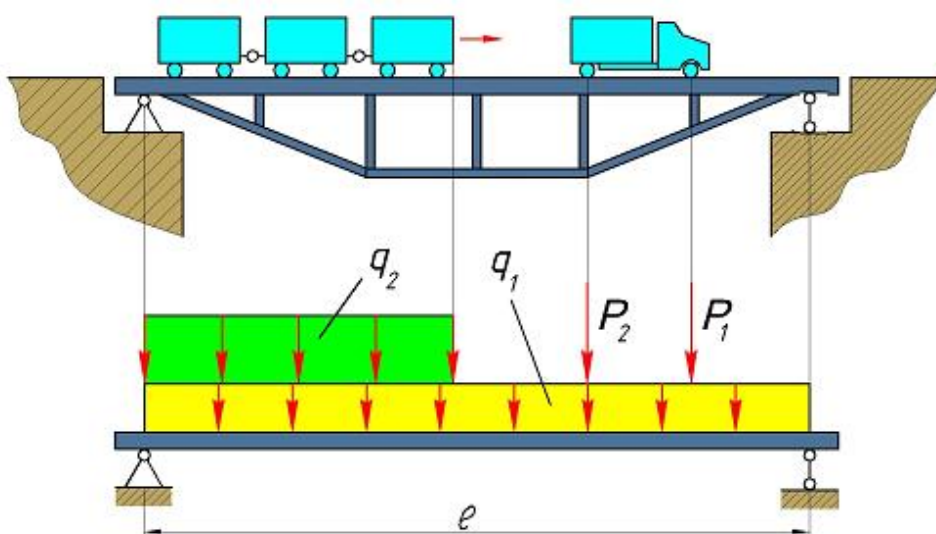


МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ ИНСТИТУТ ИНЖЕНЕРОВ ИРРИГАЦИИ И
МЕХАНИЗАЦИИ СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА

Кафедра "Теоретическая и строительная механика"

Методическое пособие по выполнению расчетно-графических работ
по курсу "Сопротивление материалов"



Т а ш к е н т - 2020

Методическое пособие рассмотрено и одобрено на Научно-методическом Совете института протокол № 4 от 20.06.2020 г.

При изучении курса «Соппротивление материалов» наряду с прослушиванием лекций, практических и лабораторных занятий, студенты выполняют домашние задания в виде расчетно-проектировочных работ.

Настоящее методическое пособие по курсу «Соппротивление материалов» включает в себя разделы «Растяжение - сжатие», «Изгиб» и «Перемещения в балках при изгибе».

В настоящей работе приведены примеры и решения задач, варианты заданий расчетно-графических работ.

Составители:

О.И.Карабаев – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Теоретическая и строительная механика»,

Б.Ш.Юлдошев – кандидат технических наук, доцент кафедры «Теоретическая и строительная механика».

А.Т.Нумонов – ассистент кафедры «Теоретическая и строительная механика».

Рецензенты:

1. **А.Абдукадыров** – кандидат технических наук, доцент кафедры «Строительная механика и сейсмостойкость сооружений» ТАСИ,
2. **О.Кодиров**, доцент, к.т.н., ТИИИМСХ

Общие методические рекомендации пособия

Перед тем как приступить к выполнению задания рекомендуется соблюдать следующие указания:

1. Проработать соответствующий теоретический раздел курса сопротивление материалов (Темы: «Растяжение - сжатие. Определение продольной силы Q ; Изгиб. Определение напряжений; Изгиб. Определение перемещений») по учебникам и лекционному материалу. Подробный теоретический материал по данному вопросу имеется в учебнике С.М. Степин «Сопротивление материалов». М.: Высшая школа, 1998, §§ 45-67, а также в других учебниках и учебных пособиях (1), (2), (3), (4).

2. Выбрать данные для расчета согласно своему личному шифру или порядковому номеру по журналу.

3. Расчетно-проектировочная работа должна быть выполнена самостоятельно, оформлена с соблюдением всех требований, завершена и защищена в срок установленный кафедрой.

ВВЕДЕНИЕ

Сопротивление материалов – наука о прочности, жесткости и устойчивости элементов инженерных конструкций. Методами сопротивления материалов выполняются расчеты, на основании которых определяются необходимые размеры деталей машин и конструкций инженерных сооружений.

