP* = *PD* yasashga ko'ra hamda ular orasidagi burchak vertikal burchakdir. Bundan *DE* = *BC* ekanligini hosil qilamiz.

- **Demak,**

$$QP = \frac{1}{2} = (AD + DE) = \frac{1}{2}(AD + BC).$$

- **Teorema isbotlandi.**



$6 - rasm$

Faydalanilgan adabiyotlar:

Geometriya

N. G'aybullayev

A. Ortiqboyev

Akademik litsey va kasb-hunar kollejlari uchun qo'llanma.

Toshkent "O'qituvchi" 2002.

Etiboringiz uchun rahmat!