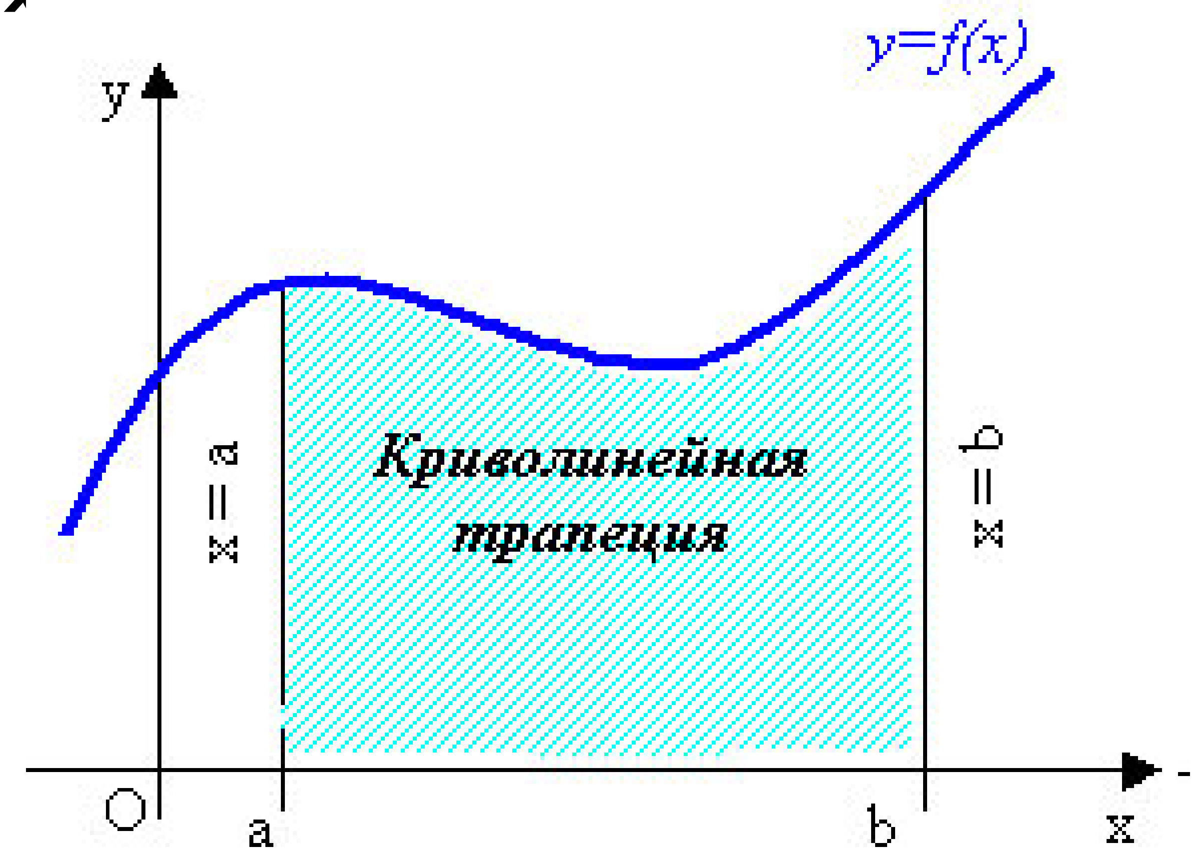
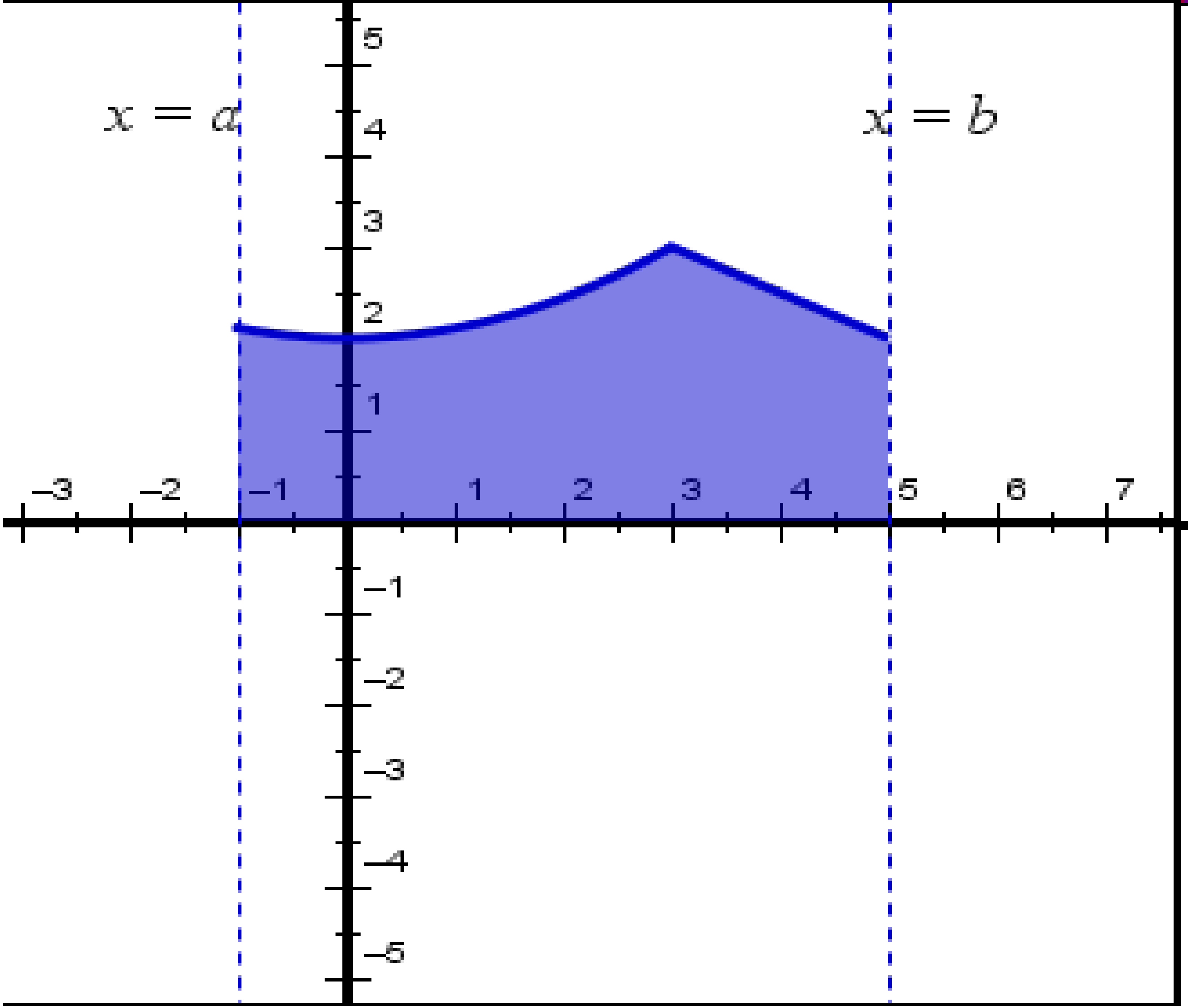
Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла

