TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI

FAN: OLIY MATEMATIKA

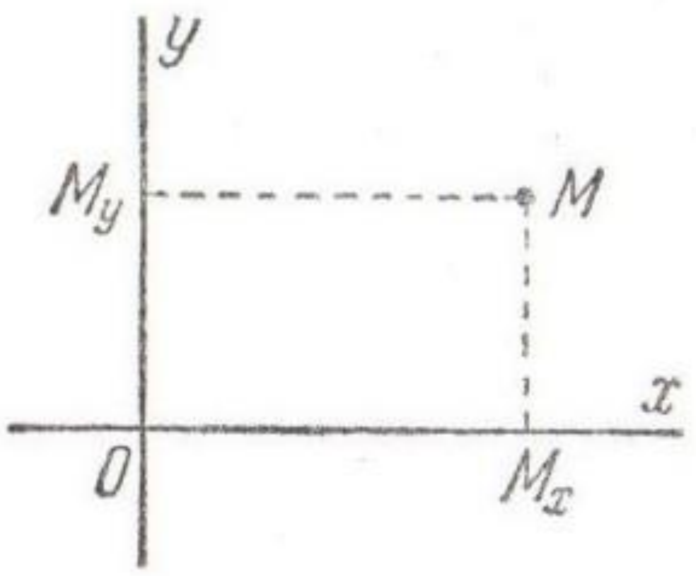
Mavzu: Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasi. Tekislikda ikki nuqta orasidagi masofa. Kesmani berilgan nisbatda bo‘lish. To‘g‘ri chiziqning tekislikdagi tenglamalari.

Reja:

1. Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasi.
2. Tekislikda ikki nuqta orasidagi masofa.
3. Kesma va uni berilgan nisbatda bo‘lish.
4. Uchburchak yuzini topish.
5. To‘g‘ri chiziq tenglamalari.

Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasi

Tekislikdagi M nuqtadan Ox va Oy o'qlarga perpendikulyar tushiramiz va ularning asoslarini mos ravishda M_x va M_y deb belgilaymiz (rasm 1).



Расм 1

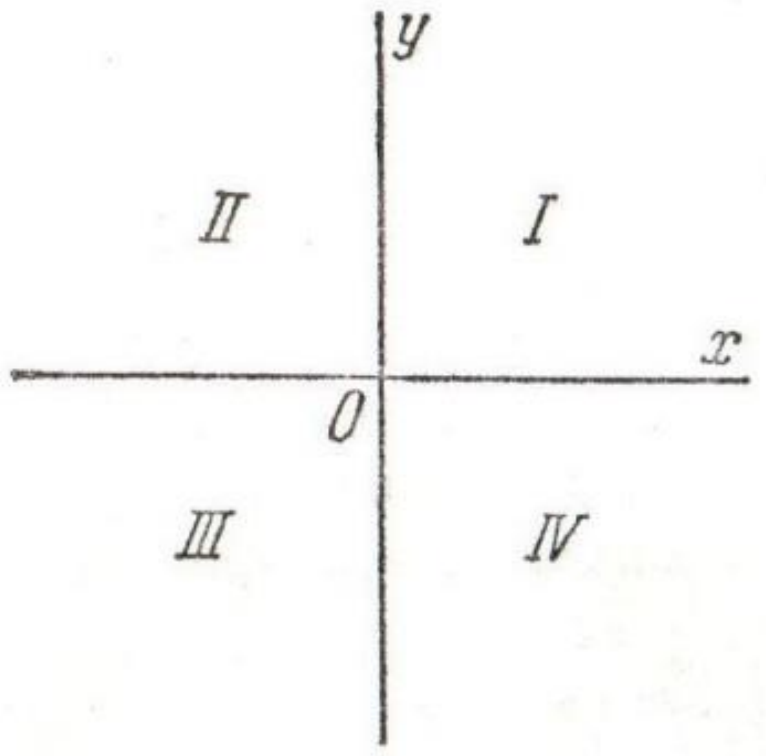
Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasi

Dekart koordinatalar sistemasida M nuqtaning *koordinatalari* deb

$$x = OM_x \quad \text{va} \quad y = OM_y$$

sonlarga aytiladi. Bu yerda OM_x va OM_y , $\overline{OM_x}$ va $\overline{OM_y}$ kesmalarning Ox va Oy o'qlardagi qiymatlari; x M nuqtaning 1-*koordinatasi* ёки *abssisasi* deb, y M nuqtaning 2-*koordinatasi* yoki *ordinatasi* deb ataladi. M nuqtaning *koordinatalari* $M(x, y)$ ko'rinishida ifodalanadi.

Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasi



Расм 2

Dekart koordinatalar sistemasi tushunchasi

Koordinata o’qlari birgalikda tekislikni to’rtta chorakka ajratadi (rasm 2). Ular koordinata choraklari deb ataladi va ma’lum tartibda nomerlanadi. Tekislikning $M(x, y)$ nuqtasi

- agar $x > 0$ va $y > 0$ bo’lsa , I chorakda yotadi,
- agar $x < 0$ va $y > 0$ bo’lsa , II chorakda yotadi,
- agar $x < 0$ va $y < 0$ bo’lsa , III chorakda yotadi,
- agar $x > 0$ va $y < 0$ bo’lsa , IV chorakda yotadi.

Tekislikda nuqta koordinatalari

Tekislikda Dekart koordinatalar sistemasida A va B nuqtalar byerilgan bo‘lib. Ularning koordinatalari mos ravishda (x_1, y_1), (x_2, y_2) bo‘lsin:

$$A=A(x_1, y_1), \quad B=B(x_2, y_2),$$

A va B nuqtalarning koordinatalariga ko‘ra shu nuqtalar orasidagi masofani, ya’ni AB kesmaning uzunligini topishdan iborat. A va B nuqtalardan Ox o‘qiga perpendikulyar tushiramiz. Ularning asoslarini A_1 va B_1 bilan belgilaymiz. Ravshanki,

$$OA_1=x_1, \quad OB_1=x_2, \quad AA_1=y_1, \quad BB_1=y_2 \qquad (1)$$

A nuqtadan Ox o‘qiga parallel chiziq o‘tqazib, uning BB_1 bilan kesishgan nuqtasini C bilan belgilaymiz. Unda

$$AC=A_1B_1 \; CB_1=AA_1 \; (2), \quad AC=x_2-x_1 \; BC=y_2-y_1 \; (3)$$

kelib chiqadi.

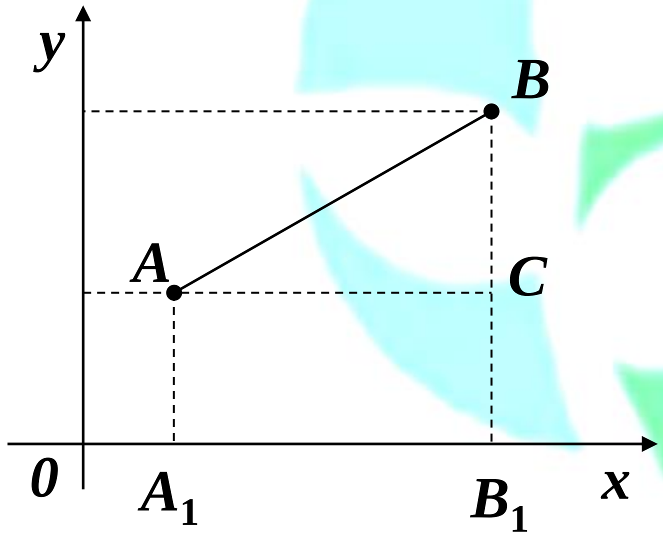
Tekislikda ikki nuqta orasidagi masofa

ΔACB – to‘g‘ri burchakli uchburchak Pifagor teoremasiga ko‘ra

$AB^2=AC^2+BC^2$ bo‘ladi. (3) munosabatdan foydalanib

$AB^2=(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2$ tenglikni va undan esa

