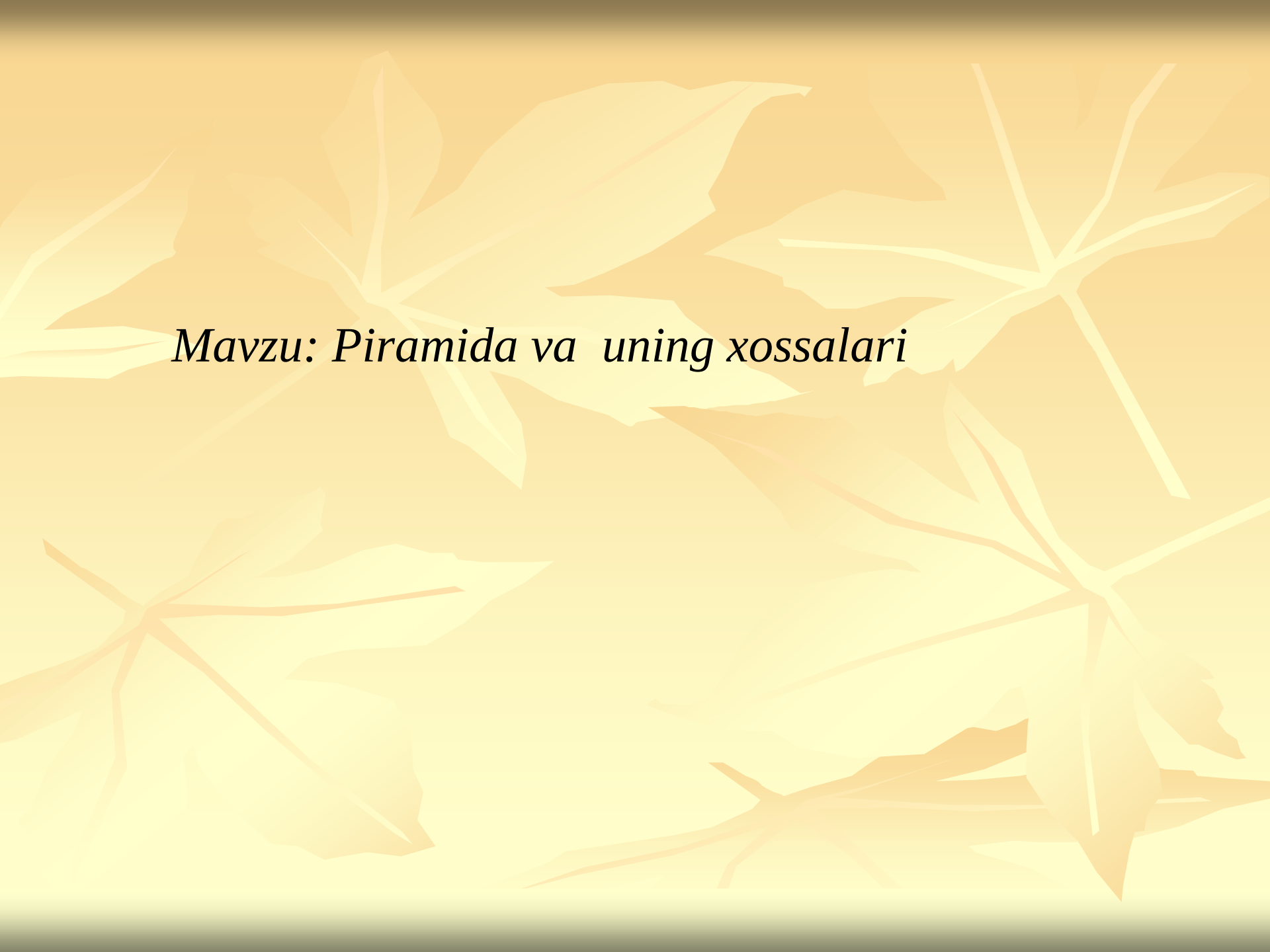




Mavzu: Piramida va uning xossalari

Reja:

