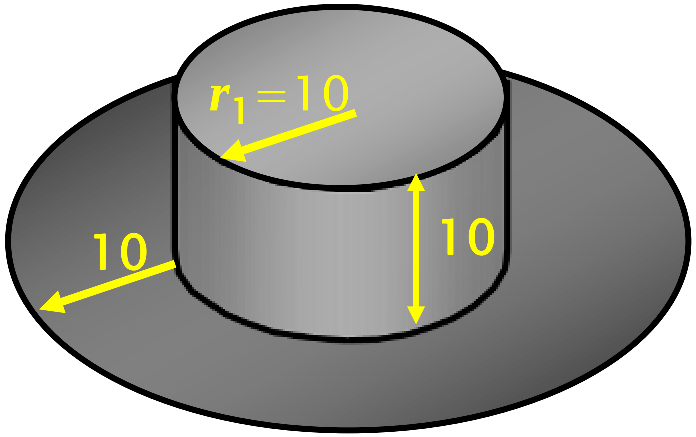
Решение задач
«Магия тел вращения»

Найдите площадь поверхности (внешней и внутренней) шляпы, размеры которой (в см) указаны на рисунке.

Решение.



1) Если дно шляпы опустить на плоскость её полей, то получим круг радиуса $R = r_1 + 10 = 20$ см.

2) Площадь этого круга

$$S_o = \pi \cdot R^2 = 400\pi (см^2).$$

3) Найдем площадь боковой поверхности цилиндрической части $S_б = C_{окр} \cdot h = 2\pi r_1 \cdot h = 2\pi \cdot 10 \cdot 10 = 200\pi (см^2).$

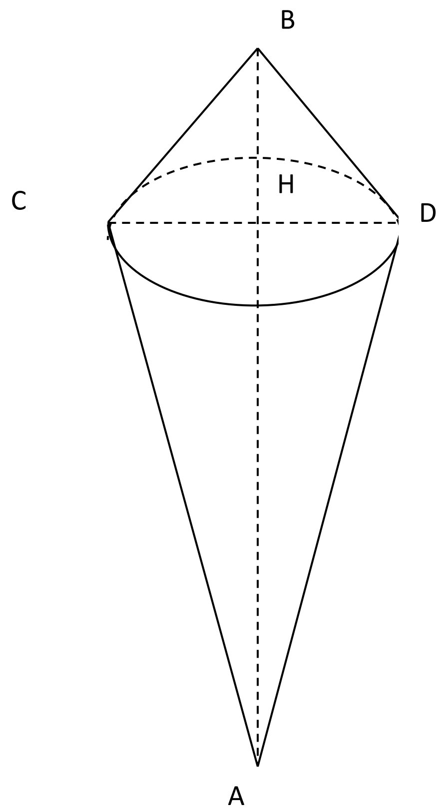
4) Найдем площадь шляпы

$$S_{шляпы} = 2 \cdot (S_{круга} + S_б) = 2 \cdot (400\pi + 200\pi) = 1600\pi (см^2).$$

Ответ: 1600π ($см^2$).

Задача 1.

Прямоугольный треугольник с гипотенузой 25 см и проведенной к ней высотой равной 12 см вращается вокруг гипотенузы. Найдите площадь поверхности тела, полученного при вращении.



Решение:

AB=25 см, CH=12 см

$S_{тела}=S_{бок.кон(1)}+S_{бок.кон(2)}$

$h^2=a_c*b_c$ (высота в прямоугольном треугольнике)

$CH^2=AH*HB$. Пусть AH=x, тогда HB=25-x.

$x(25-x)=12^2$;

$x^2-25x+144=0$;

AH=16 см, HB=9 см

Из ΔAHC по теореме Пифагора $AC^2=AH^2+CH^2$;

AC=20см-(образующая 1)

$S_{бок.кон(1)}=\pi rl=\pi*12*20=240\pi$ (см²);

