Mavzu: Vektorlarni vektor va aralash ko’paytmasi

Reja:

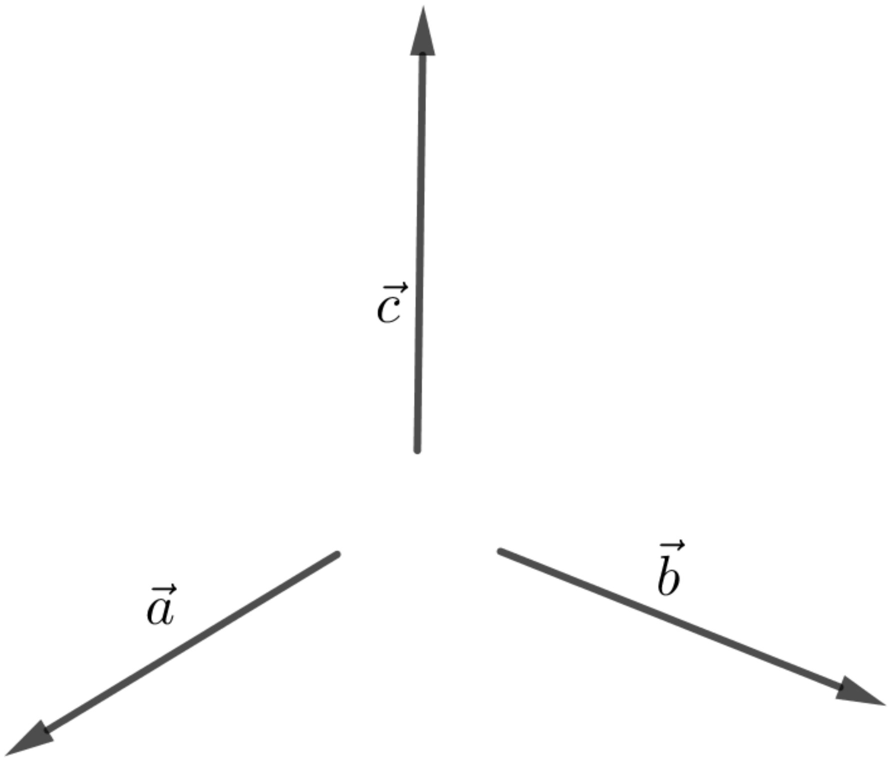
1. Asosiy tushunchalar
2. Ikki vektorning vektor ko’paytmasi va uning xossalari
3. Uch vektorning aralash ko’paytmasi va uning xossalari.
4. Mavzuga doir misollar.

