* 8-mavzu .Fazoda analitik geometriya.

1. Fazoda Dekart va yarim qutbiy koordinatalar sistemalari.

1. To`g`ri burchakli 0xyz Dekart koordinatalar sistemasi o`lchov birligi aniqlangandan so`ng o`zaro perpendikulyar, bitta 0 nuqtada kesishuvchi 0x, 0y, 0z o`qlari yordamida kiritiladi. Bunda 0-koordinata boshi, 0x- absissa,0y- ordinata, 0z- oplikata o`qlari deyiladi.

Biror C nuqta berilsa, undan 0x, 0y, 0z o`qlariga perpendikulyar tekisliklar o`tkazamiz. Bu tekisliklarning son o`qlari bilan kesishgan nuqtalari C nuqtaning to`g`ri burchakli yoki Dekart koordinatalari deyiladi. C(x;y;z) , x=0C_x , y=0C_y, z=0C_z.

Bu kattaliklar ,mos ravishda C nuqta absissasi, ordinatasi ,oplikatasi deyiladi.

0xy, 0yz, 0xz tekisliklari koordinata tekisliklari deyiladi. Ular fasoni 8ta bo`lak- oktantlarga ajratadi . Masalan $I$-oktantda $x>0$, $y>0$, $z>0$ bo`lsa , oxirgi VIII-oktantda $x<0$,$y<0$, $z<0$ boladi.

2. Fazodagi C nuqta holatini qutb koordinatalari va oplikata yordamida aniqlash mumkin. Buning uchun Dekart koordinatalari boshi va qutb boshini bitta nuqtaga, boshlang`ich nurni absissaga ustma – ust qo`yamiz. C nuqtaning 0xy tekislikdagi proeksiyasi C' bo`lsa, r=I0C'I, $\varphi=<x0C'$, z=$C'C$ kattaliklar yordamida C ning fazodagi xolati

$$C\ (r,\ \varphi,\ z)$$

tarzida aniqlanadi. Bunda r, φ, z – silindrik koordinatalari , kiritilgan sistema esa silindrik koordinatalar sistemasi deyiladi. Silindrik va Dekart koordinatalari o`zaro bog`lanishi qutb koordinatalar yordamida

$$\begin{cases} x = rcos\varphi \\ y = rsin\varphi \\ z = z \end{cases} \qquad r=\sqrt{x^2+y^2}\ , \qquad tg\,\varphi=\frac{y}{x}$$ ko`rinishida bo`lishi avvaldan ma`lum.

3. Fazodagi C nuqtani ko`ramiz . 0$C$ =ρ , $<C0z=\Theta$ bo`lsin. Bundan tashqari C nuqtaning qutbiy φ koordinatasini ham ko`ramiz .

ρ , φ , Θ kattaliklar C nuqtaning sferik koordinatalari , kiritilgan sistema esa , sferik koordinatalar sistemasi deyiladi. Yordamchi kattalik sifatida C ning qutbiy r koordinatasi ma`lum desak,

r = ρcos(90° - φ)=ρsin Θ o`rinli ekanligidan ,

$$\begin{cases} x = rcos\varphi = \rho sin\Theta cos\varphi \\ y = rsin\varphi = \rho sin\Theta sin\varphi \\ z = \rho cos\Theta \end{cases}$$ o`zaro bog`lanishni keltirib chiqaramiz.

*8.2. Fazoda masofa, kesmani berilgan nisbatda bo`lish, koordinatalarni almashtirish .

Fazoda ikki nuqta orasidagi burchak:

$$IBM = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2}$$

Agar A va B tutashtirilib , kesma hosil qilinsa va bu kesmada C(x ; y ; z) nuqta olinib $\frac{|AC|}{|CB|}=\lambda$ munosabat o`rinli bo`lsa , x $=\frac{x_1+\lambda x_2}{1+\lambda}$, y=$\frac{y_1+\lambda y_2}{1+\lambda}$,z=$\frac{z_1+\lambda z_2}{1+\lambda}$ formulalarni keltirib chiqarish mumkin. .Xususan IACI=ICBI , $\lambda=1$ bo`lsa , x= $\frac{x_1+y_2}{2}$, y= $\frac{y_1+y_2}{2}$, z= $\frac{z_1+z_2}{2}$ kelib chiqadi .