- Задача1. (**О вычислении площади криволинейной трапеции.)**

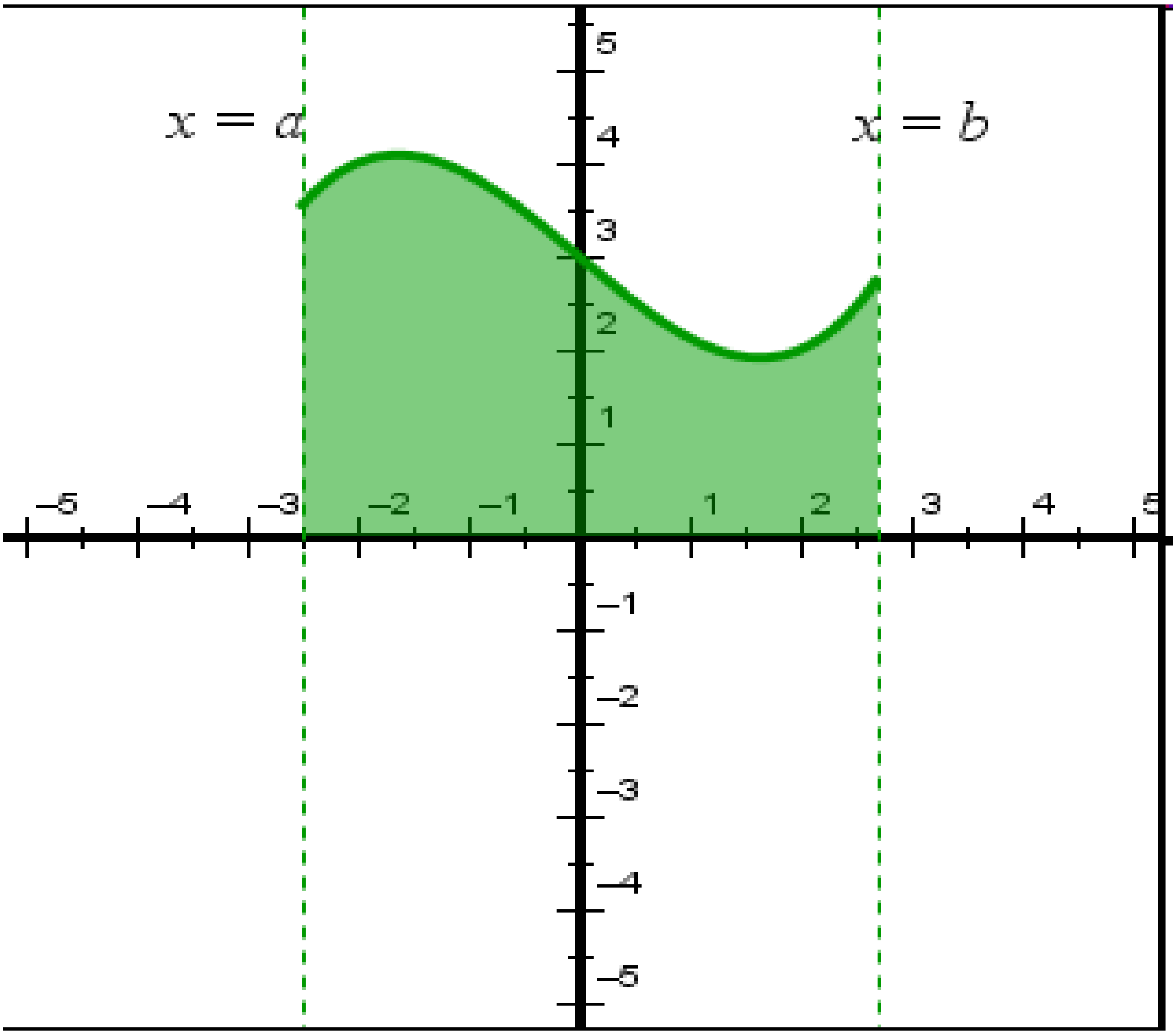
Определение:

фигура, ограниченная графиком неотрицательной и непрерывной на отрезке [a; b] функции f , осью Ox и прямыми x = a, x = b