Из ΔBHC $CB^2=CH^2+HB^2$

CB=15 (см).- *(образующая 2).*

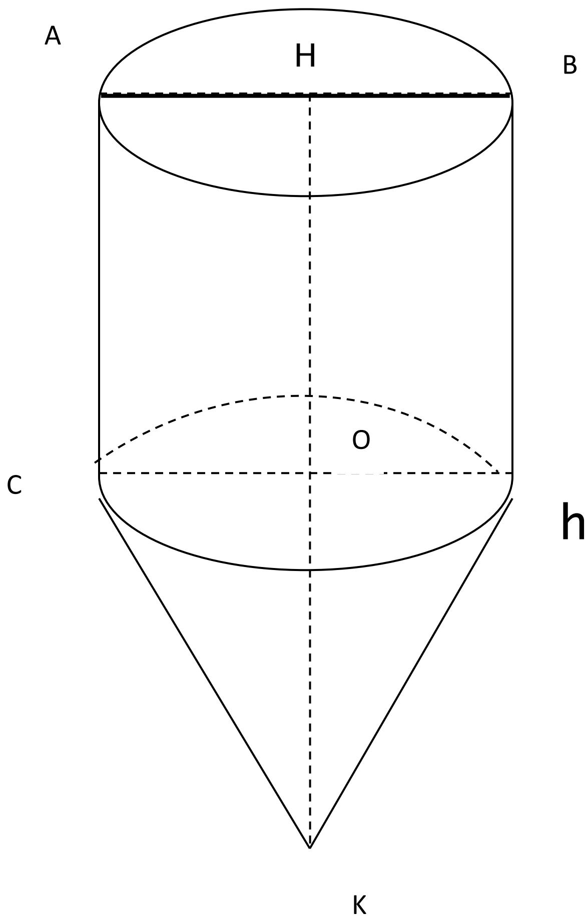
$S_{бок.кон(2)}=\pi*12*15=180\pi$ (см²).

$S_{тела}=240\pi+180\pi=420\pi$ (см²)

***Ответ:* 420π см²**

Задача 2.

Прямоугольная трапеция с основаниями 5 см и 10 см и большей боковой стороной равной 13 см вращается вокруг большего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.



Решение:

АС=5 см, НК=10см, СК=13 см.

ОК=НК-АС=5 см;

l=13 см

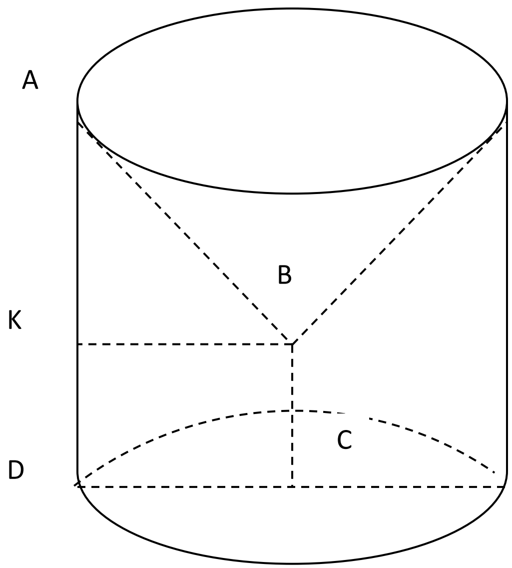
Из ΔСОК по теореме Пифагора $CO^2=CK^2-OK^2$; CO=r =12 см;

$S_{бок.кон}=\pi rl=\pi \cdot 12 \cdot 13=156\pi$ (см^2);

$S_{цил.}=2\pi rh+\pi r^2=2\pi \cdot 12 \cdot 5+144\pi=264\pi$ (см^2);

$S_{тела}= S_{бок.кон.}+S_{цил.}= 156\pi +264\pi=$
$=420\pi$ (см^2);

Ответ: **420π см^2**



Задача 3.

Прямоугольная трапеция с основаниями 5 см и 10 см и большей боковой стороной равной 13 см вращается вокруг меньшего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.

Решение:

BC=5 см, AD=10 см,AB=13 см

$S_{тела}= S_{бок.кон.}+S_{цил(1основание)}$

$S_{тела}= \pi rl+2\pi rh+\pi r^2$; AK=AD-BC=5 (см);

Из ΔАКВ - прямоугольного по теореме Пифагора $KB^2=AB^2-AK^2$;

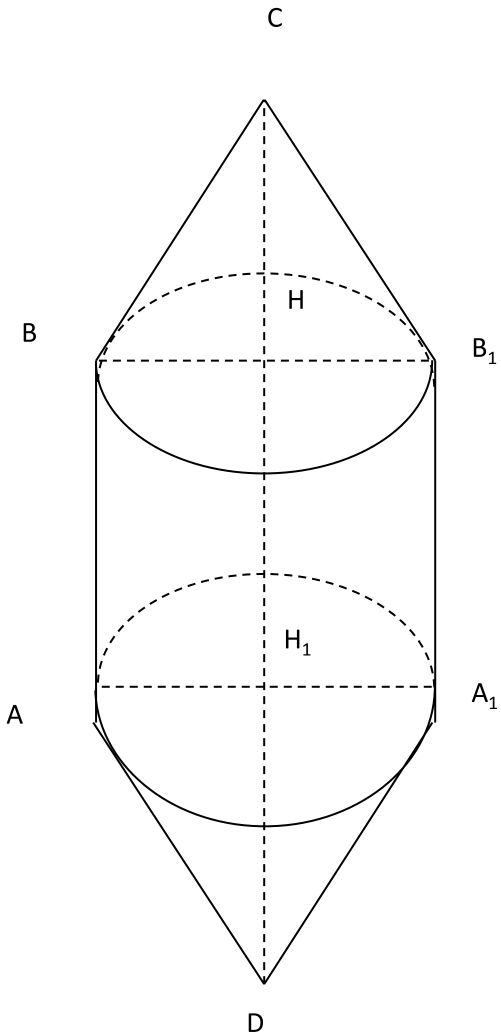
КВ=12см – r

АВ=l – образующая

h=AD=10 см

$S_{тела}=\pi \cdot 12 \cdot 13 + 2\pi \cdot 12 \cdot 10+144\pi=540\pi$ (см²).

***Ответ:* 540π см²**



Задача 4.

Равнобокая трапеция с основаниями 4 см и 10 см и высотой 4 см вращали вокруг большего основания. Найдите площадь поверхности тела вращения.

Решение:

AB=4см, DC=10 см, BH=4 см

$S_{тела}=2\,S_{бок.кон.}+S_{бок.цил.}$

$S_{бок.кон}=\pi rl$

HC=10-2/2=3.

Из ΔBHC по теореме Пифагора

$CB^2=CH^2+HB^2;$

CB=5 см.-*l (образующая)*.

BH=r=4 см;

$S_{бок.кон}=\pi \cdot 4 \cdot 5=20\pi$ (см^2)

$h=HH_1=10-(3+3)=4$ см.

$S_{бок.цил.}=2\pi rh=2\cdot 4\cdot 4\cdot\pi=32\pi$ (см^2)

$S_{тела}=40\pi+32\pi=72\pi$ (см^2).

Ответ: **72π см².**

Задача 5 Образующая и радиус основания цилиндра равны 1. Найдите длину кратчайшего пути по боковой поверхности этого цилиндра, соединяющего центрально-симметричные точки A и B (рис. 29).

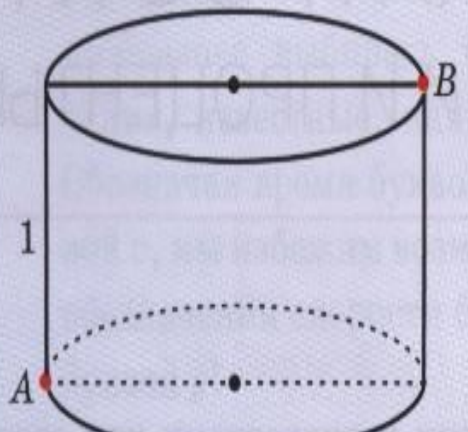


Рис. 29

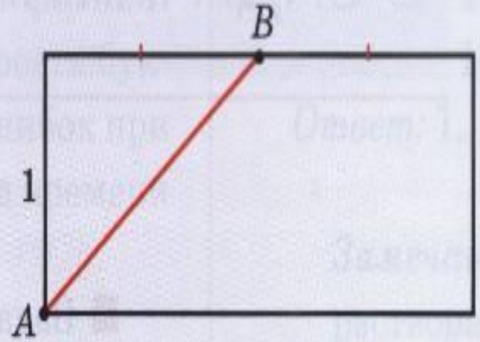


Рис. 30

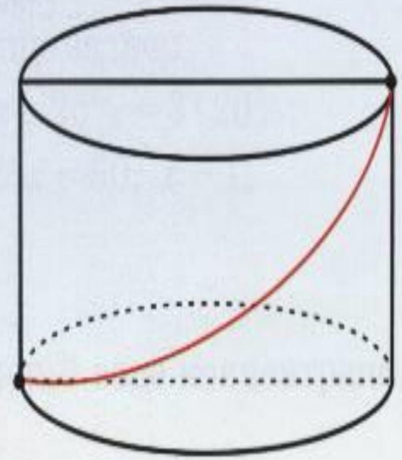


Рис. 31

Решение. Разверткой боковой поверхности цилиндра является прямоугольник со сторонами 2π и 1. Кратчайшим путем из точки A в точку B является отрезок AB, длина которого равна $\sqrt{1+\pi^2}$. Соответствующий путь на поверхности цилиндра изображен на рисунке 31.

