2-MAVZU

To'gri chiziq tenglamalari

2.1 To'g'ri chiziqning umumiy tenglamasi.

Ta'rif:

Tekislikda berilgan 2 ta nuqtadan 1 xil masofada yotgan nuqtalar to'plami to'g'ri chiziq deyiladi.

Tekislikda dekart koordinatalar sistemasi berilgan bo'lsin. A($x_1;y_1$) , B($x_2;y_2$) nuqtalarni qaraymiz. Bu nuqtalardan bir xil masofada yotuvchi C(x;y) nuqtalar toplami to'g'ri chiziq hosil qilib, AB o'rta perpendikulyari hisoblanadi. $|AC| = |CB|$ tenglikdan

$$\sqrt{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2}=\sqrt{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2}$$

ga ega bo'lamiz. Tomonlarini kvadratga oshirib, qavslarni ochamiz:

$$x^2-2xx_1+x_1^2+y^2-2yy_1+y_1^2=x^2-2xx_2+x_2^2+y^2-2yy_2+y_2^2$$

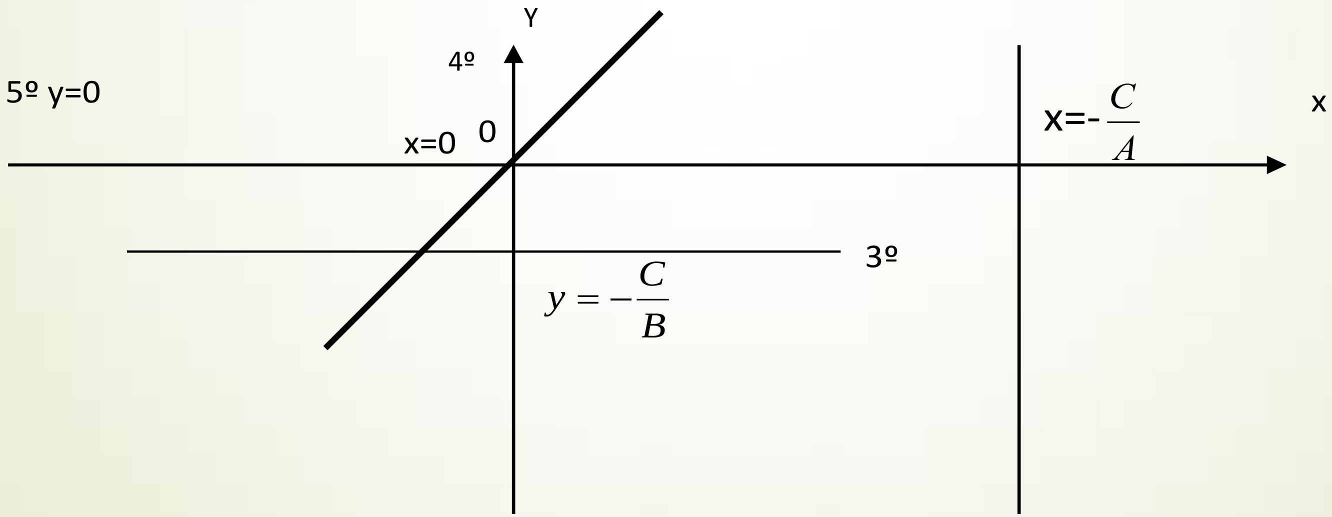
o'xshash hadlarni ixchamlab,

$$2(x_2-x_1)x+2(y_2-y_1)y+x_1^2+y_1^2-x_2^2-y_2^2=0$$

3°. A=0, B≠0, C≠0. Bu holda By+C=0 hosil bo’lib, y= $-\frac{C}{B}$ tarzida yoziladi. To’g’ri chiziq Ox o’qiga parallel.

4°. A≠0, B=C=0. Tenglama Ax= 0 ko’rinishida bo’lib, x= 0 tenglama kelib chiqadi va Oy o’qini ifodalayi.

5°. B$\neq 0,\ A = C = 0$. Bu holda y=0 kelib chiqadi va bu tenglama Ox o’qini bildiradi .



2.2. To'g'ri chiziqning burchak koeffisentli tenglamasi.

Dekart koordinatalar sistemasida ordinatalar o'qidan O(0;0) dan hisoblanganda uzinligi b ga teng kesma ajratadigan, absissa o'qi bilan α burchak hosil qiluvchi to'ri chiziqni qaraymiz. To'g'ri chiziq ixtiyoriy C(x;y) nuqtasini olamiz.