- 1. Piramida**
- 2. Kesik piramida**
- 3. Muntazam piramida**

PIRAMIDA

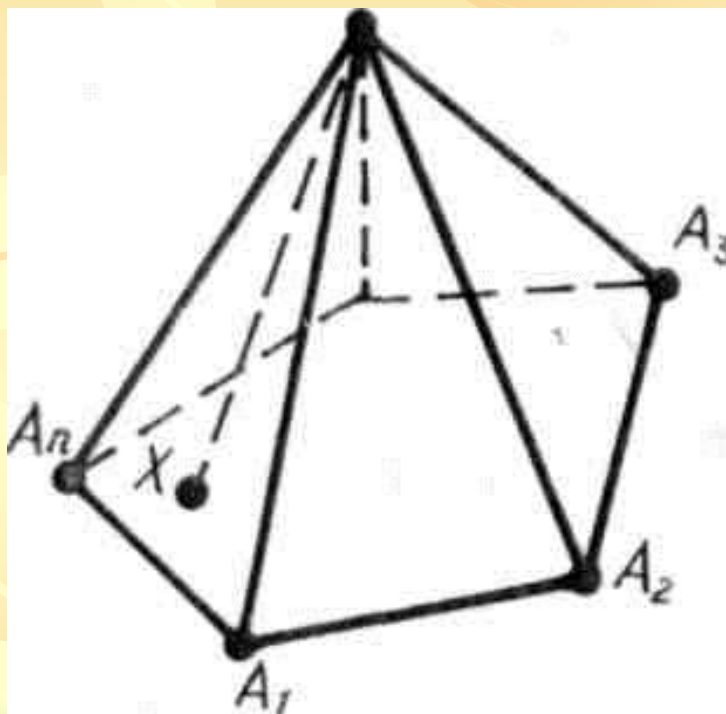
Piramida deb shunday ko'pyoqqa aytiladiki, u yassi ko'pburchak-piramida asosidan, asos tekisligida yotmagan nuqta-piramida uchidan va uni asosining nuqtalari bilan tutashtiruvchi hamma kesmalardan iborat(1-rasm).

Piramidaning uchini asosining uchlari bilan tutashtiruvchi kesmalar piramidaning *yon qirralari* deyiladi.

Piramidaning sirti asosidan va yon qirralaridan iborat. Har bir yon yoq uchburchak. Uning uchlaridan biri piramidaning uchi bo'ladi, qarshisidagi tomoni esa piramida asosining tomoni bo'ladi. Piramida uchidan asos tekisligiga tushirilgan perpendikulyar *piramidaning balandligi* deyiladi.

Piramidaning asosi n burchakdan iborat bo'lsa, u n burchakli piramida deyiladi. Uchburchkli piramida tetraedr deb ham ataladi.

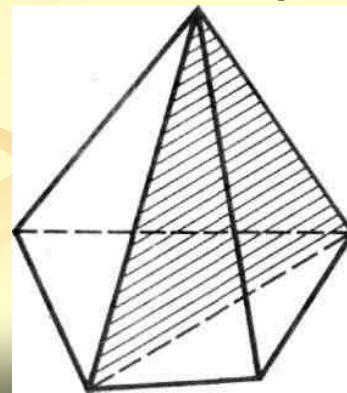
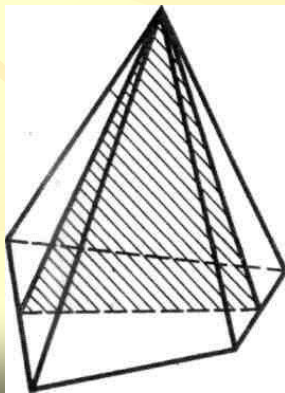
1-rasmda tasvirlangan piramidaning asosi $A_1A_2\dots A_n$ ko'pburchak, piramidaning uchi S , yon qirralari $SA_1, SA_2, \dots, SA_n$, yon yoqlari $\triangle SA_1A_2, \triangle SA_2A_3, \dots$.



Piramidani va uning yassi kesimlarini yasash.