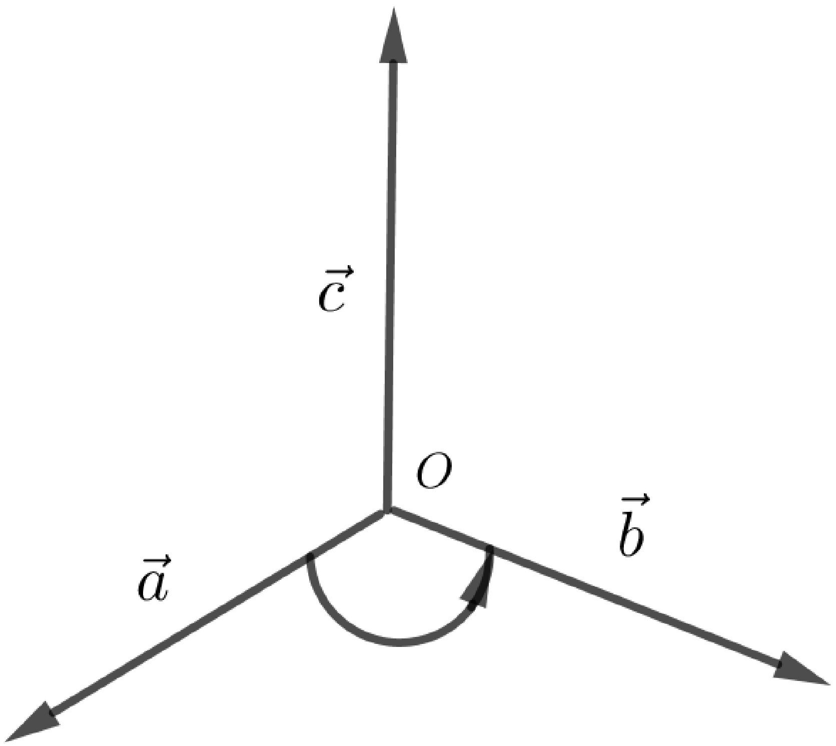
1. Asosiy tushunchalar

1.1. Tartiblangan sistema.

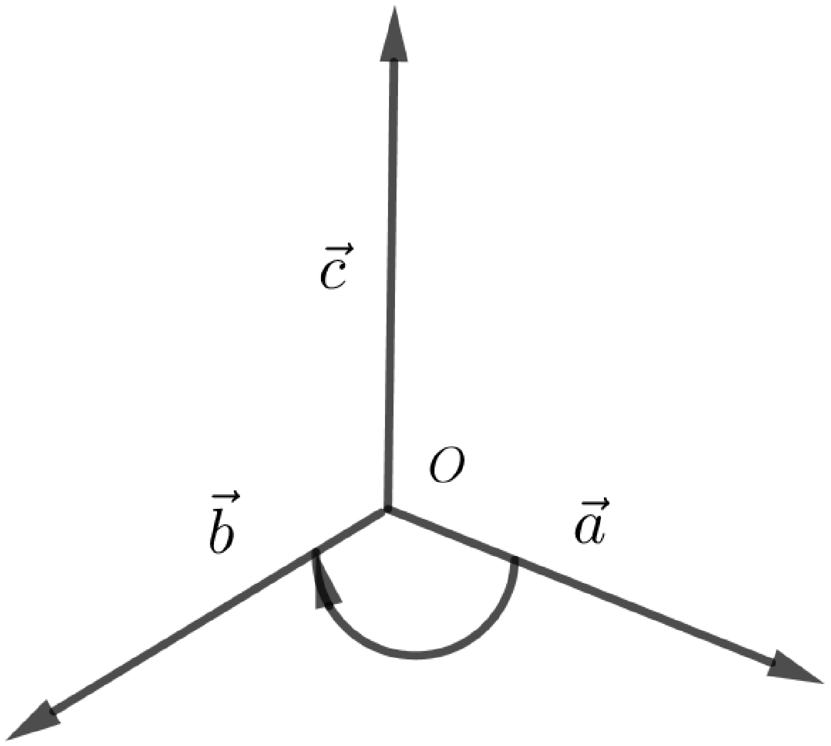
Agar uch vektordan iborat sistema ma’lum tartibda (1-chi, 2-chi, 3-chi) berilgan bo’lsa, bunday sistema tartiblangan sistema deyiladi.

Uchta $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ komplanar bo’lmagan tartiblangan vektorlar berilgan bo’lsin. Bu vektorlarni umumiy boshlang’ich nuqtaga keltiramiz.


$\vec{c}$
$\vec{a}$
$\vec{b}$



O’ng uchlik



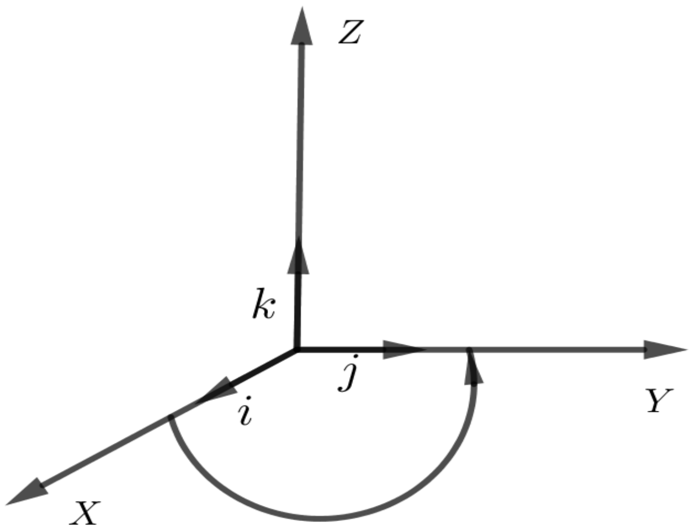
Chap uchlik

1.2. O’ng va chap uchliklar

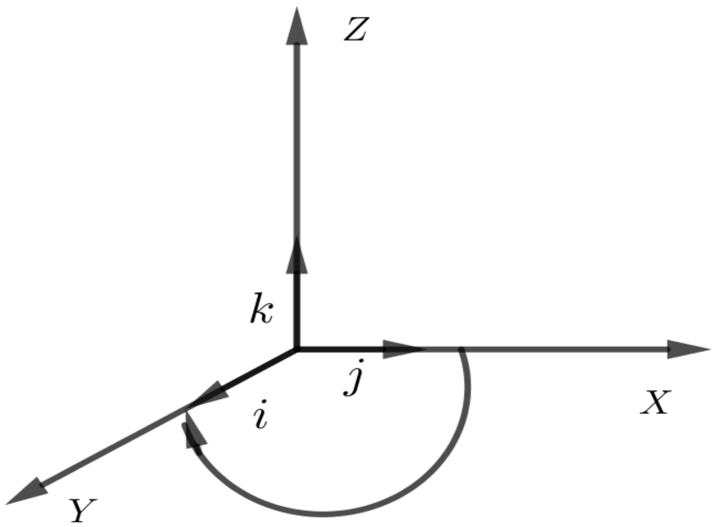
$\vec{c}$ vektor uchidan qaraganda $\vec{a}$ vektordan $\vec{b}$ vektorga eng qisqa burilish soat mili aylanishiga teskari yo’nalishda bo’lsa, u holda bu vektorlar uchligini o’ng uchlik deyiladi.

