Giperbola va Parabola

Reja :

1. **Giperbola va uning kanonik tenglamasi**
2. **Giperbolaning xossalari**
3. **Parabola va uning kanonik tenglamasi**
4. **Parabolaning xossalari**

Tekislikda $F_1(a_1, b_1)$ $F_2(a_2, b_2)$ nuqtalar berilgan bo’lsin. Bu tekislikda F_1 F_2 nuqtalargacha bo’lgan masofalarning ayirmasining o’zgarmas bo’lgan nuqtalarning geometrik o’rni **giperbola** deyiladi. Bunda F_1 va F_2 giperbola fokuslaridir.

Bu tenglama $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ **giperbolaning kanonik tenglamasi** deyiladi.

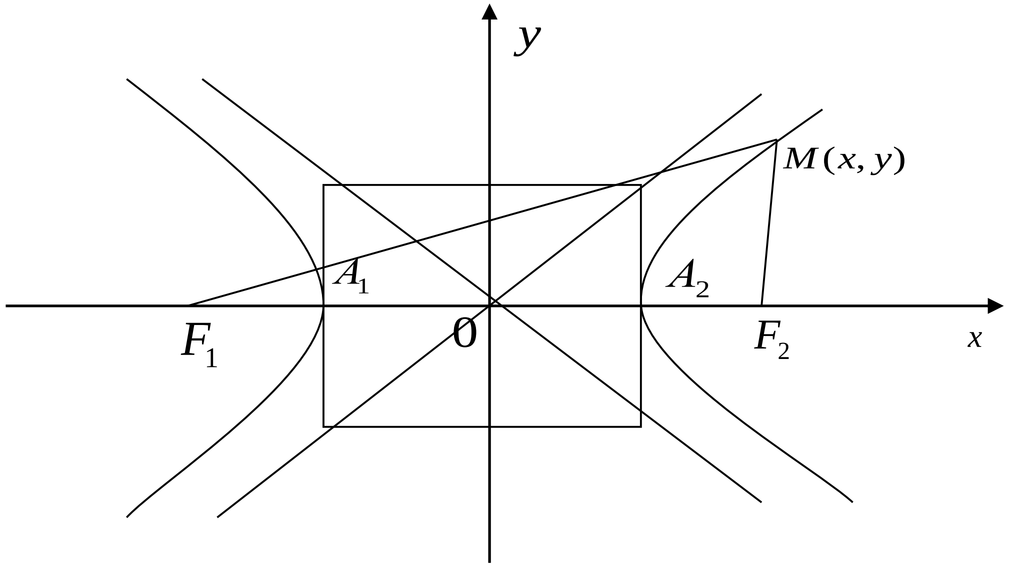
Ushbu $e = \frac{c}{a}$ nisbat bilan aniqliklangan miqdor giperbolaning ekstsentrisiteti deyiladi. Ellipsning ekstsentrisiteti uning shaklini ifodalovchi miqdordir. $c \succ a$ Bo’lgani uchun $e = \frac{c}{a} \succ 1$

Tengsizlik o’rinlidir.

Giperbola koordinata o’qlariga nisbatan simmetrik bo’lgan egri chiziqdir

$$y = \pm \frac{bx}{a}$$

to’g’ri chiziqlar giperbolaning asimptotalari bo’ladi, ya’ni bu to’g’ri chiziq x ning cheksiz kattalishib borishi bilan giperbolaga borgan sari yakinlashib boradi.



$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

Haqiqatdan, bu tenglama $x = 0$ ni qo'ysak, $y^2=b^2$ bo'ladi, holbuki bu tenglik haqiqiy sonlar orasida o'rinli bo'lmaydi. A1, A2 nuqtalar giperbolaning *uchlari* deyiladi. Giperbolaning uchlari orasidagi 2a masofa uning *haqiqiy o'qi* deyiladi.

Ordinatalar o'qida 0 dan b masofada turuvchi B1(0; b) va B2 (0; b) nuqtalarni belgilaymiz. $|B_1 B_2| = 2b$ ni giperbolaning *mavhum o'qi* deyiladi. Agar M(x; y) nuqta giperbolada yotsa, uning uchun tenglamdan $|x| \geq a$

demak x=a to'g'ri chiziqlar bilan tenglamani **y** ga nisbatan yechamiz:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$y = \pm \frac{x^2 b^2}{a^2} - b^2$$

Giperbola ikki qismdan iborat bo’lib , ular giperbolaning *tarmoqlari* deyiladi.

