Мавзу 5

Текисликдаги нукта координаталари. Икки нукта орасидаги масофа. Кесма ва уни берилган нисбатда булиш. Кесманинг укдаги проекцияси. Учбурчак ва купбурчак юзи.

Режа:

1. Ук ва ук кесмаси. Кесма киймати.Асосий айният.
2. Тугри чизикдаги координаталар. Сонли ук. Интервал.
3. Текисликдаги тугри бурчакли Декарт координаталари.
4. Кесманинг укдаги проекцияси.
5. Икки нукта орасидаги масофа.
6. Кесма ва уни берилган нисбатда булиш.
7. Учбурчак юзи ва купбурчак юзи.

1. Ук ва ук кесмаси. Кесма киймати. Асосий айният.

Йуналиши белгиланган тугри чизик *ук* деб аталади.

Кандайдир ук ва *бирлик* (*масштаб*) *кесма* берилган булсин. Бирлик кесма ёрдамида хар кандай кесманинг узунлигини аниклаш мумкин.

Берилган укда иккита нуктани A ва B деб белгилаймиз. A ва B нукталар билан чегараланган *кесма йуналишга эга*, агар берилган нукталарнинг кайси бири бошланиши ва кайси бири охири эканлиги курсатилган булса. Йуналишга эга *кесманинг йуналиши* бошдан охирига караган булади. $\overline{AB}$ ёзув A ва B нукталар билан чегараланган йуналишга эга ва бошланиши A нукта булган кесмани ифодалайди.

$\overline{AB}$ *кесманинг укдаги киймати* деб шу кесманинг узунлиги d назарда тутилади, агар кесма йуналиши ук йуналиши билан устма уст тушса, акс холда кесманинг киймати сифатида $-d$ каралади. $\overline{AB}$ кесманинг киймати AB деб белгиланади. $\overline{AB}$ ва $\overline{BA}$ кесмалар учун $AB = -BA$ тенглик уринли.

Асосий айният: Укда A, B, C нукталар кандай жойлашган булмасин, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ кесмалар учун куйидаги айният уринли

$$AB + BC \equiv AC.$$

2. Тугри чизикдаги координаталар. Сонли ук. Интервал.

Укда O нуктани белгилаймиз. Укдаги ихтиёрий M нуктанинг *координатаси* деб $\overline{OM}$ кесманинг киймати OM га айтилади. O нукта координата боши деб аталади. Унинг координатаси нолга тенг.

Укдаги ихтиёрий нуктанинг координатаси x харфи билан нуктанинг узи $M(x)$ ёки кискача M куринишда белгиланади.

Т е о р е м а 1. Укдаги ихтиёрий икки нукта $M_1(x_1)$ ва $M_2(x_2)$ учун куйидаги тенглик уринли

$M_1M_2 = x_2 - x_1$. (1)

Т е о р е м а 2. Укдаги ихтиёрий икки нукта $M_1(x_1)$ ва $M_2(x_2)$ орасидаги масофа

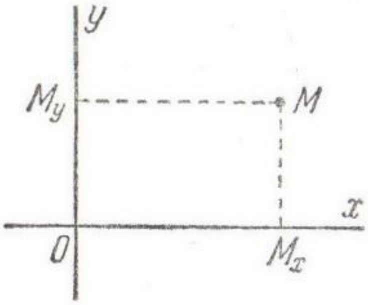
$d = | x_2 - x_1|$. (2)

Укдаги хар кандай M нуктага x киймат (координата) мос келтирилган булса, бундай ук *сонли ук* деб аталади. Сонли укда $3 < x < 5$ тенгсизлик $M_1(3)$ ва $M_2(5)$ нукталар орасидаги кесмани ифодалайди, кайсики (3; 5) куринишда белгиланади ва *интервал* деб аталади. Шуни айтиб утиш лозимки, сонли укда $3 \le x \le 5$ тенгсизлик [3; 5] *сегментни*, $3 \le x < 5$, $3 < x \le 5$ тенгсизликлар [3; 5) ва (3; 5] *ярим сегментларни* ифодалайди.

3. Текисликдаги тугри бурчакли Декарт координаталари.