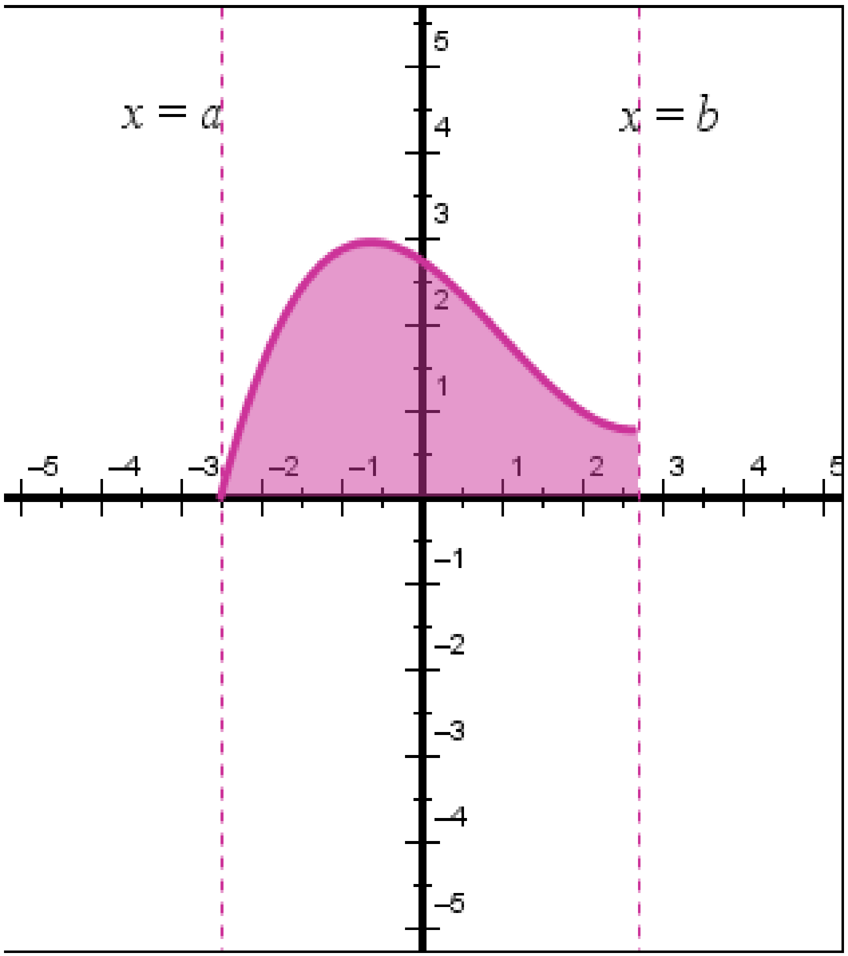




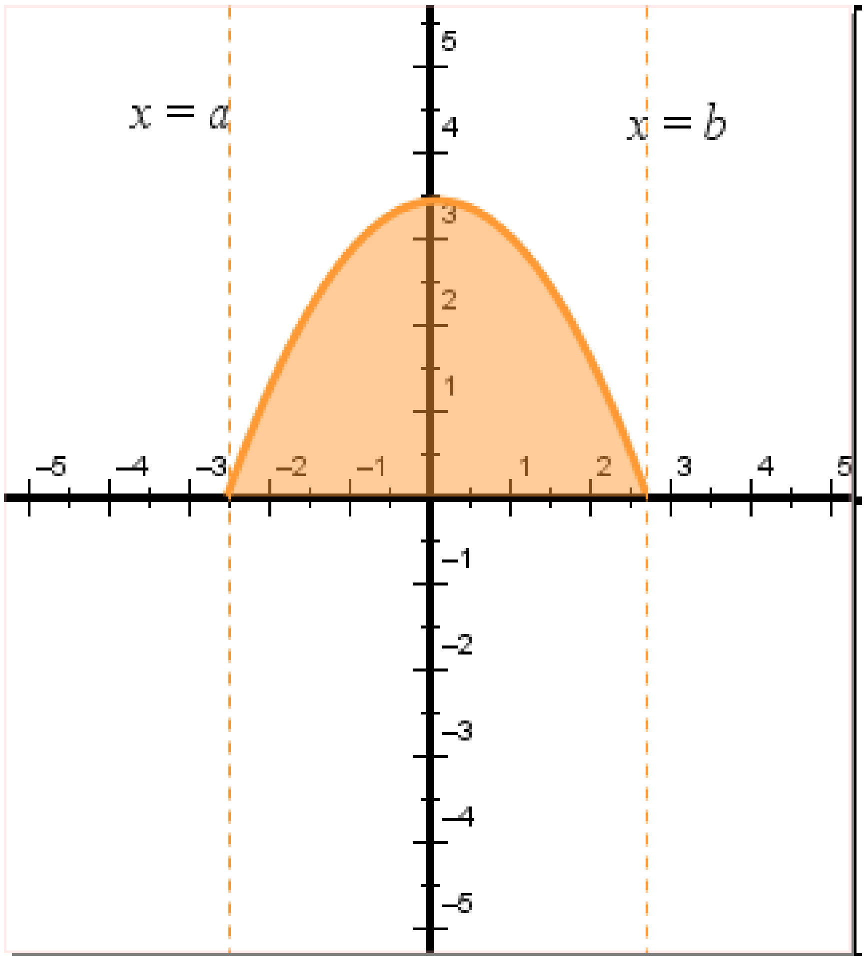
$x = a$
$x = b$
5
4
3
2
1
−1
−2
−3
−4
−5
−3
−2
−1
1
2
3
4
5
6
7



