Mavzu : Ko’p o’zgaruvchi funksiya. Aniqlanish sohasi, Ikki o’zgaruvchili funksiya geometrik ma’nosi. Xussusiy va to’la orttirma. Xususiy xosila

Reja :

1. Ko’p o’zgaruvchi funksiya.
2. Aniqlanish sohasi.
3. Ikki o’zgaruvchili funksiya geometrik ma’nosi.
4. Xussusiy va to’la orttirma.
5. Xususiy xosila

Ko'p o'zgaruvchili funksiya.

1-ta'rif. R^2 fazoda biror D tuplamning bir-biriga bog'liq bo'lmagan x va y o'zgaruvchilari har bir (x, y) haqiqiy sonlari juftligiga biror qoidaga ko'ra E to'plamdagi bitta Z haqiqiy son mos quyilgan bo'lsa, to'plamda ***ikki o'zgaruvchiling funksiyasi aniqlangan*** deyiladi.

Aniqlanish sohasi.

D to'plamga _funksiyaning aniqlanish_ sohasi, E to'plamga o'zgarish yoki qiymatlar sohasi deyiladi. Har bir juft haqiqiy songa biror tayin koordinat sistemasida bitta M nuqta va bitta nuqtaga bir juft haqiqiy son mos kelganligi uchun ikki argumentli funksiyani M nuqtaning funksiyasi ham deb qaraladi, hamda $y = f(x_1, x_2)$ o'rniga $y = f(M)$ ham deb yozish mumkin.

Misol: $z = \sqrt{r^2 - x^2 - y^2}$ funksiyaning aniqlanish sohasi topilsin

Yechish: bu funksiya Oxy tekisligida radiusi r ga teng bo`lgan $x^2 + y^2 \leq r^2$ shartni qanotlantiruvchi markazi koordinatalar boshida bo`lgan aylanadan iborat.

Ikki o’zgaruvchining funksiyasi simvolik tarzda quyidagicha belgilanadi: $z = f(x, y),\ z = F(x, y)$ funksiya $U \ \ yoki \ \ y$ bilan o’zgaruvchilar mos ravishda $x, t \ \ yoki \ \ x_1, x_2$ lar bilan belgilangan bo’lsa $U = f(x,t) \ \ yoki \ \ y = f(x_1, x_2)$ tarzda ifodalanishi ham mumkin . Bunda $x, \ y$ o’zgaruvchilarga erkli o’zgaruvchilar yoki argumentlar, z ga erksiz o’zgaruvchi yoki funksiya deb ataladi.

Uch o’zgaruvchili funksiya aniqlanish sohasi R^3 fazoning biror nuqtalar to’plami yoki butun fazo bo’lishi mumkin.

To’rt o’zgaruvchili va n umuman o’zgaruvchili funksiyaga xam yuqoridagidek ta’rif berish mumkin. Bunday funksiyalar mos ravishda

$$y = f(x_1, x_2, x_3, x_4) \quad yoki \quad u = f(x, y, z, t), \quad y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

bilan belgilanadi.

Ikki o'zgaruvchili funksiya geometrik ma'nosi.

To'g'ri burchakli koordinatlar sistemasida haqiqiy sonlarning har bir (x, y, z) uchligiga fazoning yagona $P(x, y, z)$

nuqtasi mos keladi va aksincha. Shuning uchun uch o'zgaruvchining fuksiyasini $P(x, y, z)$ nuqtaning funksiyasi sifatida qarash mumkin. Shunday qilib, $u = f(P)$ o'rniga, $u = f(x, y, z)$ deb yozish ham mumkin.

Biror oraliqda olingan x va y o`zgaruvchilarning bir juft qiymatlariga $z$ o`zgaruvchilarning aniq bir qiymati mos keltirilgan bo`lsa, $z$ `zgaruvchiga x va y o`zgaruvchilarning *ikki argumentli funksiyasi* deyiladi va $z = (x, y)$deb yoziladi. $z = (x, y)$ da x va y lar *XOY* tekisligida qandaydir nuqtani aniqlaydi, va $z = (x, y)$ esa sirtdagi $M(x; y; z)$ nuqtaning applikatasini aniqlaydi.

$z = (x, y)$ funksiyaga aniq qiymat beradigan x va y larning qiymatlari to`plamiga uning aniqlanish (mavjudlik) sohasi deyiladi.

$z = (x, y)$ funksiyaning sath chizig`i deb *XOY tekisligida* $f(x, y) = c$ chizig`iga aytiladi. $u = f(x, y, z)$ funksiyaning sath sirti deb $f(x, y)$=c sirtga aytiladi.

Teorema: $z = (x, y)$ funksiyaning to`la diferensiali $x = x_0$ , $y = y_0$ da $z = (x, y)$ funksiyaga $M_0\ (x_0, y_0, z_0)$ nuqtada o`tkazilgan urinma tekisligini ifodalaydi.

Xususiy va to’la orttirma.

- **1**. 1-ta’rif. $z = f(x, y)$ funksiyada x o’zgaruvchiga biror Δx orttirma berib,

y ni o’zgarishsiz qoldirsak, funksiya $\Delta_x z$ orttirma olib, bu orttirmaga z funksiyaning *x* ***<u>o’zgaruvchi bo’yicha xususiy orttirmasi</u>*** deyiladi va quyidagicha yoziladi:

$$\Delta_x z = f(x + \Delta x, y) - f(x, y)$$

Xuddi shunday, **y** o’zgaruvchiga Δy orttirma berib x o’zgarishsiz qolsa, unga z funksiyaning **y** ***<u>o’zgaruvchi bo’yicha xususiy orttirmasi</u>*** deyiladi va quyidagicha yoziladi:

$$\Delta_y z = f(x, y + \Delta y) - f(x, y).$$

- 2-ta’rif. x va y o’zgaruvchilar mos ravishda $\Delta x \ va \ \Delta y$ orttirmalar olsa, $z = f(x, y)$ funksiya

$$\Delta z = f(x - \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y)$$

to’liq orttirma oladi.

Xususiy xosila

Ta'rif. $a)\ \lim \frac{\Delta_x z}{\Delta x}$ chekli limit mavjud bo'lsa, unga $z = f(x, y)$ funksiyaning ***<u>x o'zgaruvchi bo'yicha xususiy hosilasi</u>*** deyiladi $\frac{\partial z}{\partial y}$ va yoki $z'_x = f'_x(x, y)$ bilan belgilanadi.

$\lim\limits_{\Delta y \to 0} \frac{\Delta_y z}{\Delta y}$ chekli limit mavjud bo'lsa, unga $z = f(x, y)$ funksiyaning y o'zgaruvchi bo'yicha xususiy hosilasi deyiladi $\frac{\partial z}{\partial y}$ yoki $z'_y = f'_y(x, y)$ bilan belgilanadi.

Misol: $z = x^3 \sin y + y^4$ funksiyaning xususiy hosilasi topilsin.

Yechish: $\frac{\partial z}{\partial x}$=$3x^2$siny ;

$\frac{\partial z}{\partial y}$=$x^2$ cosy+ 4 y^3.

Mustaqil yechish uchun misollar :

Xususiy hosilalar topilsin

1. $z = 2^{xy}$+ sin $(2xy)$

2. $z = e^{xy}$+ ln (x+ln y)

3. $z = arctg\,\frac{x}{y}$

4. $z = x^{y}$+arctg$(x + y)$

5. $z = tg\,\frac{y}{x}$