Aksincha bu vektorlar uchligi chap uchlik tashkil etadi deyiladi.

Fazoda Dekart koordinatalar sistemasi ham o’ng va chap sistemalarga bo’linadi.



O’ng sistema



Chap sistema

2. Ikki vektorning vektor ko'paytmasi va xossalari

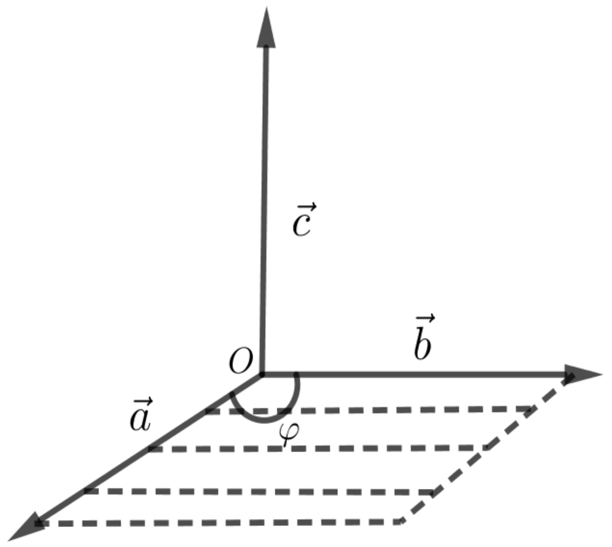
1-Ta'rif. $\vec{a}$ vektorni $\vec{b}$ vektorga vector ko'paytmasi deb, shunday $\vec{c}$ vektorga aytiladiki, u quyidagi shartlarni qanoatlantiradi.

1) $\vec{c} \perp \vec{a}$ va $\vec{c} \perp \vec{b}$;
2) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektorlar o'ng uchlikni tashkil etadi.
3) $\vec{c}$ vektorni uzunligi $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarda yasalgan parallelogram yuziga teng bo'ladi. Ya'ni

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin\varphi \qquad (1)$$

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarning vektor ko'paytmasi
$\vec{a} \times \vec{b}$ ko'rinishda belgilanadi.

$$|\vec{c}| = \left|\vec{a} \times \vec{b}\right| = S_{parall} \quad (2)$$



Vektor ko'paytmaning xossalari

1°. $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

2°. $(\lambda\vec{a})\times \vec{b} = \lambda(\vec{a} \times \vec{b})$

3°. $\vec{a} \times \left(\vec{b} + \vec{c}\right) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$

4°. $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{b} \times \vec{b} = 0$

5°. $\vec{i} \times \vec{i} = \vec{j} \times \vec{j} = \vec{k} \times \vec{k} = 0$

Vektor ko’paytmani determinant orqali hisoblash.

Aytaylik $\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlar $\vec{i}\,,\vec{j},\ \vec{k}$ ortlar orqali yoyilgan bo’lsin.

Ya’ni $\vec{a}$=$x_1 i + y_1 j + z_1 k$,$\vec{b}$=$x_2 i + y_2 j + z_2 k$

Bu holda vector ko’paytma quyidagi formulalardan aniqlanadi:

$$\vec{a}\ \times \vec{b}=\begin{vmatrix} i & j & k \\ x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \end{vmatrix} \qquad (3)$$

$\vec{a}$ va $\vec{b}$ vektorlarda yasalgan uchburchak yuzi

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} S_{parall} = \frac{1}{2} |\vec{a} \times \vec{b}|$$

3. Uch vektorni aralash ko'paytmasi va xossalari.

Uchta $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ komplanar bo'lmagan vektorlar berilgan bo'lsin.

2-Ta'rif. $\vec{a} \times \vec{b}$ vektor ko'paytmani $\vec{c}$ vektorga skalyar ko'paytmasiga aralash ko'paytma deyiladi va uni

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$$

ko'rinishda belgilanadi.

Uch vektorning aralash ko’paytmasi skalyar miqdor bo’lib, uni geometrik ma’nosi $\vec{a}, \vec{b}\ va\ \vec{c}$ vektorlarda yasalgan parallelopipedning hajmiga teng.

$V = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} =$

$=|\vec{a} \times \vec{b}| \cdot |\vec{c}| \cdot cos\alpha = S_{parall}$

Bu yerda $\text{h} = |\vec{c}| \cdot cos\alpha$