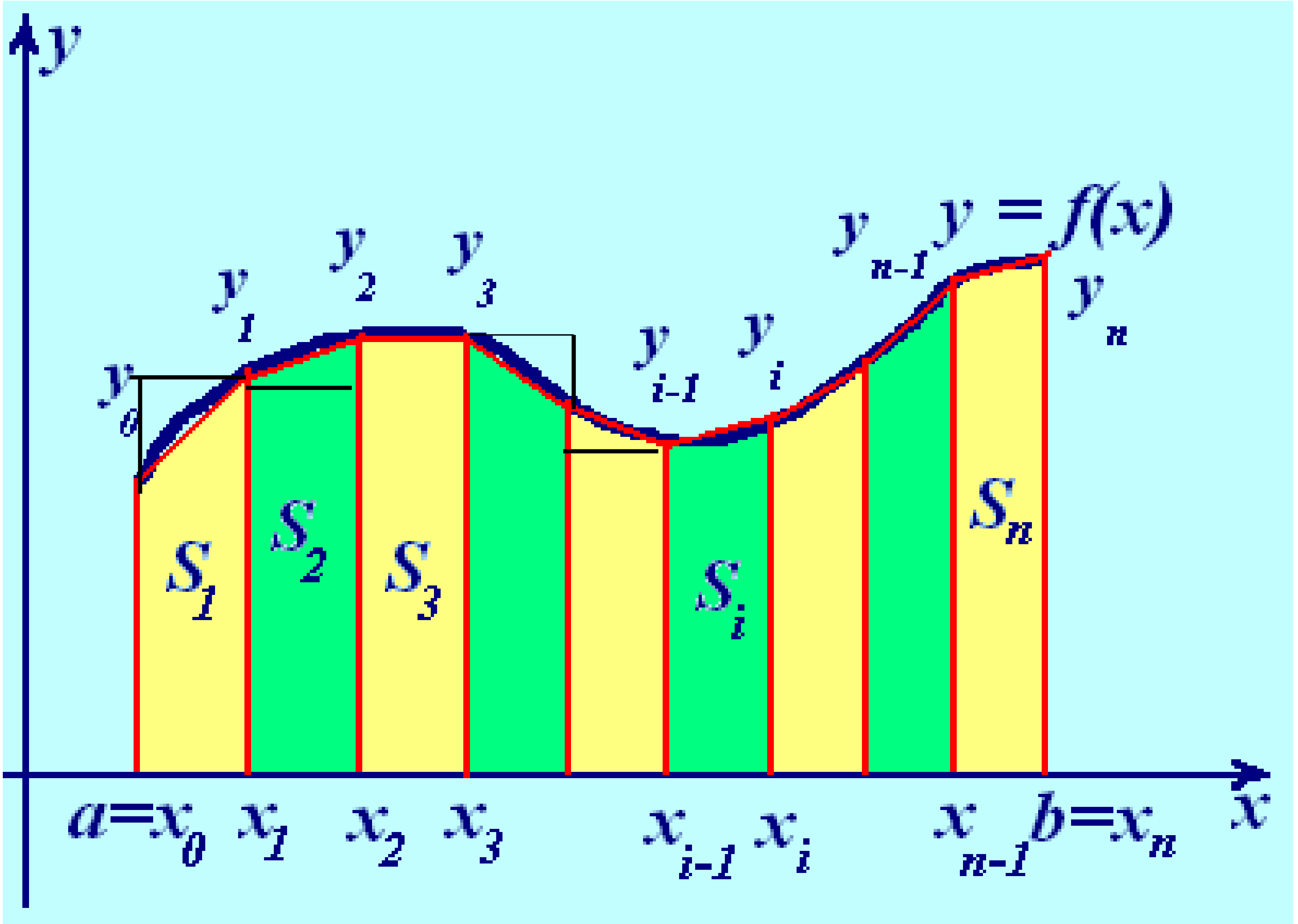
$x = a$
$x = b$



$x = a$
$x = b$



$x = a$
$x = b$



y
x
y = f(x)
y0
y1
y2
y3
yi-1
yi
yn-1
yn
S1
S2
S3
Si
Sn
a=x0
x1
x2
x3
xi-1
xi
xn-1
b=xn

- **Площадь криволинейной трапеции равна пределу последовательности S_n**

$$\mathbf{S = \lim_{n \to \sim} S_n}$$

$$\int_a^b f(x)dx = \lim_{\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} f(z_i)\Delta x_i$$

Понятие определенного интеграла.

- 1. Разбиваем отрезок [а;в] на правных частей.
- 2. Составляем сумму площадей прямоугольников.
- 3. Вычисляем предел **$S = \mathrm{Lim}\ S_n$**

Этот предел называют определенным интегралом от функции y = f(x) по отрезку [a;b]

- **«Интеграл»** - *латинское слово integro – “восстанавливать” или integer – “целый”.*