Иккита перпендикуляр сонли ук *Декарт координаталар системасини* ташкил этади, агар улардаги нукталарнинг координаталари бир хил масштабда аникланган булса. Одатда Декарт координаталар системасида перпендикуляр укларнинг бири горизонтал куринишда, иккинчиси вертикал куринишда жойлаштирилада; биринчи укнинг йуналиши унга, иккинчи укники юкорига каратилган булади. Бу уклар *координата уклари* деб аталади. Уларнинг кесишиш нуктаси *координатар боши* деб аталади ва O харфи билан белгиланади. Горизонтал ук *абсцисса* деб, вертикал ук *ордината* деб аталади ва улар мос равишда Ox ва Oy куринишда ифодаланадилар.

Текисликдаги M нуктадан Ox ва Oy укларга перпендикуляр туширамиз ва уларнинг асосларини мос равишда M_x ва M_y деб белгилаймиз (расм 1).

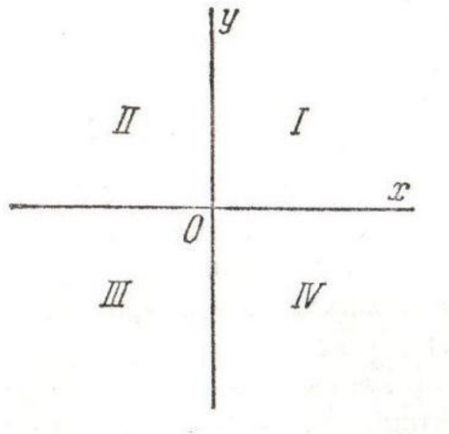


Расм 1

Декарт координаталар системасида M нуктанинг *координаталари* деб

$x = OM_x$ ва $y = OM_y$

сонларга айтилади. Бу ерда OM_x ва OM_y $\overline{OM_x}$ ва $\overline{OM_y}$ кесмаларнинг Ox ва Oy уклардаги кийматлари; x M нуктанинг 1-*координатаси* ёки *абсциссаси* деб, y M нуктанинг 2-*координатаси* ёки *ординатаси* деб аталади. M нуктанинг *координаталарси* $M(x, y)$ куринишида ифодаланади.

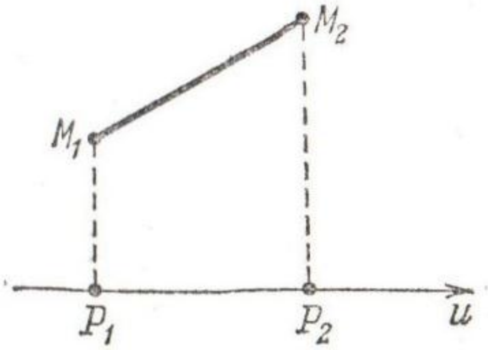


Расм 2

Координата уклари биргаликда текисликни туртта чоракка ажратади (расм 2). Улар координата чораклари деб аталади ва маълум тартибда номерланади. Текисликнинг $M(x, y)$ нуктаси

агар $x > 0$ ва $y > 0$ булса , I чоракда ётади,
агар $x < 0$ ва $y > 0$ булса , II чоракда ётади,
агар $x < 0$ ва $y < 0$ булса , III чоракда ётади,
агар $x > 0$ ва $y < 0$ булса , IV чоракда ётади.

4. Кесманинг укдаги проекцияси.



Расм 3

$\overline{M_1M_2}$ кесма ва u ук берилган булсин (расм 3). M_1 ва M_2 нукталардан u укка перпендикулярлар туширамиз, ва уларнинг асосларини P_1 ва P_2. u укда жойлашган $\overline{P_1P_2}$ кесмани караймиз. Шу кесманинг киймати P_1P_2 каралаётган $\overline{M_1M_2}$ кесманинг u укдаги проекцияси дейилади ва бу факт куйидагича ифодаланади:

пр$_u\overline{M_1M_2} = P_1P_2$.

Ихтиёрий кесманинг Ox укдаги проекциясини X, Oy укдаги проекциясини Y деб белгилаймиз.