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$



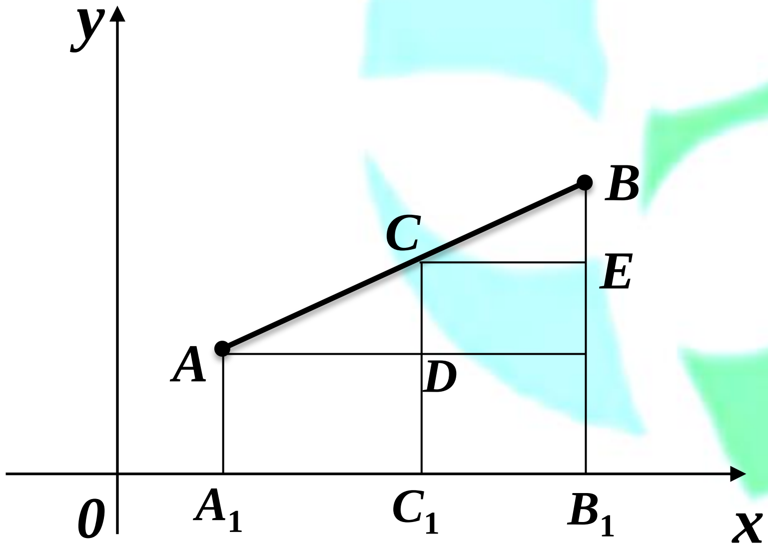
Kesma va uni berilgan nisbatda bo‘lish

Tekislikda $A(x_1, y_1)$ va $B(x_2, y_2)$ nuqtalarni tutashtiruvchi AB to‘g‘ri chiziq kesmasini qaraylik. Bu kesmada shunday C nuqta topish kerakki AC *ning* BC kesmaga nisbati berilgan λ songa teng bo‘lsin:

$$\frac{AC}{CB} = \lambda$$

Izlanayotgan nuqtaning koordinatalarini x va y deylik $C(x, y)$. A, B va C nuqtalardan Ox o‘qiga perpendikulyar tushiramiz, unda $OA_1=x_1$

$OC_1=x$, $OB_1=x_2$, $AA_1=y_1$, $CC_1=y$, $BB_1=y_2$ bo‘ladi.



$AD=A_1C_1=OC_1-OA_1=x-x_1$ $CC_1=EB_1=y$

$CE=C_1B_1=OB_1-OC_1=x_2-x$ $AA_1=DC_1=y_1$

$CD=CC_1-DC_1=y-y_1$ $BE=BB_1-EB_1=y_2-y$

ADC hamda *CEB* to‘g‘ri burchakli uchburchaklarning o‘xshashligidan quyidagini yozamiz.

$$\frac{AD}{CE}=\frac{AC}{CB}, \qquad \frac{CD}{BE}=\frac{AC}{CB}$$

Yuqoridagilar formulalardan foydalanib

$$\frac{x-x_1}{x_2-x}=\lambda \qquad \frac{y-y_1}{y_2-y}=\lambda$$

Shunday qilib *AB* kesmani λ nisbatda bo‘luvchi *C* nuqtaning koordinatalari

$$x=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda} \qquad y=\frac{y_1+\lambda x_2}{1+\gamma}$$

Xususiy holda agar $\lambda = 1$ bo‘lsa, yani *AC*=*BC* bo‘lsa

$$x = \frac{x_1+x_2}{2} \quad \text{va} \quad y = \frac{y_1+y_2}{2}$$

bo‘lib, bu kesmaning *o‘rta nuqtasini topish* formulasi hisoblanadi.

Misol. Uchlari *A(3;5) va* *B(1;-4)* nuqtalarda bo‘lgan kesmani *AC:CB=2:3* nisbatda bo‘luvchi *C* nuqtaning koordinatalarini toping.

Yechish. Shartga ko‘ra $\lambda = \frac{2}{3}$, u holda

$$x = \frac{3+\frac{2}{3}\cdot 1}{1+\frac{2}{3}} = \frac{\frac{11}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{11}{5}; \quad y = \frac{5+\frac{2}{3}\cdot(-4)}{1+\frac{2}{3}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{7}{5}. \qquad C\left(\frac{11}{5}; \frac{7}{5}\right).$$

Sistemaning og‘irlik markazini topish

Uchlariga turlicha massalar qo‘yilgan sistamaning og‘irlik markazini quyidagi formula orqali topiladi:

$$x = \frac{x_1m_1+x_2m_2+x_3m_3}{m_1+m_2+m_3};$$

$$y = \frac{y_1m_1+y_1m_2+y_3m_3}{m_1+m_2+m_3}.$$

Ko'pburchakning yuzini topish

Uchlari $A(x_1;y_1), B(x_2;y_2), C(x_3;y_3), \dots, N(x_n;y_n)$ ***nuqtalarda bo'lgan ko'pburchakning yuzi:***

$$S = \pm\frac{1}{2}\left(\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} + \cdots + \begin{vmatrix} x_n & y_n \\ x_1 & y_1 \end{vmatrix}\right)$$

To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi

Ushbu tenglamaga

$$Ax+By+C=0$$

to‘g‘ri chiziqning *umumiy tenglamasi* deyiladi. A, B va C sonlar tenglamaning koeffitsentlari bo‘lib, ular turli qiymatlarga teng bo‘lganda turli to‘g‘ri chiziqlar hosil bo‘ladi.