- *Одно из основных понятий математического анализа, возникшее в связи потребностью измерять площади, объемы, отыскивать функции по их производным.*
-

Знак $\int$ - стилизованная буква S от латинского слова summa – **“сумма”**. Впервые появился у Г.В. Лейбница в 1686 году.

Формула Ньютона- Лейбница

Если f(x)– непрерывная и неотрицательная на отрезке [a; b]

функция , а F(x) – ее первообразная на этом отрезке , то площадь S соответствующей криволинейной трапеции равна приращению первообразной на отрезке [a; b] , т.е.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$F(b) - F(a) = F(x)\Big|_a^b$$

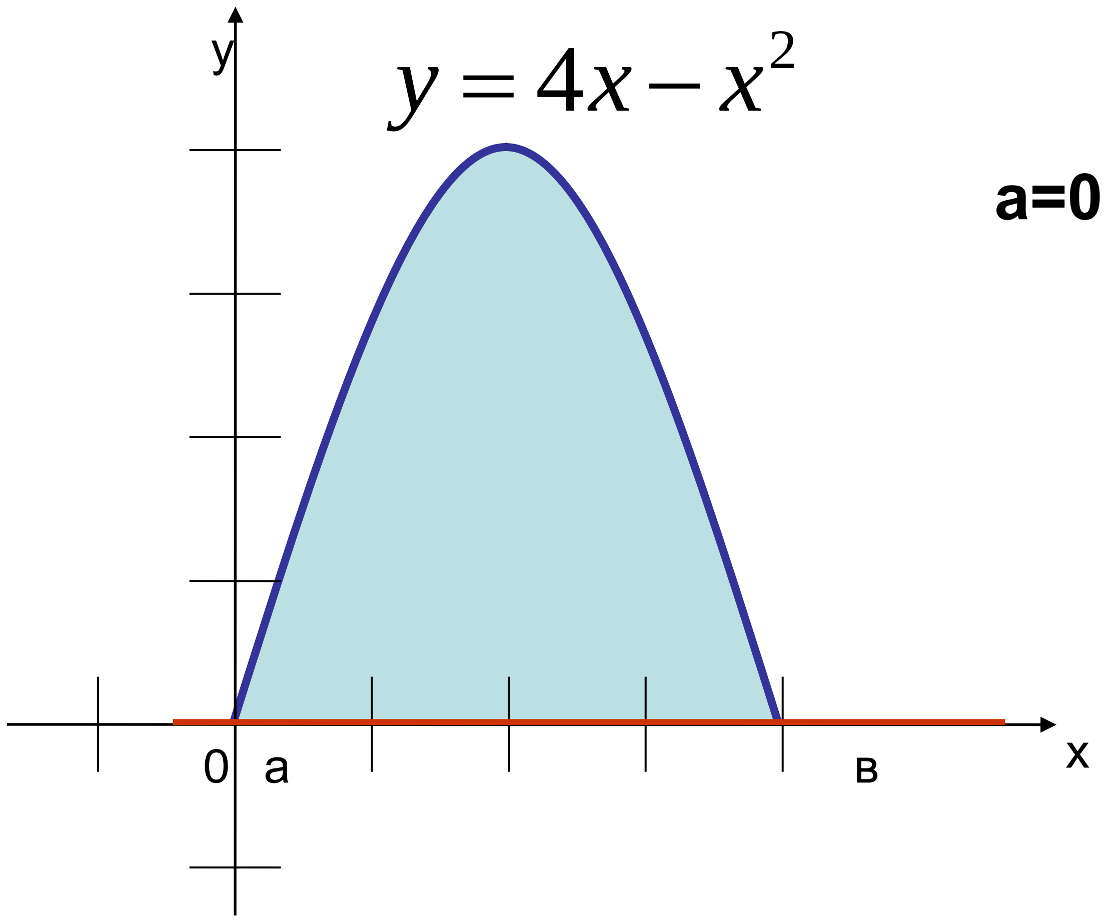
Готфрид Вильгельм фон Лейбниц.