Hosil bo'lgan to'g'ri burchakli uchburchakdan $\frac{y-b}{x} = \operatorname{tg} \alpha$ ekanligini topamiz. Bu tenlamadagi $\operatorname{tg} \alpha$ to'g'ri chiziqning burchak koeffisenti deyiladi va k bilan belgilanadi:

$$k = \operatorname{tg} \alpha \ .$$

To'g'ri chiziq tenglamasi $\frac{y-b}{x} = k$ ko'rinish oladi. Undan to'g'ri chiziqning burchak koiffisentli tenglamasi deb ataluvchi

$$y = kx + b \qquad (2)$$

tenglamani olamiz .

To’g’ri chiziq holati k va b koiffisentlari bilan to’la aniqlanadi .To’g’ri chiziq umumiy Ax+By+C=0 tenglamasidan burchak koiffsentlisiga o’tish uchun bu tenglamani y ga nisbatan yechish kifoya .

$$y=-\frac{A}{B}x-\frac{C}{B}$$

Bunda $k=-\frac{A}{B}$, $b=-\frac{C}{B}$ belgilashlar kiritilsa, tenglama y=kx+b ko’rinishga keladi.

Ma’lumki, y=kx+b funksiya chiziqli deyilar edi. Demak, chiziqli funksiya grafigi to’g’ri chiziq bo’lar ekan. b=0 bo’lsa y=kx hosil bo’lib, x va y o’zaro proporsiyanal, k-esa proporsiyanallik koiffisenti deyiladi .

2.3. To'g'ri chiziqning kesmalar bo'yicha tenglamasi.

Tekislida absissa o'qidan a= oA, ordinata o'qidan b=OB kesmalar ajratadigan to'g'ri chiziq ixtiyoriy C(x;y) nuqta absissasini A_1, ordinatasini B_1 bilan belgilasak, uchta o'xshash uchburchak hosil bo'ladi: $\Delta AOB \sim \Delta AA_1C \sim \Delta CB_1B$, yani $\frac{OA}{OB} = \frac{A_1A}{A_1C} = \frac{CB_1}{B_1B}$.

$$\frac{a}{b} = \frac{a-x}{y} = \frac{x}{y-b}.$$

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Bu tenglama to'g'ri chiziqning kesmalar bo'yicha tenglamasi deyiladi.

2.4. To'g'ri chiziqning normal tenglamasi.

Normal tenglama: $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$

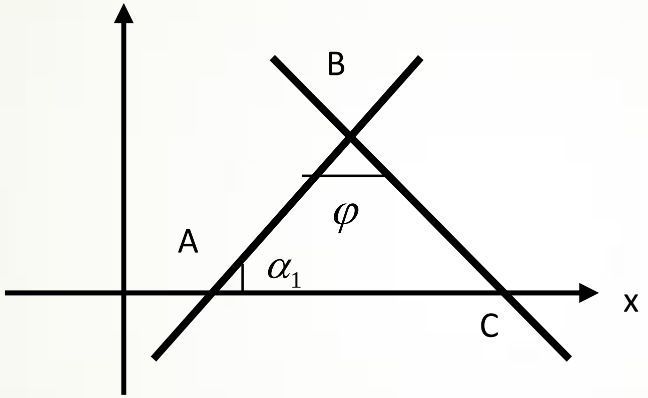
To'g'ri chiziqning umumiy Ax+By+C= 0 tenglamasini normal tenglamaga keltirish masalasi μ≠ 0 normallovchi ko'paytuvchi bo'lsa, $\mu Ax + \mu By + \mu C = 0$ normal tenglama bo'ladi, yani $\mu A = \cos\alpha$, $\mu B = \sin\alpha$, $\mu C = -p$.

$(\mu A)^2 + (\mu B)^2 = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha$ munosabatdan $\mu^2 = \frac{1}{A^2+B^2}$ yoki $\mu = \pm\frac{1}{\sqrt{A^2+B^2}}$ bo'lishi kelib chiqadi. Demak, Ax+By+C=0 tenglama $\pm\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}x \pm \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}}y \pm \frac{C}{\sqrt{A^2+B^2}} = 0$ normal ko'rinishga keladi. p soni oldida manfiy ishora hosil qilishi uchun μ ning ishorasi C ning ishorasiga qarama-qarshi olinadi.