Agar koordinatata boshi O(0; 0; 0) dan biror bir O' (a; b; c) nuqtaga ko`chirilsa , A(x; y; z) nuqtaning yangi $x'o'y'z'$ , sistemadagi koordinatalari mos ravishda $A'(x',y',z')$ bo`ladi . Eski va yangi koordinatalar

$$\begin{cases} x = x' + a \\ y = y' + b \\ z = z' + c \end{cases}$$ formulalar yordamida o`zaro bog`lanadi .

Agar x, y o`qlari 0z atrofida biror $\alpha$ burchakka burilsa , eski va yangi koordinatalar bog`lanishi

$$\begin{cases} x = x'cos\alpha - y'sin\alpha \\ y = x'sin\alpha + y'cos\alpha \\ z = z' \end{cases}$$

korinishda , x, z o`qlari 0y atrofida biror β burchakka burilsa ,

$$\begin{cases} x = x'\ cos\beta - z'\ \ sin\beta \\ y = y' \\ z = y'sin\beta + z'\ \ cos\beta \end{cases}$$

ko`rinishda , y,z o`qlari 0x atrofida biror bir γ burchakka burilsa ,

$$\begin{cases} x = x' \\ y = y'cos\gamma - z'\ \ sin\gamma \\ z = y'sin\gamma + z'\ \ cos\gamma \end{cases}$$

bog`lanishlar orinli bo`ladi. Bunda α , β, γ – burchaklar Eyler burchaklari deyiladi

8.3. Vektorlar, amallar, xossalari.

Ko`pgina miqdorlar (hajm , massa , zichlik , temperatura , . . .) faqatgina son orqali aniqlanadi . Shuning uchun , ularni skalyar miqdorlar diyiladi . Ba`zi miqdorlar esa ham son qiymati, ham yo`nalishi bilan aniqlanadi

(kuch , tezlik, . . .). Bunday miqdorlarni vektor miqdorlar deyiladi..Ularni o`rganish uchun vektor tushunchasi kiritiladi.

Yo`naltirilgan kesma vektor deyiladi . Kesma boshi vektor boshi , oxiri esa vector oxiri diyiladi . Agar nuqta A nuqtada boshlanib, B nuqtada tugasa $\overrightarrow{AB}$ yoki $\overrightarrow{a}$ kabi belgilanadi .

Agar ikki vektordan birini parallel ko`chirish natijasida ikkinchisini hosil qilish mumkin bo`lsa, ular teng boladi , ya`ni yo`nalishdosh , uzunligi teng vektorlar o`zaro tengdir .

Parallel to`g`ri chiziqlarda yotuvchi vektorlar kolleniar , bir tekislikda yotuvchi vektorlar o`zaro komplanar deyiladi .

Boshi va oxiri ustma -ust tushgan vektor nol vektor deyiladi va $\overrightarrow{0}$ tarzida yoziladi ,uning yo`nalishi ixtiyoriy deb qabul qilinadi

1.Chiziqli amallar .

Ikki $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar yig`indisi deb shunday $\vec{c}$ vektorga aytiladiki , bu vektor $\vec{a}$ ning oxiriga $\vec{b}$ parallel ko`chirib keltirilganda , $\vec{a}$ ning boshi va $\vec{b}$ ning oxirini tutashtiruvchi vektordir . $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$

Agar vektorlar boshi bir nuqtaga ko`chirilib , tomonlari shu vektolar bo`lgan vektor yasasak , umumiy uchdan chiquvchi diagonal yig`indi vektor bo`ladi Qo`shishning bu usullari uchburchak va parallelogramm qoidalari deyiladi .

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar ayirmasi deb, shunday $\vec{c}$ vektorga aytiladiki , $\vec{a} = \vec{c} + \vec{b}$ o`rinli bo`ladi . Parallelogramm usulida $\vec{c}$ - ayirma vektor berilgan vektorlar uchlarini tutashtiruvchi , $\vec{a}$ tomon yo`nalgan dioganal vektordir .

$\vec{a}$ vektorning haqiqiy λ songa ko`paytmasi deb shunday vektorga aytiladiki , bu vektor uzunligi I$\lambda$I.I $\vec{a}$ I ga, yo`nalishi $\lambda > 0$ da $\vec{a}$ bilan bir xil ,$\lambda < 0$ da esa $\vec{a}$ ga qarama- qarshi yo`nalgan vektordir .