Т е о р е м а 3. Ихтиёрий $M_1(x_1)$ ва $M_2(x_2)$ нукталар билан аникланувчи $\overline{M_1M_2}$ кесманинг координата укларидаги проекциялари куйидаги формулалар оркали аникланади:

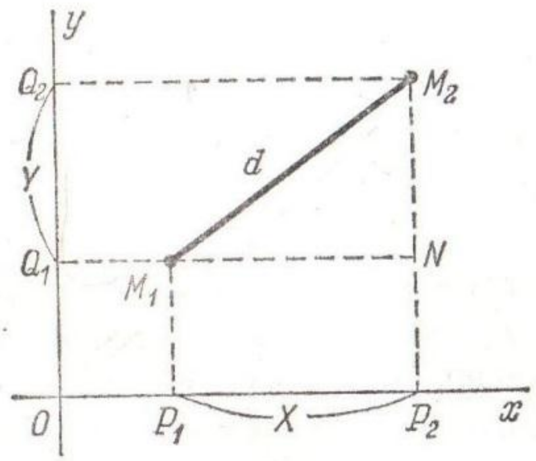
$X = x_2 - x_1, \quad Y = y_2 - y_1.$

5. Икки нукта орасидаги масофа.

Т е о р е м а 4. Ихтиёрий $M_1(x_1)$ ва $M_2(x_2)$ нукталар билан аникланувчи $\overline{M_1M_2}$ *кесманинг узунлиги* d куйидаги формула оркали аникланади:

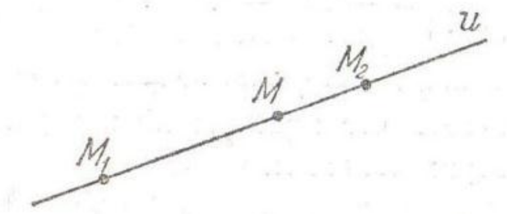
$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Бу формула Пифагор теоремаси ёрдамида исботланади (расм 4).



Расм 4

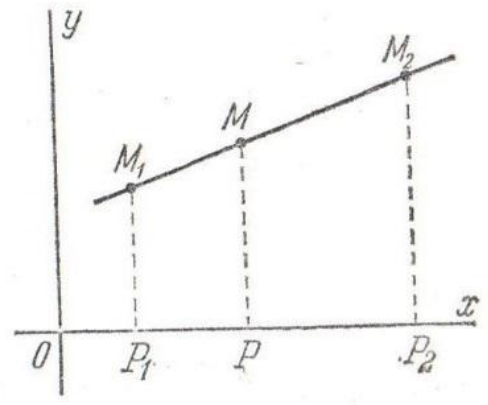
6. Кесма ва уни берилган нисбатда булиш.



Расм 5

Т е о р е м а 4. Агар $M(x, y)$ нукта $\overline{M_1M_2}$ кесмани $\lambda = \frac{M_1M}{MM_2}$ нисбатда булса, унинг координаталари куйидаги формулалар оркали аникланади:

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1+\lambda}, \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1+\lambda}. \qquad (3)$$



Расм 6

И с б о т. M, M_1 ва M_2 нукталарнинг Ox укдаги проекцияларини мос равишда P, P_1 ва P_2 деб белгилаймиз (расм 6). Фалес теоремасига кура параллел чизиклар орасидаг кесмалар пропорционал: $\frac{P_1P}{PP_2} = \frac{M_1M}{MM_2} = \lambda$. Теорема 3 га кура

$P_1P = x - x_1$, $PP_2 = x_2 - x$. Демак $\lambda = \frac{x-x_1}{x_2-x}$. Бундан (3) даги 1-формула келиб чикади. (3) нинг 2-формуласи хам худди шундай исботланади. ■

7. Учбурчак ва купбурчак юзи.

Т е о р е м а 5. Учлари бир тугри чизикда ётмаган учта $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ ва $C(x_3, y_3)$ нукталар куринишда берилган ABC учбурчакнинг юзи куйидаги формула оркали аникланади:

$$S = \pm\frac{1}{2}[(x_1 - x_2)(y_1 + y_2) + (x_2 - x_3)(y_2 + y_3)].$$

Т е о р е м а 6. Учлари бир тугри чизикда ётмаган n та $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$, …, $M_n(x_n, y_n)$ нукталар куринишда берилган $M_1M_2\ldots M_n$ купбурчакнинг юзи куйидаги формула оркали аникланади:

$$S = \pm\frac{1}{2}[(x_1 - x_2)(y_1 + y_2) + (x_2 - x_3)(y_2 + y_3) + \cdots + (x_n - x_1)(y_n + y_1)].$$