Masalan, 6x-8y+5=0 tenglama normallovchi ko'paytuvchisi $\mu = \pm\frac{1}{6^2+8^2} = \pm\frac{1}{10}$, C=5 ekanligidan $\mu = -\frac{1}{10}$ oilinishi, normal tenglama esa $-\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}y - \frac{1}{2} = 0$ bo'lishi kelib chiqadi.

2.5. Ikki to'g'ri chiziq orasidagi burchak.

Tekislikda ikki y= $k_1x + b_1$, y=$k_2x + b_2$ to'g'ri chiziqlar orasidagi φ burchakni topish masalasini ko'ramiz, bunda $k_1 = \operatorname{tg}\alpha_1$; $k_2 = \operatorname{tg}\alpha_2$.

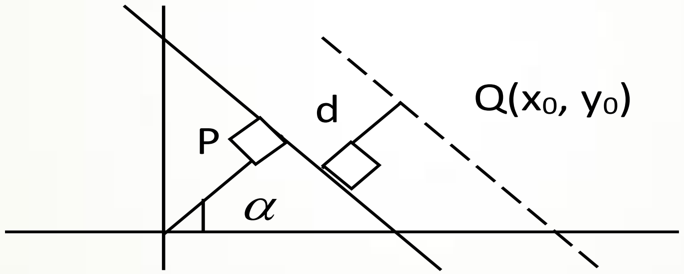


$\alpha_2 = \varphi + \alpha_1$ $\quad$ $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1$ $\quad$ $\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}(\alpha_2 - \alpha_1) = \frac{\operatorname{tg}\alpha_2 - \operatorname{tg}\alpha_1}{1+\operatorname{tg}\alpha_1 \cdot \operatorname{tg}\alpha_2} = \frac{k_2 - k_1}{1+k_1 \cdot k_2}$

1. Agar to'g'ri chiziqlar parallel bo'lsa, $\varphi = 0$ yoki $\varphi = \pi$ bo'lib $k_2 - k_1 = 0$ kelib chiqadi. Demak, to'g'ri chiziqlar paralellik sharti $k_2 = k_1$ dir .
2. To'g'ri chiziqlar o'zara perpendikulyar bo'lsa, $\pi = \frac{\pi}{2}$, $\operatorname{tg}\frac{\pi}{2} = \infty$, $1+k_1k_2 = 0$ shart kelib chiqadi. Demak, to'g'ri chiziqlar perpendikulyarlik sharti $k_2 = -\frac{1}{k_1}$ dir.

2.5. Nuqtadan to'g'ri chiziqqacha bo'lgan masofa.

Normal tenglamasi bilan berilgan $x\cos\alpha + y\sin\alpha - P = 0$ to'g'ri chiziq va unda yotmagan biror $Q(x_0; y_0)$ nuqta berilgan bo'lsin. $Q(x_0; y_0)$ nuqtadan berilgan to'g'ri chiziqgacha bo'lgan d masofani topish masalasini qaraymiz. $Q(x_0; y_0)$ dan o'tib, $x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0$ ga parallel to'g'ri chiziqni $x\cos\alpha + y\sin\alpha - q = 0$ tenglama bilan beriladi, bunda q=p+d, lekin $q = x_0\cos\alpha + y_0\sin\alpha$ ekanligidan



$$d = q - p = x_0\cos\alpha + y_0\sin\alpha - p$$

kelib chiqadi. Agar $q < p$ bo'lsa $d = p - q$ bo'lishini hisobga olsak,

$$d = |x_0\cos\alpha + y_0\sin\alpha - p|$$

formulaga ega bo'lamiz.

Agar to'g'ri chiziq Ax+By+C=0 umumiy tenglamasi bilan berilsa, masofa formulasi $d=\frac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$ ko'rinishida bo'ladi

Normal tenglamasi bilan berilgan $x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0$ va $x\cos\alpha+y\sin\alpha-q=0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa $d=|p-q|$ bo'lishi tushunarli. Agar to'g'ri chiziqlar $x\cos\alpha+y\sin\alpha-p=0$, $\lambda x\cos\alpha+\lambda y\sin\alpha-q=0$ tenglamalar bilan berilsa, masofa $d=\left|p-\frac{q}{\lambda}\right|$ bo'ladi. Demak ikki parallel

$A_1x+B_1y+C_1=0$, $\lambda A_1x+\lambda B_1y+C_2=0$ to'g'ri chiziqlar orasidagi masofa $d=\left|\frac{C_1-\frac{C_2}{\lambda}}{\sqrt{A^2+B^2}}\right|$ formula yordamida topiladi.