Fazoda boshi A $(x_1 ; y_1; z_1)$, oxiri B $(x_2; y_2 ; z_2)$ nuqtada bo`lgan vektor

$$\vec{a} = \overrightarrow{AB} == (x_2 - x_1 ; \quad y_2 - y_1 ; z_2 - z_1),$$

vektorga teng . Demak, ixtiyoriy vektor boshini koordinata boshiga ko`chirish mumkin, ya`ni fazoda qancha nuqta bo`lsa, shuncha vektor mavjud va aksincha . Qolgan vektorlar “ aylangani chiqqan “ xolos .

Tushunarliki $\vec{a}$ vektorning 0x , 0y , 0z o`qlariga proeksiyalari mos ravishda x , y, z bo`lsa , ular vektorning koordinatalari deyiladi., $\vec{a}$ (x; y; z) tarzida yoziladi.

Ikki nuqta orasidagi masofa formulasidan

$$\vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad , \quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

ekanligi kelib chiqadi .

Koordinatalari bilan berilgan $\vec{a}$ $(x_1 ; y_1; z_1)$, $\vec{b}$ $(x_2; y_2 ; z_2)$ C ustida arifmetik amallar quyidagicha kiritiladi .

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (x_2 \pm x_1 ; \quad y_2 \pm y_1 ; z_2 \pm z_1), \quad , \quad \lambda . \vec{a} = (\lambda x_1 ; \lambda y_1; \lambda z_1)$$

Agar $\vec{a}$, $\vec{b}$ vektorlar o`zaro kolleniar bo`lsa , shunday haqiqiy λ topish mumkinki, $\vec{b}$=λ $\vec{a}$ o`rinli bo`ladi , ya`ni $\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_2}{y_1} = \frac{z_2}{z_1} = \lambda$.

Agar $\vec{a}$ (x; y; z) vektorning 0x; 0y; 0z o`qlariga og`ish burchaklari mos ravishda α, β, γ bo`lsa, bu burchaklar kosinuslari-cosα, cosβ, cosγ lar vektorning yo`naltiruvchi kosinuslari deyiladi .

x= I $\vec{a}$ I.cosα, y= I $\vec{a}$ I.cosβ z= I $\vec{a}$ I. cosγ ekanligidan doimo

$cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma$=1 o`rinli bo`ladi va

$$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}} , \cos\beta = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \quad \cos\gamma = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

Vektorni qo`shish, ayirish, songa ko`paytirish amallarri quyidagicha xossalarga ega:

1) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
2) $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$
3) $\lambda. (\mu.\vec{a}) = (\lambda.\mu). \vec{a}$
4) $(\lambda+\beta) . \vec{a} = \lambda.\vec{a} + \mu.\vec{a}$
5) $\lambda (\vec{a} + \vec{b}) = \lambda . \vec{a} + \lambda . \vec{b}$

Bir necha $\vec{a}_1 , \vec{a}_2, \dots, \vec{a}_n$. vektorlarni qo`shish uchun, birining oxiriga ikkinchisini parallel ko`chiramis. $\vec{a}_1$ ning boshi va $\vec{a}_n$ ning oxirini tutashtiruvchi vektor yig`indi vektor deyiladi. Bu esa qo`shishning ko`pburchak usuli deyiladi .

2. Skalyar ko`paytma.

Nolga teng bo`lmagan $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning skalyar ko`paytmasi deb , shu vektorlar uzunliklari bilan ular orasidagi burchak kosinusi ko`paytmasidan iborat songa aytiladi,

$\vec{a} \cdot \vec{b}$ yoki $|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| .\cos\varphi$

Skalyar ko`paytma quyidagi xossalarga ega .

1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} . \vec{a}$

2) $(\lambda\vec{a}).\vec{b} = \lambda(\vec{a} \cdot \vec{b})$

3) $\vec{a} .(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} * \vec{b} + \vec{a} * \vec{c}$

4) $\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$

5) $\vec{a} * \vec{b} = 0 \quad \leftrightarrow \quad \vec{a} \perp \vec{b}$

Oxirgi xossalardan ortlar uchun $\vec{\imath}^{\,2} = \vec{\jmath}^{\,2} = \vec{k}^{\,2} = 1$, $\vec{\imath} * \vec{\jmath} = \vec{\imath} * \vec{k} = \vec{\jmath} * \vec{\imath} = \vec{\jmath} * \vec{k} = \vec{k} * \vec{\imath} = \vec{k} * \vec{\jmath} = 0$ ekanligi kelib chiqadi .