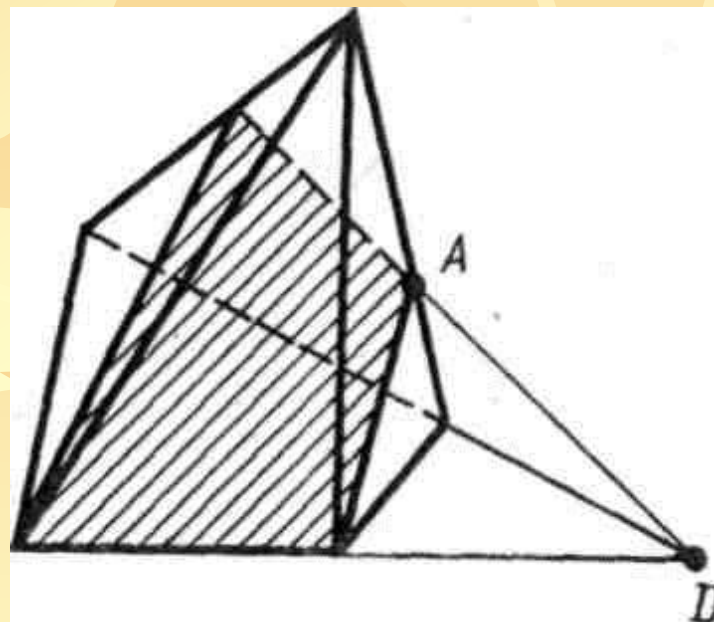
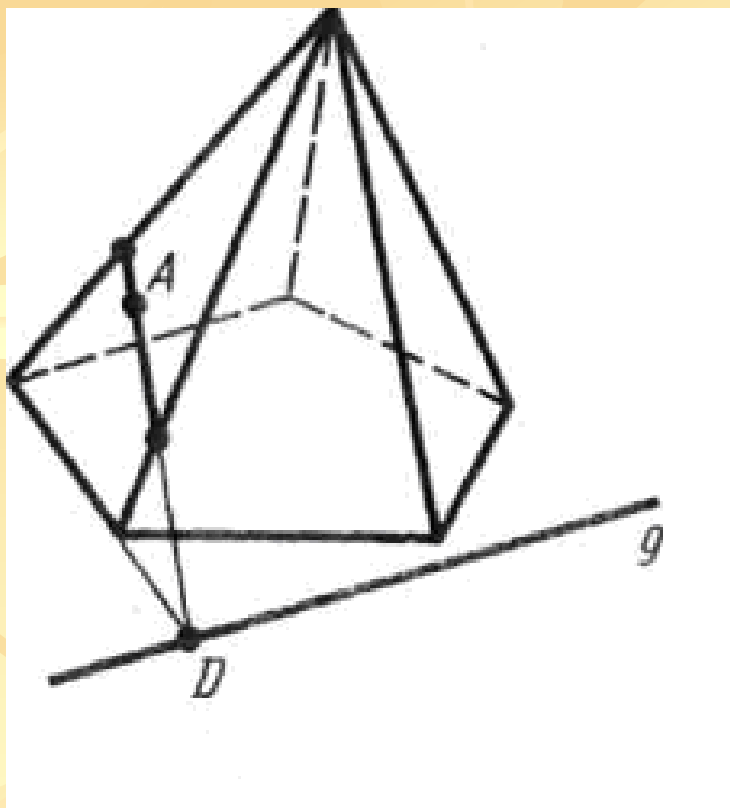
Parallel proeksiyalash qoidalariga muvofiq piramidaning tasviri quyidagi tarzda yasaladi. Avval asosi yasaladi. Bu biror yassi ko'pbur-chak bo'ladi. Keyin piramidaning uchi belgilanadi, u yon qirralar yor-damida asos uchlari bilan birlashtiriladi. 1-rasmda besh burchakli piramidaning tasviri ko'rsatilgan.

Piramidaning uchi orqali o'tuvchi tekisliklar bilan kesimlari uchbur-chaklardan iborat (2-rasm). Xususan, diogonal kesimlar uchburchaklar bo'ladi. Bunday kesimlar piramidaning ikkita qo'shni bo'lmagan yon qirralari orqali o'tuvchi tekisliklar bilan xosil qilinadi



Piramidaning asos tekisligidagi berilgan g izli tekislik bilan kesimi ham xuddi prizmaning kesimi kabi yasaladi. Piramidaning tekislik bilan kesimini yasash uchun uning yon yoqlarini kesuvchi tekislik bilan kesishmasini yasash yetarli.

Agar g izga paralel bo'lmagan yoqda kesimga tegishli bo'lgan biror A nuqta ma'lum bo'lsa, u holda avval kesuvchi tekislikdagi g izning shu yoqning tekisligi bilan kesishmasi 3-rasmdagi D nuqta yasaladi. D nuqta to'g'ri chiziqdagi A nuqta bilan tutashtiriladi. U holda bu to'g'ri chiziqning yoqqa tegishli bo'lgan kesmasi bu yoqning kesuvchi tekislik bilan kesishmasidan iborat bo'ladi. Agar A nuqta g izga paralel yoqda yotsa, u holda kesuvchi tekislik bu yoqni g to'g'ri chiziqqa paralel kesma bo'yicha kesib o'tadi. Qo'shni yon yoqqa o'tib, uning kesuvchi tekislik bilan kesishmasi yasaladi va hokazo. Natijada piramidaning talab etilayotgan kesimi hosil bo'ladi.