To‘g‘ri chiziqning umumiy tenglamasi

Xususiy hollari

1. $A \neq 0$, $B \neq 0$, $C = 0$ bo‘lsa, tenglama $Ax + By = 0$ ko‘rinishni oladi. Bunday to‘g‘ri chiziqlar koordinata boshidan o‘tadi.
2. $A = 0$, $B \neq 0$, $C \neq 0$ bo‘lsa, tenglama $By + C = 0$ ko‘rinishni oladi. Bunday to‘g‘ri chiziqlar har bir nuqtaning ordinatasi bir xil bo‘ladi. Bu esa to‘g‘ri chiziqning Ox (absitsa) o‘qiga parallel bo‘lishini bildiradi.

3. $A \neq 0$, $B=0$, $C \neq 0$ bo‘lsa, tenglama $Ax+C=0$ ko‘rinishni oladi. Bunday to‘g‘ri chiziqlar har bir nuqtaning absitsasi bir xil bo‘ladi. Bu esa to‘g‘ri chiziqning Oy (ordinata) o‘qiga parallel bo‘lishini bildiradi.

4. $A \neq 0$, $B=0$, $C=0$ bo‘lsa, tenglama $Ax=0$ ya’ni $x=0$ ko‘rinishni oladi. Demak to‘g‘ri chiziqdagi har bir nuqtaning absitsasi nolga teng. Bu ordinata o‘qini ifodalaydi.

5. $A=0$, $B\neq 0$, $C=0$ bo‘lsa, tenglama $Ay=0$ ya’ni $y=0$ ko‘rinishni oladi. Demak to‘g‘ri chiziqdagi har bir nuqtaning ordinatasi nolga teng. Bu absitsa o‘qini ifodalaydi.

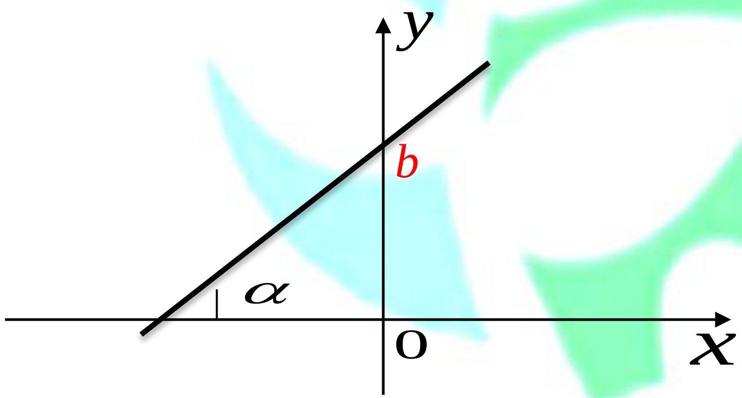
Yuqorida aytilganlardan ko‘rinadiki, tenglamada $A\neq 0$, $B\neq 0$, $C\neq 0$ bo‘lsa, tenglama ifodalagan to‘g‘ri chiziq koordinata boshidan ham o‘tmaydi, koordinata o‘qlariga parallel ham bo‘lmaydi.

To‘g‘ri chiziqning burchak koeffitsientli tenglamasi

Ushbu

$$y=kx+b$$

tenglama to‘g‘ri chiziqning *burchak koeffitsientli* tenglamasi deyiladi. U ikki parametr k va b ga bog‘liq. Bu yerda $k=tg\alpha$. To‘g‘ri chiziqning tekislikdagi vaziyati shu parametrlar bilan to’liq aniqlanadi.