Fazoda kordinatalari bilan berilgan $\vec{a}\ (x_1 ; y_1 ; z_1)$, $\vec{b}\ (x_2 ; y_2 ; z_2)$ vektorlar skalyar kopaymasini topish bilan shug`ullanamiz.

Kosinuslar teoremasiga kora;

$$|\vec{b} - \vec{a}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}| . |\vec{b}| \cos\varphi = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\,\vec{a} * \vec{b}$$

Ikkinchi tenglamadan

$$|\vec{b} - \vec{a}|^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 = x_2^2 - 2x_2 x_1 + x_1^2 + y_2^2 - 2y_2 y_1 + y_1^2 + z_2^2 + 2z_1 z_2 + z_1^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2(x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2)$$

Demak , $\vec{a}.\vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$.

Bu formulani vektorlarning ortlar bo`yicha yoyilmasi yordamida ham olish mumkin.

$$\vec{a}.\vec{b} = (x_1\vec{\imath} + y_1\vec{\jmath} + z_1\vec{k}).(x_2\vec{\imath} + y_2\vec{\jmath} + z_2\vec{k}) = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

Bu ikki vektorlar orasidagi burchak quyidagicha topiladi :

$$\cos\varphi = \frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|\,|\vec{b}|} = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} * \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

3. Vektor ko`paytma.

$\vec{a}$ vektorning $\vec{b}$ vektorga vektor ko`paytmasi deb, shunday $\vec{c}$ vektorga aytiladiki, u quyidagi shartlarga bo`ysinadi :

1) $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$,

2) $|\vec{c}| = |\vec{a}| . |\vec{b}| . \sin\varphi$

3) $|\vec{c}|$ uchidan qaralganda , $\vec{a}$ *dan* $\vec{b}$ ga yonalish soat sterelkasi yo`nalishiga qarama – qarshi bo`lishi kerak.

Vektor ko`paytma $\vec{c} = \vec{a}x\vec{b} = [\vec{a}; \vec{b}]$ tarzida belgilanadi .

Ta`rifdan ko`rinadiki , $\vec{c}$ ning uzunligi $\vec{a}$ *va* $\vec{b}$ vektorlarga qurilgan parallelogramm yusasini ifodalovchi songa teng .

Vektorlar vektor ko`paytmasi quyidagi xossalarga ega ;

1) $\vec{a}\vec{b}$ bo`lsa $\overline{a x b} = 0$

2) $\vec{a}x\vec{b} = -\vec{b}x\vec{a}$

3) $\lambda\vec{a}x\vec{b} = \lambda(\vec{a}x\vec{b}) = \vec{a}x\lambda\vec{b}$

4) $(\vec{a}+\vec{b})x\vec{c} = \vec{a}x\vec{c} + \vec{b}x\vec{c}$

5) $\vec{i}x\vec{i} = \vec{j}x\vec{j} = \vec{k}x\vec{k} = 0$ $\quad \vec{i}x\vec{j} = \vec{k}$, $\quad \vec{j}x\vec{i} = -\vec{k}$, $\quad \vec{j}x\vec{k} = \vec{i}$, $\quad \vec{k}x\vec{j} = -\vec{i}$,

$\vec{k}\ x\ \vec{i} = \vec{j}$, $\quad \vec{i}x\vec{k} = -\vec{j}$

Koordinatalari bilan berilgan $\vec{a}\ (x_1 ; y_1 ; z_1)$, $\vec{b}\ (x_2 ; y_2 ; z_2)$ vektorlar vektor ko`paytmasini xisoblab topish masalasini ko`ramiz .

$\vec{c} = \vec{a}x\vec{b} = (x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k})x(x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}) = -y_1x_2\vec{k} + z_1x_2\vec{j} + x_1y_2\vec{k} - z_1y_2\vec{i} - x_1z_2\vec{j} + y_1z_2\vec{i} =$

$$= \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\vec{k} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

Demak , $\vec{a}x\vec{b} = \vec{c}$ bo`lsa ,

$$\vec{c} = \vec{c}\ \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\right) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix}$$

Natijalar. 1) $\vec{a}$ *va* $\vec{b}$ vektorlar perpendikulyar bo`lishi uchun $\vec{a} * \vec{b} = 0$ bo`lishi zarur va etarlidir .