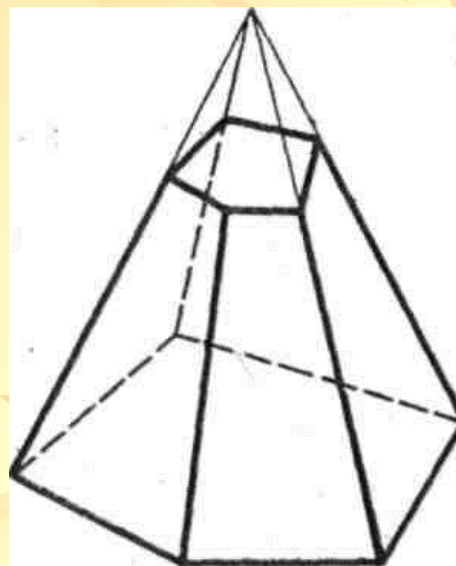
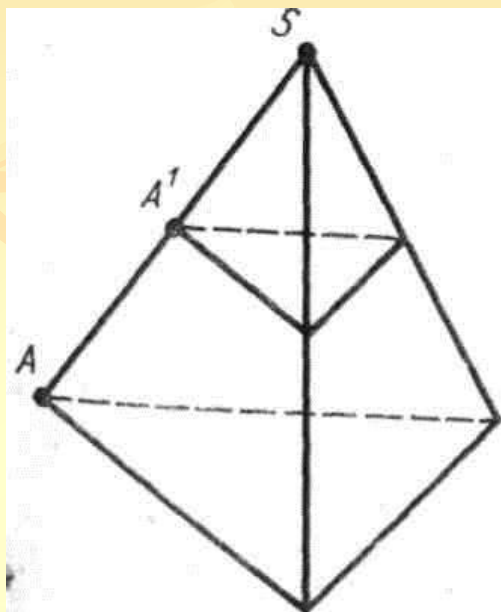


4-rasmda to'rtburchakli piramidaning asos tamonidan va uning yon qirralaridan birida yotgan A nuqtadan O'quvchi tekslik bilan kesimi yasalgan.

Kesik piramida

1-teorema. Piramidaning asosiga parallel va uni kesib o'tadigan tekislik shu piramidaga o'xshash piramida ajratadi.

Isboti. Faraz qilaylik, S - piramidaning uchi, A - asosining uchi, A' -kesuvchi tekislikning SA yon qirra bilan kesishish nuqtasi (5-rasm).



Muntazam piramida

Piramidaning asosi muntazam ko'pburchak va balandligining asosi ko'pburchakning markazi bilan ustma-ust tushsa, bunday piramida *muntazam piramida* deyiladi. Muntazam piramidaning balandligi yotgan to'g'ri chiziq uning o'qi deyiladi. Ravshanki, muntazam piramidaning yon qirralari teng, demak uning yon yoqlari teng yonli uchburchak ekan.

Muntazam piramida yon yoqining uchida o'tkazilgan balandligi *apofima* deyiladi. Piramida yon yoqlari yuzlarining yig'ndisi uning yon sirti deyiladi.

2-teorema. *Muntazam piramidaning yon sirti asosi perimetrning yarmi bilan apofimasining ko'paytmasiga teng.*

Isboti. Agar piramida asosining tamoni a , tomonlar soni esa n ta bo'lsa, piramidaning yon sirti bo'ladi, bunda h - apofima, P esa piramida asosining perimetri. Teorema isbotlandi.

Tengdosh jismlar.

Ikki jismning hajmlari teng bo'lsa, bunday jismlar *tengdosh* deyiladi. ***Asoslarining yuzlari teng va balandliklari teng ikkita uchburchakli piramida tengdoshdir.***

Haqiqatdan ham, uchburchakli piramidalarning asoslari yuzlari teng va balandliklari ham teng bo'lsin. Ular tengdosh ekanini, ya'ni ularning hajmlari teng ekanini isbotlaymiz.

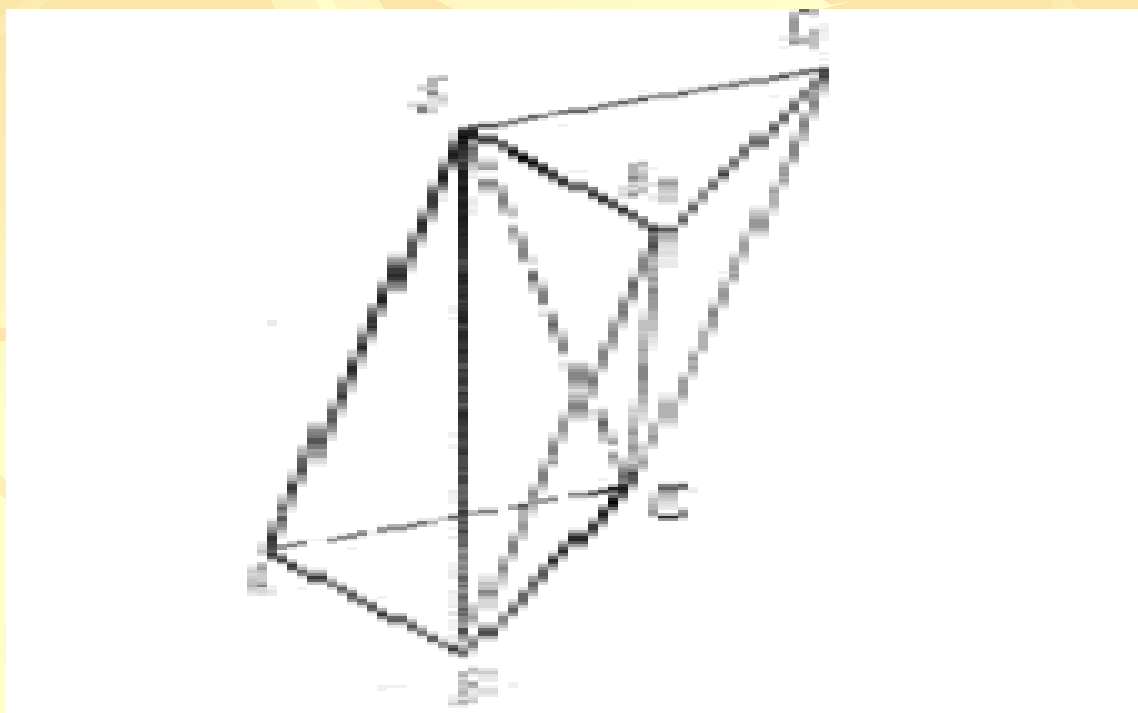
Har bir piramidaning balandligini n ta teng qismga bo'lamiz va bo'linish nuqtalaridan asoslariga parallel tekisliklar o'tkazamiz. Bu tekisliklar piramidani n ta qatlarga ajratadi. Birinchi piramidaning har bir qatlami uchun 6-a rasmda ko'rsatilgandek, unda joylashgan prizmani yasaymiz. Ikkinchi piramidaning har bir qatlami uchun qatlamni o'z ichiga olgan prizmani yasaymiz.

Birinchi piramidaning k -qatlamidagi (uchidan boshlab hisoblanganda) prizma va ikkinchi piramidaning $(k-1)$ qatlamdagi prizma asoslarining yuzlari teng, chunki bu asoslar piramidalarning asoslariga o'xshash va o'xshashlik koeffisienti bir xil. Bu prizmalarning balandliklari ham teng bo'lgani uchun, ularning hajmlari ham tengdir.

V_1 va V_2 – piramidalarning hajmlari, V'_1 va V'_2 esa ular uchun yasalgan prizlar hajmlarning yig'indisi bo'lsin. Birinchi piramidaning k -qatlamidagi prizmaning hajmi ikkinchi piramidaning $(k-1)$ qatlamidagi prizmaning hajmiga teng bo'lgani uchun birinchi piramidadagi hamma prizmalar hajmlarining ega.

Bu hajmlarning yig'ndisi prizmaning hajmiga teng bo'lgani uchun piramidaning hajmiga teng. Shunday qilib, istalgan uchburchakli piramidaning hajmi asosining yuzi bilan balandligi kopaytmasining uchdan biriga teng:

$$V = \frac{1}{3}SH$$



Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Akademik litsey va Kasb-hunar kollejlari uchun.

Geometriya I

A. Meliqulov. P.Qurbonov.

Toshkent - 2003