Ответ: $\sqrt{1+\pi^2}$.

Задача 6 На внутренней стенке цилиндрической банки в трех сантиметрах от верхнего края висит капля меда, а на наружной стенке, в диаметрально противоположной точке сидит муха (рис. 32). Найдите кратчайший путь, по которому муха может доползти до меда. Радиус основания банки равен 10 см.

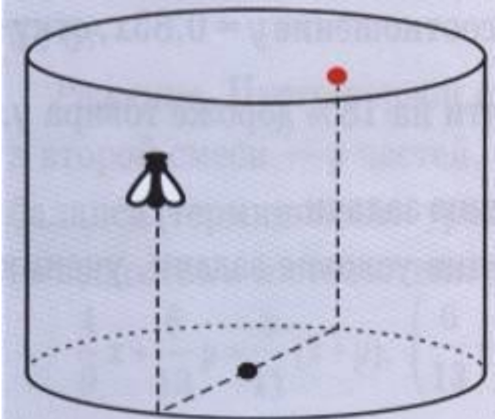


Рис. 32

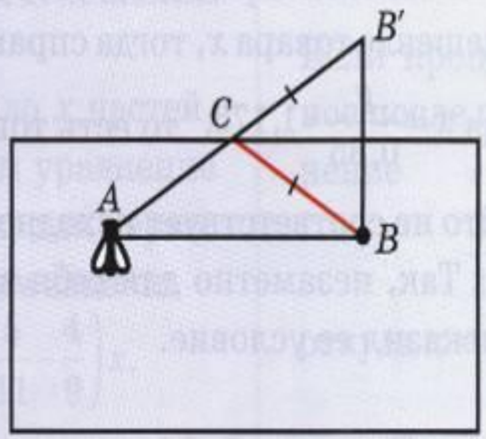


Рис. 33

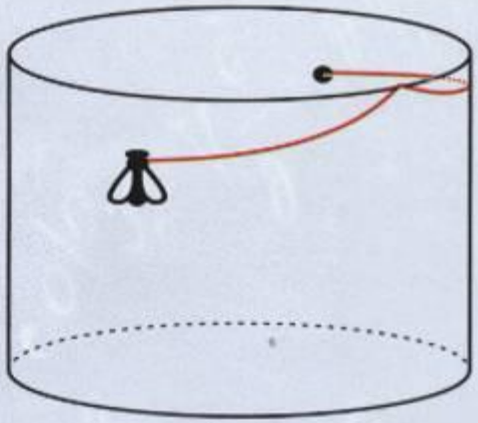


Рис. 34

Решение. Разверткой боковой поверхности цилиндра является прямоугольник (рис. 33). Конечно, кратчайшим путем между точками A и B является отрезок AB. Однако чтобы муха могла попасть на внутреннюю сторону банки, ей нужно переползти через край в некоторой точке C. Рассмотрим точку B', симметричную точке B относительно стороны прямоугольника. Тогда отрезки BC и $B'C$ равны, следовательно, длина кратчайшего пути равна длине отрезка AB'. Она равна $2\sqrt{25\pi^2+9}$. Соответствующий путь на поверхности банки изображен на рисунке 34.

Ответ: $2\sqrt{25\pi^2+9}$.

Задача 7 Осевое сечение конуса — правильный треугольник ABC со стороной 1. Найдите длину кратчайшего пути по поверхности этого конуса из точки A в точку D — середину стороны BC (рис. 35).