Giperbola ning bir (o’ng) tarmog’i $x > a$ yarim tekislikda, ikkinchi (chap) tarmog’i $x < -a$ yarim tekislikda joylashgan bo’ladi.

Agar giperbolaning fokuslari ordintalar o’qida joylashgan bo’lsa, uning kanonik tenglamasi

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

ko’rinishda bo’ladi. Giperbola asimptotalarga ega. Agar tekis chiziqning nuqtasi shu chiziq bo’ylab harakatlanib borganida, uning d to’g’ri chiziqqacha bo’lgan masofasi nolga intilsa, d to’g’ri chiziqning *asimptotasi* deyiladi.

Yarim o’qlari teng bo’lgan giperbola *teng tomonli* deb ataladi.

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

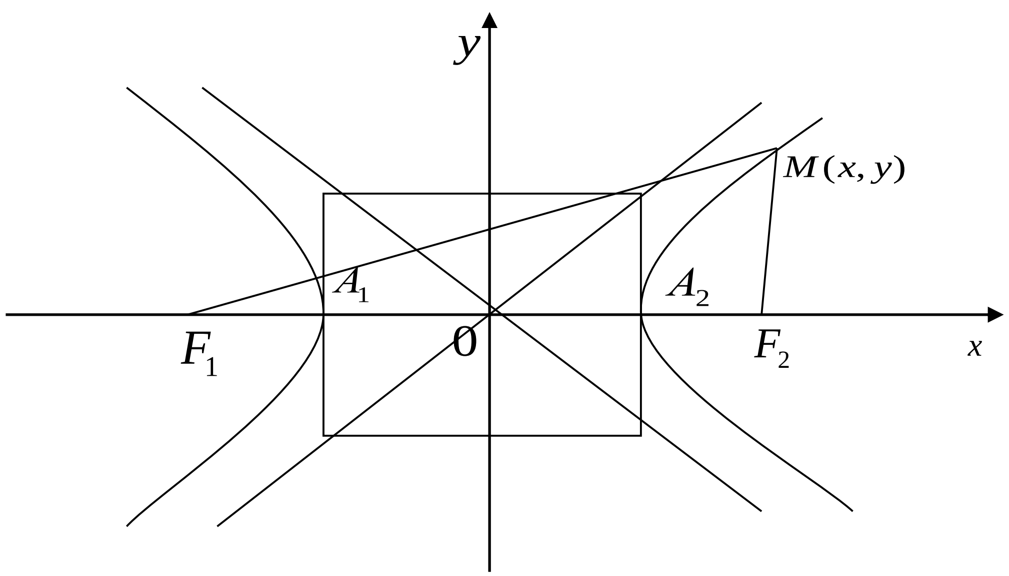
tenglamada a=b bo’lganda:

$$x^2 - y^2 = b^2$$

Giperbolaning xossalari

1. Giperbola koordinata o'qlariga nisbatan simmetrik bo'lgan egri chiziqdir.

2. $y = \pm \frac{bx}{a}$ to'g'ri chiziqlar giperbolaning asimptotalari bo'ladi, ya'ni bu to'g'ri chiziq x ning cheksiz kattalishib borishi bilan giperbolaga borgan sari yakinlashib boradi.



Namunaviy misollar echish

Misol: Koordinata o’qlariga simmetrik M(-6; -2$\sqrt{2}$) nuqtadan va mavhum yarim o’qi b=2 ga teng bo’lgan giperbolaninng kanonik tenglamasi tuzilsin.