4. Aralash ko`paytma .

$\vec{a}$, $\vec{b}$ va $\vec{d}$ vektorlar aralash ko`paytmasi deb, $\vec{a}x\vec{b}$ va $\vec{d}$ vektorlar skalyar ko`paytmasiga teng songa aytiladi va $\overline{(\vec{a}x\vec{b}\,)} * \vec{d}$ yoki $(\vec{a};\vec{b}\,;\vec{d})$ ko`rinishda belgilanadi.

Agar $\vec{a}$, $\vec{b}$ vektorlar x0y tekisligida joylashgan bo`lsa, $\vec{c} = \vec{a}x\vec{b}$ vektor 0z o`qiga parallel yo`naladi. Agar $\vec{d}$ vektor 0z o`qi bilan biror α burchak xosil qilsa. u holda $h = |\vec{d}\,|$ .cosα kattalik, asosi $\vec{a}$ *va* $\vec{b}$ ga qurilgan parallelogramm, yon qirrasi $\vec{d}$ bo`lgan parallelopiped balandligidir. Demak,

$$\overline{(\vec{a}x\vec{b}\,)}\,\vec{d} = \vec{c}.\vec{d} = |\vec{c}\vec{d}\,|.\cos\alpha = S\ .h = V_{par}$$

$V_{par} = |\,\overline{(\vec{a}x\vec{b}\,)}.\vec{d}\,|$, chunki $(\vec{b}x\vec{a}).\vec{c} = -V_{par}$ bo`lishi mumkin.

$\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}$ vektorlarga qurilgan piramida hajmi esa,

$$V_{pir} = \frac{1}{6}\,|(\vec{a}x\vec{b}\,).\vec{d}\,|$$

chunki bu piramida uchburchakli prizmaning $\frac{1}{3}$ qismidir, paralelopipedning $\frac{1}{6}$ qismi bo`ladi.

Vektorlar koordinatalari yordamida aralash ko`paytmani xisoblash masalasini ko`ramiz .

$$\vec{c} = \vec{a}x\vec{b} =, \left(\begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}\right),\ \vec{d} = (x_3, y_3, z_3) \ \text{bo`lsa,}$$

$$(\vec{a}x\vec{b}\,) * \vec{d} = \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix}.x_3 - \begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix}.y_3 + \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}.z_3 = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

kelib chiqadi.

Natijalar. 1) Agar $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{d}$ vektorlar komplanar bo`lsa,

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix} = 0$$

bo`ladi va aksincha. 2) $(\,\vec{a}x\vec{b}\,,\vec{d}) = \overline{(\vec{a}\,,\vec{b}\,x\vec{d})}$ 3) $V_{pir} = \frac{1}{6}\left\|\begin{matrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{matrix}\right\|$.

5. **Qo`sh vektor ko`paytma.**

$(\vec{a}x\vec{b})x\vec{d}$ vektor qo`sh vektor ko`paytma diyiladi .

$$(\vec{a}x\vec{b})x\vec{d} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \begin{vmatrix} y_1 & z_1 \\ y_2 & z_2 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} x_1 & z_1 \\ x_2 & z_2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}$$

tarzida bu vektorni topish mumkin .

1.$\vec{a}$(1;-2;5), $\vec{b}$(2;3;-4), $\vec{c}$(1;-2;4) vektorlar berilgan. Quyidagilarni toping.

$2\vec{a} - 3\vec{b}+\vec{c}$; $\vec{a}.\vec{b}$, $\vec{a}\ x\ \vec{b}$, $(\vec{a}\ x\ \vec{b}).\vec{c}$

1) $2\vec{a} - 3\vec{b}+\vec{c}$ = 2(1;-2;5) – 3(2;3;-4) + (1;-2;4) = (2;-4;10) – (6;9;-12) + +(1;-2;4) = (-3;-15;26) /

2) $\vec{a}.\vec{b} =$ 1.2+ (-2).3+5.(-4) = 2- 6- 20 = -24.

3) $\vec{a}\ x\ \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -2 & 5 \\ 2 & 3 & -4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}.\vec{i}$ - $\begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}.\vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}.\vec{k} =$ - 7 $\vec{i} +\ 14\vec{j}$ +7$\vec{k}$;

4) $(\vec{a}\ x\ \vec{b}).\vec{c} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 2 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 7 & -14 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ = -7