ASOSIY TUSHUNCHALAR.VEKTORLAR USTIDA CHIZIQLI AMALLAR.BAZIS VA KOORDINATALAR.

ASOSIY TUSHUNCHALAR.

VEKTORLAR USTIDA CHIZIQLI AMALLAR.

BAZIS VA KOORDINATALAR.

ORTONORMIRLANGAN BAZIS. DEKART KOORDINATALAR SISTEMASI.

VEKTORLARNING SKALYR KO’PAYTMASI, UNING TA’RIFI, ALGEBRAIK XOSSALARI. GEOMETRIK TADBIG’I.

UNING BERILGAN VEKTOR KOORDINATALARI BILAN IFODALANISHI.

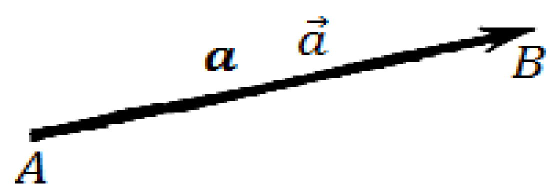
VEKTORLARNING VEKTORIAL KO’PAYTMASI. UNING TA’RIFI. UNING ALGEBRAIK VA GEOMETRIK HOSSALARI.

KOORDINATALARI BILAN BERILGAN VEKTORLARNING VEKTORAL KO’PAYTMASI.

ASOSIY TUSHUNCHALAR.

Tabiatda turli hil kattaliklar mavjud bo'lib ularnini bilish uchun bitta son qiymat etarli bo'ladi. Skalyr muqdorlarga temperature, massa, kuchlarning bajargan ishizichliklarni misol qilib keltirish mumkin. Ulardan boshqa xarakterdagi miqdorlar ham mavjudki, ularni xarakterlash uchun dittasonning o'zi kifoya emas. Masalan: siljish, tezlik, tezlanish, kuch elektrmaydonning kuchlanganligi va h. k. z.lar. Bunday kattaliklarni o'ganish uchun ***vector*** tushunchasi kiritiladi.

Ta'rif. Yo'nalichga etga kesmaga vector deyladi. Bu kesmaning bitta uchi uning boshi, ikkinchi uchi esa ohri xisoblanadi.



Chizmadavectorlar $\overrightarrow{AB}$ yki $\vec{a}$ k abibelgilanadi.

Ta'rif. Vektorni ifodalovchi kesmaning uzunligiga vektorning uzunligi yoki uning moduli deyiladi va quyidagicha belgilanadi $|\overline{AB}|$ yki $|\vec{a}|$

Ta'rif. Boshi bilan oxiri ustma-ust tushgan vektorlar nol vector bo'ladi:

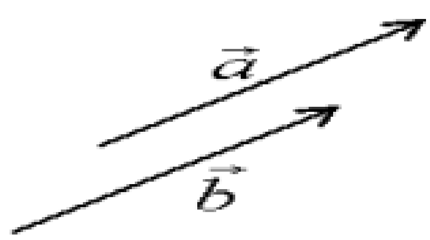
$$\vec{0},\ |\vec{0}| = 0\ .$$

Ta'rif. Agar vector bittato'g'richiziqdayotsayki parallel to'g'richiziqlardaytsabundayvertorlar***kolleniar***vektorlardeyiladi. Nolvektorlarixtiyriyvektorgakolleniarbo'ladi.

Ta'rif. Agar uchtavectorlarbittatekislikdayki parallel tekisliklardayotsabundayvektorlarkomplanarvektorlardeyladi.

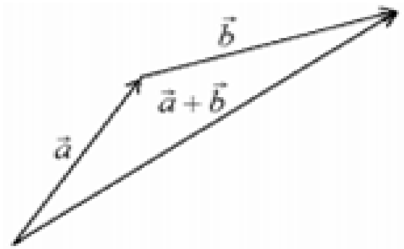
Vektorlarerkinykibog'liqbolishimumrin.

Bundankeyinerkinvectorlarninazardatutamiz.



VEKTORLAR USTIDA CHIZIQLI AMALLAR.

Ta'rif. Ikkita vektorning yig'indisi deb **a** vektornins boshidan chiqib **b** uchini tutashtiruvchi vektorga teng bo'ladi.

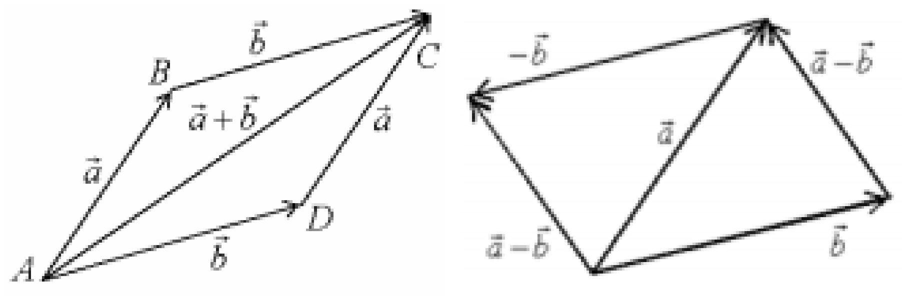


Vektorlarniqo'shishquyidagixoccalargatga:

1. **a+b=b+a**
2. **(a+b)+c=a+(b+c)**
3. **a+0=a**
4. **Ixtiyriy a vector uchunungaqarama-qarshi –a vector ma'jud**

a+Место для формулы. (**-a**)=0

Yqoridagixooccalarningisbotlariquyilagichizmalardanma'lum.



Vektorlarni ayirish quyidagi qo'shish amaliga keltiriladi:

$$\mathbf{a - b = a + (-b\,)}$$

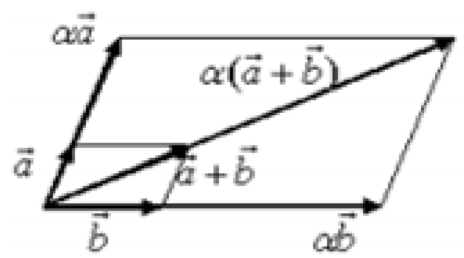
Ta'rif. Vektorni skaliyar songa ko'paytirishdan xosil bo'lgan vector a vektorga kollenar bo'ladi; uzunligi esa $|\alpha|\cdot|\vec{a}|$ ga teng bo'ladi, yo'nalishi esa $\alpha > 0$ bo'lganda $\vec{a}$ vektorning yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi, akc holda yo'nalishi $\vec{a}$ vektorga qarama- qarshi tomonga yo'nalgan bo'ladi.

Vektorni songa ko'paytirish amalining geometric ma'nosi quyidagicha bo'ladi: vector $\vec{a}$ni αsonga ko'paytirganda $\vec{a}$ vektor $|\alpha|$ marta cho'ziladi agar $|\alpha| \geq 0$, agar $0 < |\alpha| < 1$ ciqiladi . Agar α< 0 $\vec{a}$ vektor undan tashqari yo'nalishini qarama- qarsh tomonga o'gartiradi.

Vektorni sjyga ko'paytirish amali quyidagi xoossalarga ega:

5. α(**a**+**b**)=α**a**+α**b**
6. (α+β)**a**=α**a**+β**a**
7. α(β**a**)=(αβ)**a**
8. 1·**a**=**a**

Yuqoridagi 5 nchi xossani quyidagi chizmadan ko'rish mumkin.

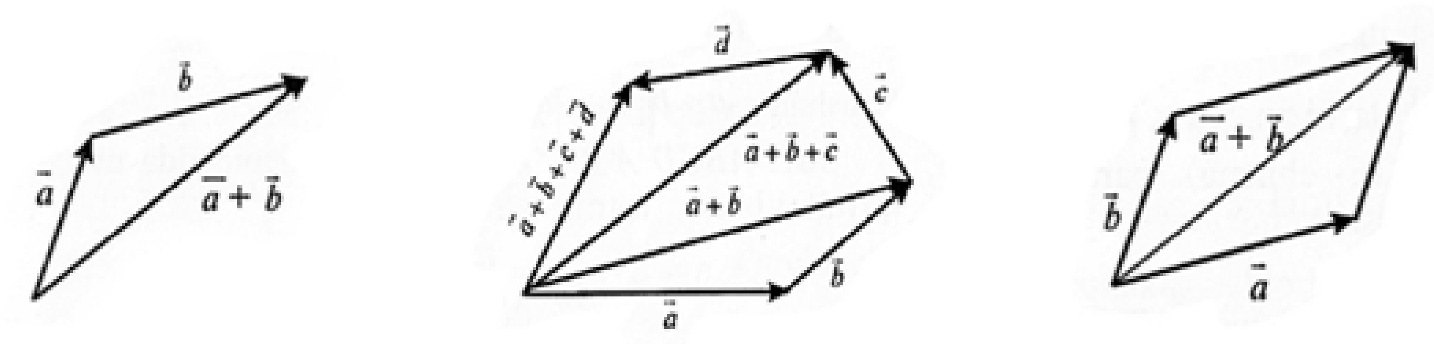


1°. Vektorlarni qo'shish. $\vec{a}$va$\vec{b}$ vektorlarning yig'indisini *uchburchak usuli* bilan (13-chizma) va *parallel ogramm usuli* bilan (14-chizma) topish mumkin.

2°. Bir necha vektorning *yig'indisi* $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}$ deb, shu siniq chiziqning yopuvchisidan iborat vektorga aytiladi (15-chizma).

Ikki vektorning *ayirmasi* $\vec{a}-\vec{b}$ deb bu vektorda qurilgan parallelogrammning ikkinchi diagonaliga aytiladi, bu holda vektorning yo‘naluvchi “kamayuvchi” vektorning oxiriga qo‘yiladi.

3°.Vektorni songa ko‘paytirish. $\vec{a}$ vektorning biror α songa *ko‘paytmasi* deb, uzunligi $\alpha|\vec{a}|$ga teng bo‘lgan, yo‘nalishi esa berilgan vektor yo‘nalishiday $(\alpha > 0)$ yoki unga qarama-qarshi $(\alpha < 0)$ bo‘lgan yangi vektorga aytiladi.



13-chizma. 14-chizma. 15-chizma.

4°. Vektor proyeksiyalari haqida quyidagi ikki asosiy teoremalar o‘rinlidir:

1. *Vektorlar yig‘indisining biror o‘qqa nisbatan proyeksiyasi, ularning shu o‘qqa nisbatan proyeksiyalarining yig‘indisidan iborat:*

$$PR_u(\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \cdots + \vec{a}_n) = PR_u\vec{a}_1 + PR_u\vec{a}_2 + \cdots + PR_u\vec{a}_n.$$

2. *Vektor biror songa ko‘paysa, uning proyeksiyasi ham shu songa ko‘payadi:*

$$PR_u(\alpha\vec{a}) = \alpha PR_u\vec{a}.$$

Agar $\vec{a} = \{x_1; y_1; z_1\}$, $\vec{b} = \{x_2; y_2; z_2\}$ bo‘lsa, u holda

$\vec{a} + \vec{b} = \{x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2\}va\vec{a} - \vec{b} = \{x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2\}$.

Agar $\vec{a} = \{x; y; z\}$ bo‘lsa, u holda ixtiyoriy α soni uchun $\alpha\vec{a} = \{\alpha x; \alpha y; \alpha z\}$ bo‘ladi.

5°. Uchta $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ vektorlar uchun quyidagi shartlar bajarilsa, ular koordinata *bazislari* deyiladi:

1) $\boldsymbol{i}$ vektor Ox o'qida, $\boldsymbol{j}$ vektor Oy o'qida, $\boldsymbol{k}$ vektor Oz o'qida yotsa;

2) har biri $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}, \boldsymbol{k}$ vektorlar o'z o'qida musbat tomonga yo'nalgan bo'lsa;

3) $|\boldsymbol{i}| = 1$, $|\boldsymbol{j}| = 1$va $|\boldsymbol{k}| = 1$, ya'ni ular birlik vektorlar bo'lsa.

Har bir $\vec{a} = \{x; y; z\}$ vektorni **i, j, k** bazis bo'yicha yoyish mumkin, ya'ni

$$\vec{a} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k}.$$

BAZIS VA KOORDINATALAR.

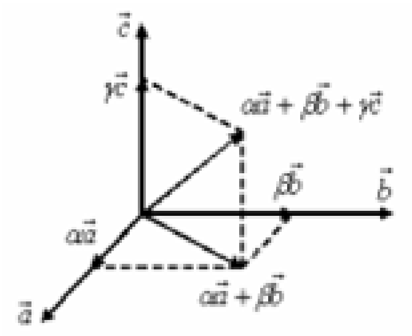
Ta'rif. Ma'lum bir qoida bilan olingan fazodagi uchta komplanar bo'lmagan vektorlar fazoning bazis vektorlari deyiladi.

Ta'rif. Ma'lum birqoida bilan olingan tekislikdagi ikkita kolleniar bo'lmagan vektorlar tekislikning bazis vektorlari deyiladi.

Ta'rif. Har qanday nol bo'lmagan vector to'g'ri chiziqning bazis vektori deyiladi.

Teorema. Har qanday vectorni fazo bazis vektorlarida yagona usul bilan yoyish mumkin. Boshqacha qilib aytsak, **a, b, c,** vectorlar fazoning bazis vectorlari bo'sa **d** vectorni quyidagicha yozish mumkin.

d=α**a**+β**b**+γ**c.**



Isbotlaymiz. Faraz qilaylik $\{a, b, c\}$ fazoning bazis vectorlari bo'lsin. **d-**

ixtiyriy vector. **αa + βb+γc=0**. Bu tenglik faqat α=0; β=0; γ=0 bo'lganda bajariladi. $\alpha_1 \boldsymbol{a} + \alpha_2 \boldsymbol{b} + \boldsymbol{\alpha_3}\, \boldsymbol{c} + \boldsymbol{\alpha_4 d} = 0$. Bu bolich mumkin emas, chunki **a, b, c** vectorlar bazis vectorlardir.

$\boldsymbol{\alpha_4 d} = -\alpha_1 \boldsymbol{a} - \alpha_2 \boldsymbol{b} - \boldsymbol{\alpha_3}\, \boldsymbol{c}$; **d**$= -\frac{\alpha_1}{\alpha_4}\boldsymbol{a} - \frac{\alpha_2}{\alpha_4}\boldsymbol{b} - \frac{\alpha_3}{\alpha_4}\boldsymbol{c}$; **d=αa+βb+γc .**

Yagonaligini ham huddi isbotlash mumkin.

Vectorning bazizlardagi yoyilmasi shu vectorning berilgan bazisdagi koordinatalari deyiladi.

d$= \alpha\boldsymbol{a} + \beta\boldsymbol{b} + \gamma\boldsymbol{c} \ = \{\alpha, \beta, \gamma\}$.

Ta'rif. Komponentlari bilan berilgan vectorlarni qo'shishda uning koordinatalari qo'shiladi.

$$\vec{d}_1 = \alpha_1\vec{a} + \beta_1\vec{b} + \gamma_1\vec{c}\,,\ \vec{d}_2 = \alpha_2\vec{a} + \beta_2\vec{b} + \gamma_2\vec{c}$$

$$\vec{d}_1 + \vec{d}_2 = (\alpha_1 + \alpha_2)\vec{a} + (\beta_1 + \beta_2)\vec{b} + (\gamma_1 + \gamma_2)\vec{c}$$

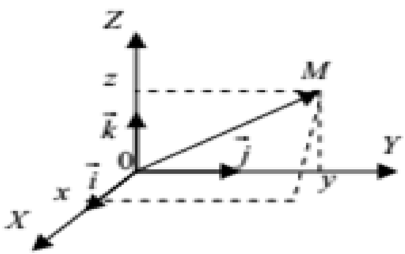
$$\lambda\vec{d}_1 = (\lambda\alpha_1)\vec{a} + (\lambda\beta_1)\vec{b} + (\lambda\gamma_1)\vec{c} \ .$$

ORTONORMIRLANGAN BAZIS. DEKART KOORDINATALAR SISTEMASI.

Faraz qilaylik o'zaro bir-biri bilan perpendikulyar bo'lgan uzunliklari birga teng vektorlar berilgan bo'lsin.

Ularni quyidagicha belgilaymiz: $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$, $|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$.

Ta'rif. Bunday bazis vectorlar ortonomirlangan bazislar deyiladi.



Hosil bo'lgan sistema koordinatalar sistemasi to'g'ri burchakli koordinatalar sistemasi deyiladi.

$$\vec{a} = \{x, \ y, z\} = x \cdot \vec{i} + \ y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$$

Ta'rif. Bazis vektorlar bo'ylab va koordinatalar boshidan o'tgan chiziqlar koordinata o'qlari deyiladi. Mos ravishda ularga OX - abscissa,OY -

ordinate va OZ- applikata o'qlari deyiladi.

α, β, γ – burchaklar **a** vectorning koordinata o'qlari bilan hosil qilgan burchaklaridir. Mos ravishda $\cos\alpha$,$\cos\beta$,$\cos\gamma$ **a** vectorning yo'naltiruvchi kosinuslari deb ataladi.

$$\bar{a}_0 = \frac{\bar{a}}{|\bar{a}|} = \{\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma\}$$

Yo'naltiruvchi kosinuslar uchun ushbu tengsizlik doim o'rinlidir.