Исаак Ньютон

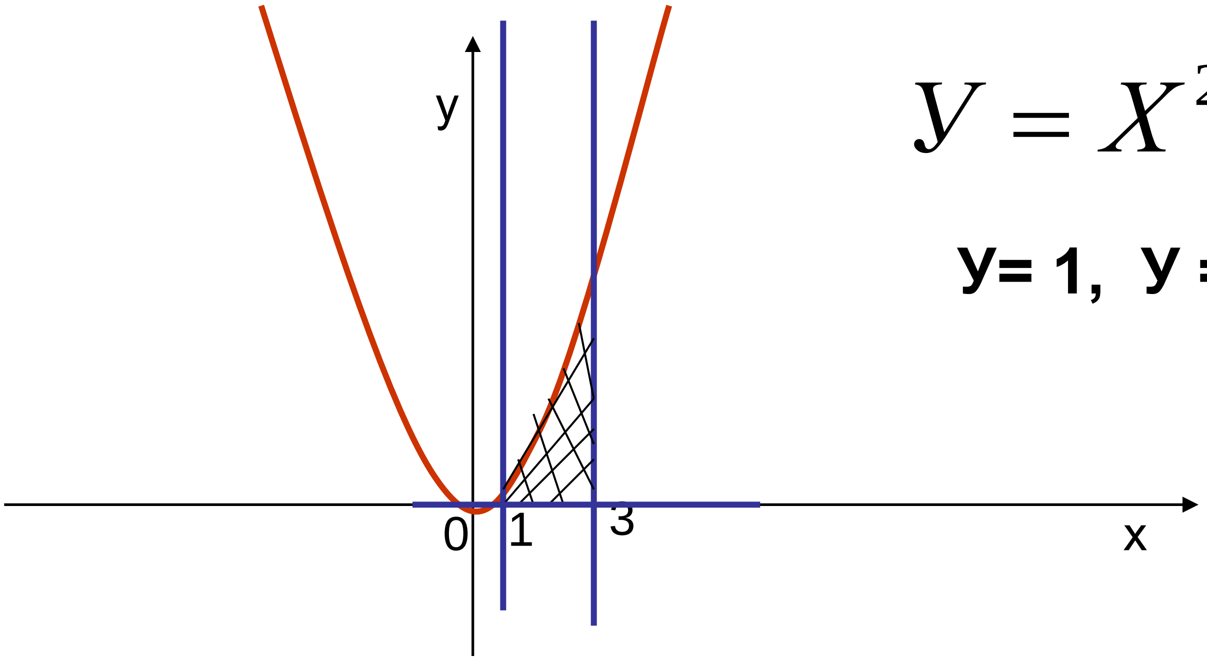
1646 - 1716

1643-1727

великих деятелях, как сэр ***Исаак Ньютон и Готфрид Вильгельм фон Лейбниц. Конфликт возник вокруг исследований о функциях. Раздор о первенстве в получении результатов привлек внимание всей общественности своего времени. Но было ли место для конфликта? Сегодня достоверно известно, что нет. Ведь каждый из них шел своим путем, и лишь один Бог ведает, как сильно могла уйти вперед наука, если бы эти мыслители встретились тогда в далеком прошлом.***