2.5. Bitta va ikkita nuqtadan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamalari.

To'g'ri chiziq y=kx+b tenglama bilan berilib, dastlab, uning bitta A$(x_0;y_0)$ nuqtasi ma'lum bo'lsin, demak , $y_0 = kx_0 + b$. Berilgan tenglamadan topilgan sonnli tenglikni ayirsak $y - y_0 = k(x - x_0)$ tenglama hosil bo'ladi . U A($x_0;y_0$) nuqtadan o'tuvchi barcha to'g'ri chiziqlar tenglamasidir . Bu to'g'ri chiziqlar A($x_0;y_0$) dan o'tuvchi to'g'ri chiziqlar dastasi deyiladi. Agar dastadagi biror to'g'ri chiziq B($x_1;y_1$) nuqtadan ham o'tsa $y_1 - y_0 = k(x_1 - x_0)$ tenglik bajariladi. Undan k=$\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$ topiladi. Demak A va B nuqtalardan o'tuvchi chiziq tenglamasi $y - y_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}(x - x_0)$ yoki $\frac{x - x_0}{x_1 - x_0} = \frac{y - y_0}{y_1 - y_0}$ ko'rinishida bo'ladi.

C($x_0; y_0$) nuqtadan o'tib , berilgan y= $k_1 x + b_1$ to'g'ri chiziqqa parallel (perpendikulyar) tog'ri chiziq tenglamasi formulasi

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

agar u y= $k_1 x + b_1$ ga parallel (perpendikulyar) bo'lsa , k=$k_1 (k = -\frac{1}{k_1})$ bo'lib tenglamasi

$$y - y_0 = k_1(x - x_0) \left[y - y_0 = -\frac{1}{k_1}(x - x_0 \right]$$ ko'rinishida bo'ladi .

Misollar:

1) P(4;1), Q(-1;2) nuqtalardan bir xil masofoda yotuvchi to'g'ri chiziq tenglamasini topamiz.

$$\sqrt{(x-4)^2+(y-1)^2}=\sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2},$$
$$x^2-8x+16+y^2-2y+1=x^2+2x+1+y^2-4y+4$$

5x-y-6=0

2) 3x-4y-12=0 to'g'ri chiziq kesmalar bo'yicha tenglamasi $\frac{x}{4}+\frac{y}{-3}=1$

3) 6x-8y+5=0 tenglama normallovchi ko'paytuvchisi $\mu=\pm\frac{1}{6^2+8^2}=\pm\frac{1}{10}$, C=5 ekanligidan μ =$-\frac{1}{10}$ oilinishi

normal tenglama esa $-\frac{3}{5}x+\frac{4}{5}y-\frac{1}{2}=0$ bo'lishi kelib chiqadi.

4) y=-2x va y=3x-4 to'g'ri chiziqlar uchun $\operatorname{tg}\varphi=\frac{3-(-2)}{1+(-2)\cdot 3}=-1,$

demak ular orasidagi o'tmas burchak $\frac{3\pi}{4}$ ga, o'tkir burchak esa $\frac{\pi}{4}$ ga teng.

5) 6x+8y+7=0 , 3x-4y-7=0 to'g'ri chiziqlar o'zaro parallel, ularni

$3x+4y+\frac{7}{2}=0$, $3x-4y-7=0$ tarzida yozsak, $d=\frac{\left|\frac{7}{2}+7\right|}{\sqrt{3^2+4^2}}=\frac{21}{10}=2{,}1$ ekanligi kelib chiqadi .

6) A(2;-1), va B(1;2) nuqtalardan o'tuvchi to'g'ri chiziq tenglamasi

$\frac{x-2}{1-2}=\frac{y+1}{2-(-1)}$ yoki $y=-3x+5$

7) C(2;-1) dan o'tib , y=4x+3 ga parallel (perpendikulyar) bo'lgan to'g'ri chiziq tenglamasi $y+1=4(x-2)$ $\left[y+1=-\frac{1}{4}(x-2)\right]$

Barchangizga omad yor bo’lsin!!!