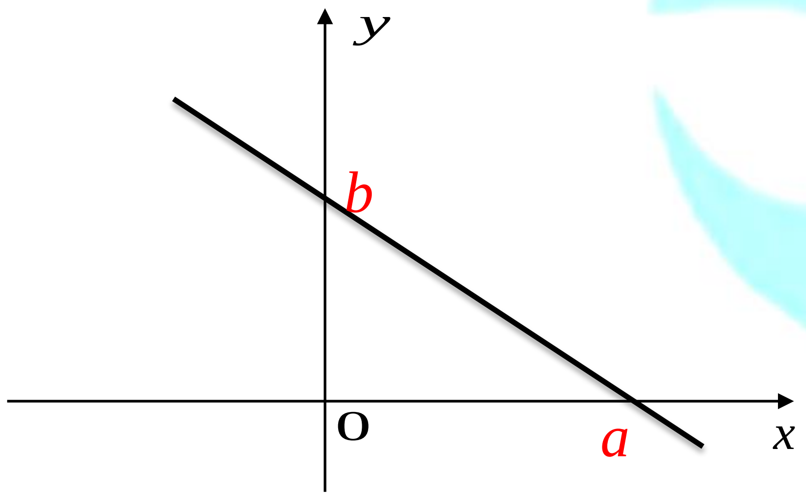


To‘g‘ri chiziqning kesmalar bo‘yicha tenglamasi

Ushbu

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

tenglama to‘g‘ri chiziqning *kesmalar bo‘yicha* tenglamasi deyiladi. U ikki parametr *a* va *b* ga bog‘liq. To‘g‘ri chiziqning tekislikdagi vaziyati shu parametrlar bilan to‘liq aniqlanadi.



Misol. *Oy* o‘qidan *b=-4* kesma ajratib, *Ox* o‘qi bilan 60^0 burchak tashkil qiluvchi to‘g‘ri chiziqning tenglamasini yozing.

Yechish. $k = tg60^0 = \sqrt{3}$ bundan $y = kx + b = \sqrt{3}x - 4$ ya’ni, burchak koeffitsiyentli tenglamasini yozdik. Tenglamani umumiy ko‘rinishga keitiramiz $\sqrt{3}x - y - 4 = 0$. Bundan kesmalar bo‘yicha tenglamasiga o‘tamiz

$\sqrt{3}x - y = 4$, $\frac{x}{\frac{4}{\sqrt{3}}} + \frac{y}{-4} = 1$, bu yerda $a = \frac{4}{\sqrt{3}}$, $b = -4.$

Masala:

Fermer xo’jaligi bosh binosidan xo’jalik tomonidan qurilgan chorvachilik kompleksiga suv yoki gaz tarmog’ini o’tkazish masalasini qaraymiz.

Aytaylik xo’jalik omborida 5 va 7 metrlik trubalar bor bo’lsin. Agar fermer xo’jaligini binosidan chorvachilik kompleksigacha masofa 191 metr bo’lsa, <u>eng kam xarajat </u>qilib, suv yoki gazni kompleksga tortib borish uchun ketadigan 5 metr va 7 metrli trubalar soni topilsin.

F 191 K $|FK|=191$

5m $\longrightarrow$ x

7m $\longrightarrow$ y

Ax+By+C=0

5x+7y=191 5x+7y-191=0 $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ $$y = \frac{191 - 5x}{7}$$

$$(x_i; y_i) \Rightarrow \begin{cases} (20,13) \\ (6,23) \end{cases} \quad \begin{matrix} 20 + 13 = 33 - 1 = 32 \\ 6 + 23 = 29 - 1 = 28 \end{matrix}$$

x=6 y=23

Адабиётлар:

1. Азларов Т., Мансуров Х., Математик анализ, Т.: “Ўқитувчи”. 1 т: 1994 й.
2. Азларов Т., Мансуров Х., Математик анализ, Т.: “Ўқитувчи”. 2 т: 1995 й.
3. Аюпов Ш.А., Бердиқулов М.А., Функциялар назарияси, Т.: “ЎАЖБНТ” маркази, 2004 й.
4. Turgunbayev R. Matematik analiz. 2-qism, T. TDPU, 2008 y.
5. Jo‘raev T. va boshq. Oliy matematika asoslari. 2-q., T.: “O‘zbekiston”. 1999y
6. Саъдуллаев А. ва бошқ. Математик анализ курсидан мисол ва масалалар тўплами, III қисм. Т.: “ Ўзбекистон ”. 2000 й.
7. Соатов Ё., Олий математика. Т., “Ўзбекистон”. 1996 й, 3 жилд
8. www.ziyonet.uz/
9. www.pedagog.uz/

TOSHKENT IRRIGATSIYA VA QISHLOQ XO'JALIGINI MEXANIZATSIYALASH MUHANDISLARI INSTITUTI

E‘TIBORLARINGIZ UCHUN RAXMAT!

☎ + 998 71 237 0986