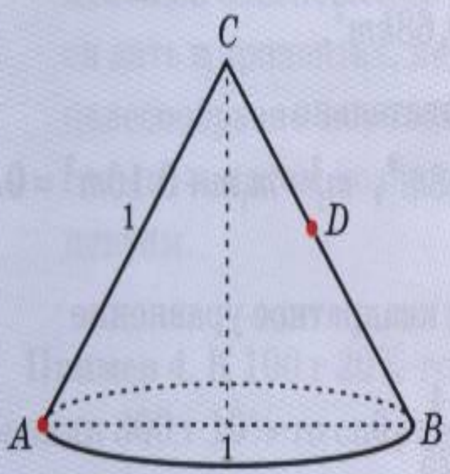


Рис. 35

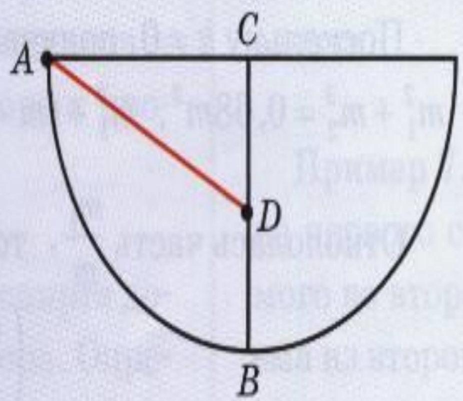


Рис. 36

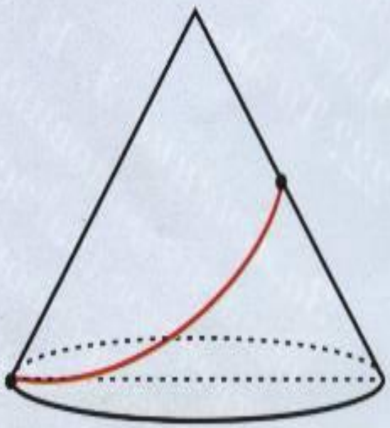


Рис. 37

Решение. Разверткой боковой поверхности этого конуса является полукруг радиуса 1 (рис. 36). Кратчайшим путем из точки A в точку D является отрезок AD, длина которого равна $\frac{\sqrt{5}}{2}$. Соответствующий путь на поверхности конуса изображен на рисунке 37.

Ответ: $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Задача B11

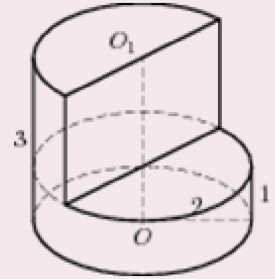
Дано два цилиндра. Объем первого равен 12 м3. Радиус основания второго в два раза меньше, чем первого, а высота в три раза больше. Требуется найти объем второго цилиндра.

Решение: Объем цилиндра вычисляется по формуле:$V=h\pi r^2$
Отметим радиус основания первого цилиндра r а высоту h.
Тогда радиус основания второго цилиндра равен r/2, а высота 3h. Подставим в указанную выше формулу и получим:$V_2=3h\pi(r/2)^2$
Упростим полученное выражение: $V_2=3h\pi(r/2)^2$
$=3/4h\pi r^2=3/4\cdot 12=9$
Таким образом, объем второго цилиндра равен 9 м^3.

Ответ: 9.

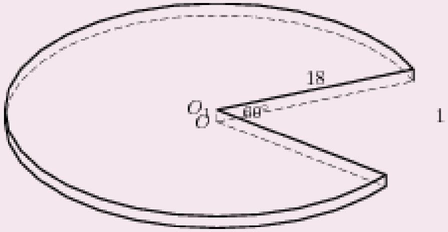
Решите самостоятельно следующие задачи:

№ 25777 Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите



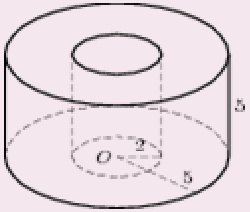
ответ: 8

№ 25769 Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π



ответ: 270

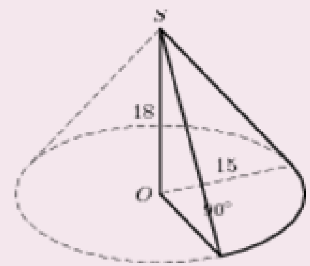
№ 25781 Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π



ответ: 105

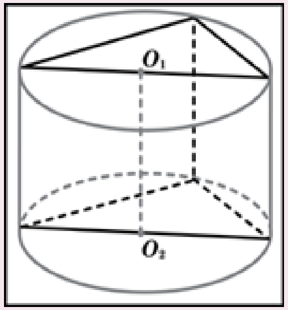
Решите самостоятельно следующие задачи:

№ 25795 Найдите объем V части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π



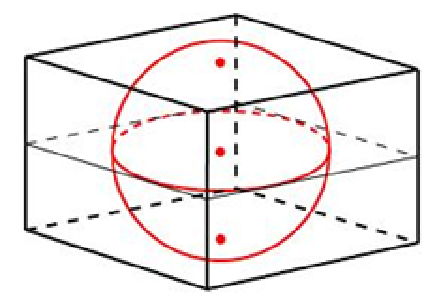
ответ: 337,5

№ 4969 В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами
3 и 3. Боковые ребра равны $\frac{5}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



ответ: 22,5

№ 27105 Объем прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равен 216. Найдите радиус сферы.



ответ: 3