a=0, в= 4, y = 4x – x2



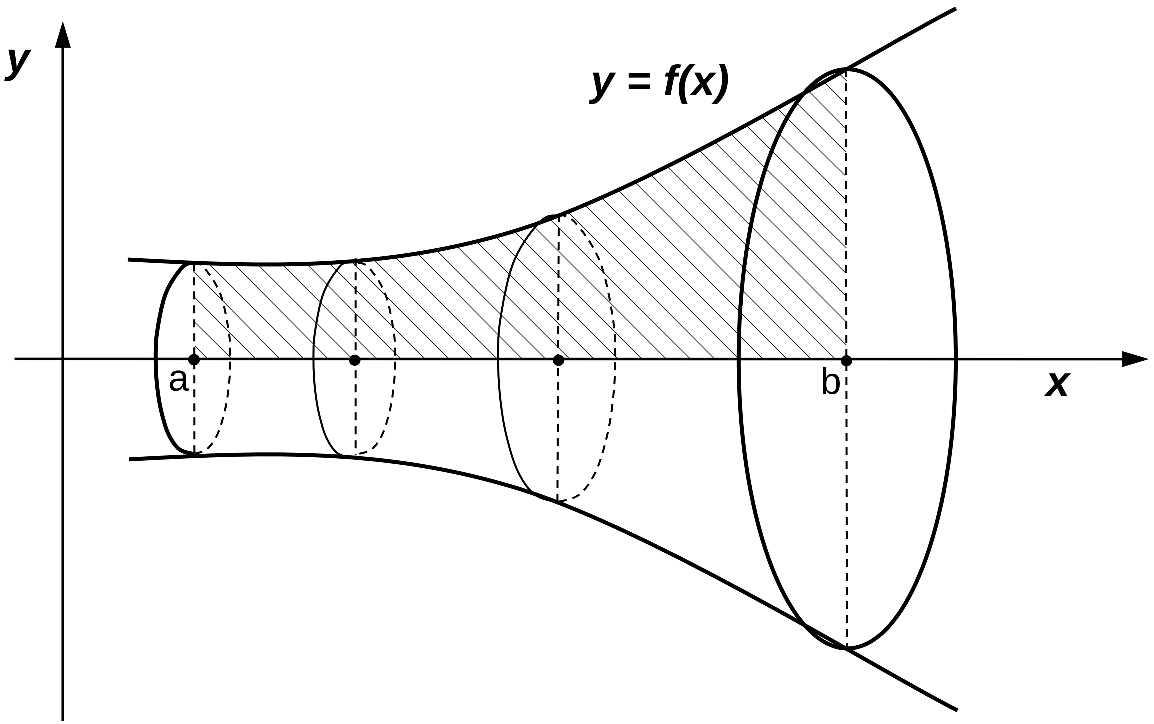
$$Y = X^2$$

$y = 1, \; y = 3, \; X = 0$

- $$\int_1^3 x^2 dx =$$

$$\int_1^3 x^2 dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_1^3 = \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 9 - \frac{1}{3} = 8\frac{1}{3}$$

- Площадь фигуры
  Объем тела вращения
  Работа электрического заряда
  Работа переменной силы
  Центр масс
  Формула энергии заряженного конденсатора


y
y = f(x)
a
b
x