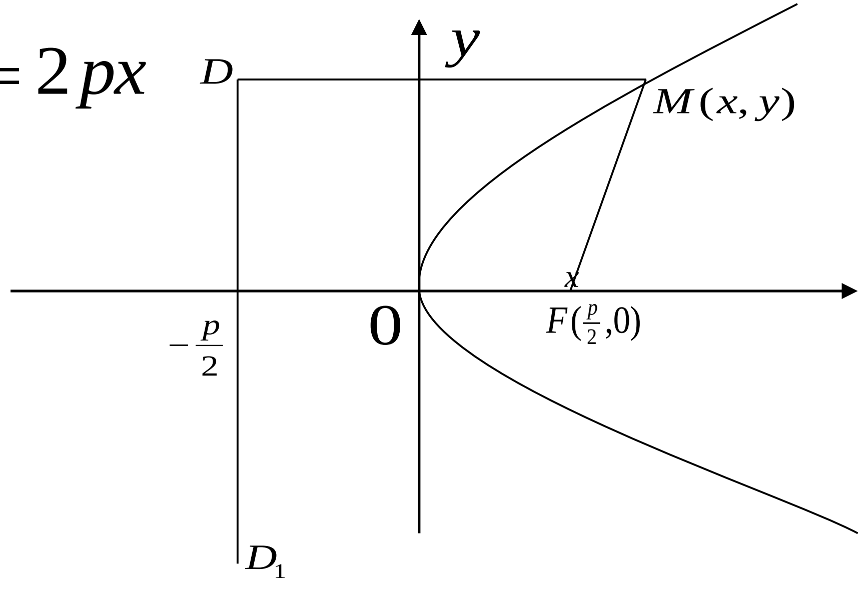
Yechish: M(-6; -2$\sqrt{2}$) nuqta giperbolada yotadi shu sababli $\frac{6^2}{a^2} - \frac{(-2\sqrt{2})^2}{2^2} = 1,\ \frac{36}{a^2} - \frac{8}{4} = 1;\ \frac{36}{a^2} = 3;\ \ 36 = 3a^2;\ a^2 = 12;$ $a = \pm 2\sqrt{3}$

Demak, giperbolaning kanonik tenglamasi $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1;\ \ \varepsilon = \frac{c}{a} = \frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

ПАРАБОЛА ВА УНИНГ ХОССАЛАРИ

Tekislikda Dekart koordinatalari sistemasini olaylik. Bu tekislikda OY o’qiga parallel to’g’ri chiziq va bu to’g’ri chiziqqa tagishli bo’lmagan F(a,b) nuqta berilgan bo’lsin. Bu to’g’ri chiziq va F nuqtadan bir xil masofada joylashgan nuqtalarning geometrik o’rni **parabola** deyiladi. F nuqta **parabolaning fokusi**, qaralayotgan to’g’ri chiziq esa uning **direktrisasi** deb ataladi. Bu tenglama **parabolaning kanonik tenglamasi** deyiladi.

$$y^2 = 2px$$



Parabola shaklini uning $y^2 = 2px$ tenglamasiga ko'ra tekshiraladi. $y^2 \geq 0$ va $p > 0$ bo'lgani uchun, $y^2 = 2px$ tengalamada ifodalanuvchi parabolaning barcha nuqtalari o'ng yarim tekislikda joylashganligi kelib chiqadi. $X=0$ da $y^2 = 2px$ >> $y=0$ bo'lib, parabola koordinatalri boshidan o'tadi. Koordinatalar boshi *parabolaning uchi* deyiladi. X ning har bir $x>0$ qiymatiga Y ning ishoralari qarama-qarshi , ammo absolut miqdorlari teng bo'lgan ikki qiymati mos keladi. Bundan esa parabolaning Ox o'qqa nisbatan simmetrik joylashganligi ko'rinadi.Ox o'qi simmetriya o'qi. $y^2 = 2px$ tenglamadan ko'rinadiki, X ortib borishi bilan Y ham ortib boradi.

Parabolaning xossalari

1. Parabola ***OX*** o'qiga nisbatan simmetrik bo'lgan egri chiziqdir.
2. Parabola koordinata boshidan o'tadi.

3. ***x*** o'zgaruvchining qiymatlari cheksiz oshib borgan sari ***y*** o'zgaruvchining qiymatlari ham cheksiz oshib boradi.

Namunaviy misollar echish

Misol: OX o’qiga simmetrik va (0;0), (1;3) nuqtalardan o’tuvchi parabola tenglamasi tuzilsin.

Yechish: Ox oqiga nisbattan simmetrik bo’lgan parabola tenglamasi $y = 2px$ ko’rinishda boladi. Natijada

$\begin{cases} 0 = 2p \cdot 0 \\ (-3)^2 = 2p \cdot 1 \end{cases}$ ko’rinishga ega bo’ladi.

Bu yerdan $p = \frac{9}{2}$; $y^2 = 2 \cdot \frac{9}{2} x = 9x$

Javob: $y^2 = 9x$