Mavzu:Ketma Ketlik VA Uning Limiti

20-Mavzu

n O'lvhovli Nuqtalar Ketma-ketligi.Sonli Ketma-ketlik

Agar n o'lcho'vli haqiqiy fazoda har bir natural son k ga aniq bir n o'lchovli M_k nuqtani mos qo'yuvchi qonuniyat malum bo'lsa, R_n fazoda n o'lcho'vli nuqtalarning ketma-ketligi berilgan deyiladi va $\{M_k\}$ yoki $M_1, M_2, \ldots, M_k, \ldots$ ko'rinishida yoziladi.

Shu jumladan, bir o'lcho'vli nuqtalar ketma-ketligi sonli ketma-ketlik deyiladi. Bu holda R_1 fazoda (haqiqiy sonlar o'qida) $\{x_k\}$ yoki $x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots$ nuqtalar (sonlar) ketma-ketligi berilgan deyiladi.

Masalan, har bir natural son k ga $x_k = \dfrac{k}{2k+1}$ son mos qo'yilgan bolsa, $\dfrac{1}{3}, \dfrac{2}{5}, \dfrac{3}{7}, \ldots, \dfrac{k}{2k+1}$ sonli ketma-ketlik berilgan hisoblanadi.

R_n fazoda nuqtalar ketma-ketligining limiti

R_n fazoda $\{M_k\}$ nuqtalar ketma-ketligi berilgan bo'lsin. Agar n o'lchovli M_o nuqtaning har qanday kichik ε atrofida berilgan $\{M_k\}$ nuqtalar ketma-ketligining biror hadidan boshlab barcha keyingi hadlari $S_\varepsilon(M_o)$ atrofda yotsa M_o nuqta $\{M_k\}$ ketma-ketligning $n \to \infty$ dagi limiti deyiladi va $\lim\limits_{n\to\infty} M_k = M_o$ yoki $M_k \longrightarrow M_o$ ekanligini ko'ramiz.

Sonli ketma-ketlikning limiti ham shunga o'xshash tariflanadi.

Sonli ketma-ketlikning limiti

Misol: $\lim\limits_{k\to\infty}\frac{k}{2k+1} = {}^1/_2$ ekanligini ko'ramiz.

Buning uchun k ning qanday qiymatlaridan boshlab $\left|\frac{k}{2k+1}-\frac{1}{2}\right|<\varepsilon$ ($\boldsymbol{\varepsilon}$ yetarli darajada kichik bo'lganda) tengsizlik bajarilishini ko'rsatish kifoya. haqiqatdan:

$$\left|\frac{-1}{2k+1}\right| < 2 \Rightarrow \frac{1}{\varepsilon} < 2(2k+1) \Rightarrow 4k > \frac{1}{\varepsilon} - 2. \Rightarrow k > \frac{1-2\varepsilon}{4\varepsilon}$$

Bu esa k ning $\frac{1-2\varepsilon}{4\varepsilon}$ dan katta bo'lganda barcha qiymatlar uchun $\frac{k}{2k+1}$ ning qiymati $\frac{1}{2}$ dan $\boldsymbol{\varepsilon}$ dan kichik songa farq qilishini bildiradi.

Tarif. Agar sonli ketma-ketlikn chekli limitga ega bo;lsa, u yaqinlashuvchi sonli ketma-ketlik deyiladi.

Yaqinlashuvchi ketma-ketlikning ba'zi xossalari.

1. *Yaqinlashuvchi ketma-ketlik yagona limitga ega bo'ladi.*
2. *Yaqinlashuvchi ketma-ketlik chegaralangandir. Aksincha, har bir chegaralangan ketma-ketlikdan yaqinlashuvchi qism ketma-ketlik ajratish mumkin.*
3. *Agar nuqtalar krtma-ketligi M_o nuqtaga yaqinlashuvchi bo'lsa. Uning har bir qism kettma ketligi ham shu M_o nuqtaga yaqinlashadi.*
4. *Agar M_0 nuqta biror v nuqtalar to'plamining quyuqlanish nuqtasi bo'lsa, bu to'plam nuqtalaridan M_0 nuqtaga yaqinlashuvchi nuqtalar ketma-ketligini ajratish mumkin.*
5. *Agar yopiq v to'plamga tegishli nuqtalar ketma-ketligi M_0 nuqtaga yaqinlashsa , u holda $M_0 \in v$*

Yaqinlashuvchi ketma-ketliklar limitining xossalari

Yaqinlashuvchi sonli ketma-ketlikning limitining xossalarini keltiramiz. ($n \to \infty$ *ligini tasavur qilib yozmaymiz.*

$\{x_n\}$, $\{y_n\}$ *ketma-ketliklar , A va k sonlar bo'lsin.*

1. $\lim\{x_n \pm y_n\} = \lim\{x_n\} \pm \{y_n\};$
2. $\lim\{x_n \cdot y_n\} = \lim\{x_n\} \cdot \{y_n\} \quad ;$
3. $\lim\left\{\frac{x_n}{y_n}\right\} = \frac{lim\{x_n\}}{lim\{y_n\}}, agar \lim\{y_n\} \neq 0\ bo'lsa \quad ;$
4. $\lim\{Ax_n\} = A\lim\{x_n\} \quad ;$
5. $\lim\{x_n^k\} = (\lim\{x_n\})^k\ ;$