# 23-MAVZU

## FUNKSIYANING HOSILASI

# Funksiya hosilasi tushunchasi.

Ta'rif:

Agar $$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0+\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x}$$

Limit mavjud bulsa bu limit $y=f(x)$ funksiyaning $x_0$ nuqtadagi hosilasi deyiladi.

Agar limit chekli bulsa hosila chekli deyiladi. Limit cheksiz bulsa hosila cheksiz deyiladi.

Eslatma:

Funksiyaning tayin nuqtadagi chekli hosilasi sonni ifodalaydi. Agar (a:b) oraliqning har bir x nuqtasida funksiyaning chekli hosilasi mavjud bulsa hosila x ning funksiyasiga aylanadi.

Misollar:

$$f(x)=x^2$$

*функциянинг* $x_0=2$ *нуқтадаги ҳосиласи топилсин.*

◀Таърифдан фойдаланиб топамиз. Равшанки, берилган функциянинг $x_0=2$ нуктадаги орттирмаси

$$\Delta f(2)=f(2+\Delta x)-f(2)=(2+\Delta x)^2-2^2=4+4\Delta x+\Delta x^2-4=4\Delta x+\Delta x^2$$

бўлади. Унда

$$\frac{\Delta f(2)}{\Delta x}=\frac{4\Delta x+\Delta x^2}{\Delta x}=4+\Delta x$$

бўлиб,

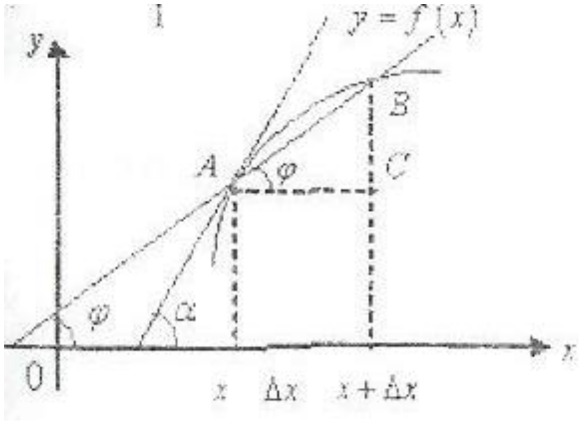
$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta f(2)}{\Delta x}=\lim_{\Delta x\to 0}(4+\Delta x)=4$$

бўлади. Демак,

$$f'(2)=4$$ ▶

# Hosilaning geometrik manosi.

$Y=f(x)$ funksiya grafigining absissasi $x_0$ bulgan nuqtasi orqali funksiya grafigiga urinma qilib $y=kx+b$ tug'ri chiziq o'tkazilgan bulsin




Ushbu tasdiq hosilaning geometrik manosini ifodalaydi.

$F(x)$ funksiya hosilasining $x_0$ nuqtadagi qiymati $f(x)$ funksiya grafigiga $x_0$ nuqtada o'tkazilgan urinmaning burchak koefsentiga teng buladi.

Yani $f'(x)=k$ tenglik o'rinli buladi.

# Hosilaning fizik manosi.

Moddiy nuqta $s=s(t)$ qonuniyat bilan harakatlanayotgan bulsin. Unda $t_1$ vaqtgacha $s(t_1)$; $t_2$ vaqtgacha $s_1(t_2)$ yo'l bosiladi.

$$S= \lim_{t_2 \to t_1} \frac{S(t_2)-S(t_1)}{t_2-t_1} =v(t_1) \qquad v(t_1)= \lim_{t_2 \to t_1} \frac{v(t_2)-v(t_1)}{t_2-t_1} =a(t_1)$$

munosabatlar bosib o'tilgan yo'l hosilasi tezlik. Tezlik hosilasi esa tezlanish ekanini bildiradi.

# Hosila hisoblash qoidalari.

Aytaylik f(x) va g(x) funksiyalar (a:b) da berilgan bulib x€(a:b) nuqtada f’(x) va g’(x) hosilalarga ega bulsin

Unda quyidagilar o’rinli buladi.

1. Ixtiyoriy o’zgarmas c dan y=c×f(x) funksiya hosilasiga ega bo’ladi. $y' = \left(c \cdot f(x)\right)' = c \cdot f'(x)$

2. Funksiyalar yig’indisi Y=f(x)+g(x) funksiya hosilasi quyidagicha

$$y' = \left(f(x) + g(x)\right)' = f'(x) + g'(x).$$

3. funksiyalar ko’paytmasi y=f(x)×g(x) funksiya hosilasi quyidagicha

$$y' = \left(f(x) \cdot g(x)\right)' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

4. Funksiyaning nisbati $y=\frac{f(x)}{g(x)}$ funksiya g(x)≠0 da

$$y'=\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

hosilaga ega buladi.

Misollar:

1. $y=\frac{3}{2}x$ бўлса, $y'=\left(\frac{3}{2}x\right)'=\frac{3}{2}(x)'=\frac{3}{2}\cdot 1=\frac{3}{2}$

2. $y=x+\frac{1}{x}$ бўлса, $y'=\left(x+\frac{1}{x}\right)'=(x)'+\left(\frac{1}{x}\right)'=1-\frac{1}{x^2}$

3. $y=\frac{2x+1}{3x+1}$ бўлса,

$$y'=\left(\frac{2x+1}{3x+1}\right)'=\frac{(2x+1)'\cdot(3x+1)-(2x+1)\cdot(3x+1)'}{(3x+1)^2}=$$

$$=\frac{2\cdot(3x+1)-3(2x+1)}{(3x+1)^2}=-\frac{1}{(3x+1)^2}$$

# Teskari funksiya hosilasi.

Aytaylik $f(x)$ funksiyada $(a:b)$ da berilgan bulib u teskari $x=\mu(y)$ funksiyaga ega bulsin. Agar $Y=f(x)$ funksiya $x€(a:b)$ nuqtada $f'(x)$ hosilaga ega bulib $f'(x)\neq 0$ bulsa teskari funksiya $\mu(y)$ ham $y$ nuqtada $y=f(x)$ hosilaga ega buladi.

Yani quyidagi tenglik o'rinli. $\mu(y)=1\div f'(x)$

# Murakkab funksiyaning hosilasi.

Umuman olganda $f(x)$ va $g(x)$ funksiyalar berilgan bulsa $F(x)$ funksiya formulasidagi x ning o'rniga $g(x)$ ni qo'ysak $f(g(x))$ murakkab funksiya hosil buladi.

Bunda $f(x)$ funksiya tashqi funksiya $g(x)$ funksiya esa ichki funksiya deb yuritiladi.

Masalan $y=\cos^3(2x-1)$; $y=\log_4(\sin x)$; $Y=\ln^5(6x+9)$; $y=x^x$ kabi ko'rinishdagi funksiyalar murakkab funksiyalarga misol bo'la oladi.

# Elementar funksiya hosilalari uchun topilgan hosilalar jadvali.

1. $(c)'=0$
2. $(kx+b)'=k$
3. $(x^p)'=p\times x^{p-1}$
4. $(\sin x)'=\cos x$
5. $(\cos x)'=-\sin x$
6. $(tgx)'=\frac{1}{\cos^2 x}$
7. $(ctgx)'=-\frac{1}{\sin^2 x}$
8. $(a^x)'=a^x \ln a$
9. $(e^x)'=e^x$
10. $(\ln x)'=\frac{1}{x}$
11. $(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln a}$