В отличие от теоретической механики сопротивление материалов рассматривает задачи, в которых наиболее существенными являются свойства твердых деформируемых тел, а законами движения тела как жесткого целого здесь пренебрегают. В то же время, вследствие общности основных положений, сопротивление материалов рассматривается как раздел механики твердых деформируемых тел.

В состав механики деформируемых тел входят также такие дисциплины, как теория упругости, теория пластичности, теория ползучести, теория разрушения и др., рассматривающие, по существу, те же вопросы, что и сопротивление материалов. Различие между сопротивлением материалов и другими теориями механики твердого деформируемого тела заключается в подходах к решению задач.

Строгие теории механики деформируемого тела базируются на более точной постановке проблем, в связи с чем, для решения задач приходится применять более сложный математический аппарат и проводить громоздкие вычислительные операции. Вследствие этого возможности применения таких методов в практических задачах ограничены.

В свою очередь, методы сопротивления материалов базируются на упрощенных гипотезах, которые, с одной стороны, позволяют решать широкий круг инженерных задач, а с другой, получать приемлемые по точности результаты расчетов.

При этом главной задачей курса является формирование знаний для применения математического аппарата при решении прикладных задач, осмысления полученных численных результатов и поиска выбора наиболее оптимальных конструктивных решений. То есть данный предмет является

базовым для формирования инженерного мышления и подготовки кадров высшей квалификации по техническим специализациям.

В сопротивлении материалов, как и во всякой отрасли естествознания, исследование вопроса о прочности или жесткости реального объекта начинается с выбора расчетной схемы. Расчетная схема конструкции – его упрощенная схема, освобожденная от несущественных в данной задаче особенностей. Выбор расчетной схемы начинается со схематизации свойств материалов сооружения.

РАСТЯЖЕНИЕ-СЖАТИЕ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О ДЕФОРМАЦИИ РАСТЯЖЕНИЯ-СЖАТИЯ

Растяжением-сжатием называется деформация, которая происходит под действием двух равных и противоположно направленных вдоль оси стержня сил. При работе бруса на растяжение (сжатие) в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор - **продольная сила N** , представляющая собой равнодействующую внутренних, нормальных сил, возникающих в поперечном сечении бруса.

Продольная сила определяется методом сечения (метод Розу).

Продольная сила в произвольном сечении бруса численно равно алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, приложенных по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Растягивающая продольная сила считается положительной, сжимающая – **отрицательной**.

Закон изменения продольной силы по длине бруса обычно изображают в виде графика – эпюры продольных сил.

В поперечных сечениях бруса возникают только нормальные напряжения, определяемые по формуле

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

где N - продольная сила;

A - площадь поперечного сечения.

Абсолютная деформация бруса длиной l , имеющего постоянное поперечное сечение, при условии, что продольная сила во всех сечениях одинакова, определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot A}$$

где E – модуль продольной упругости – физическая константа, характеризующая жесткость материала при линейной деформации. Для стали $E = 2 \cdot 10^4 \text{ кН/см}^2$.

Произведение $E \cdot A$ называют жесткостью сечения бруса при растяжении (сжатии).

СТАТИЧЕСКИЕ ОПРЕДЕЛИМЫЕ ЗАДАЧИ

Задача № 1. Для стального стержня определить во всех поперечных сечениях продольную силу N , напряжение σ , и вертикальные перемещения δ всех поперечных сечений стержня. Результаты изобразить графически, построив эпюры N , σ , δ .

Данные берутся из таблицы № 1.

Пример № 1

Дано: $d_1 = 1,5 \text{ см} = 15 \text{ мм}$, $d_2 = 2 \text{ см} = 20 \text{ мм}$, $l_1 = 100 \text{ см}$, $l_2 = 150 \text{ см}$, $l_3 = 250 \text{ см}$

$P_1 = 10 \text{ кН}$, $P_2 = -20 \text{ кН}$, $P_3 = 30 \text{ кН}$.

Определить: Продольную силу - N , нормальное напряжение - σ , перемещение сечений - δ и построить их эпюры.

Для определения N мысленно рассекаем брус по сечению 1-1, 2-2 и 3-3 (рис.1.).

Из условия равновесия части стержня сечения 1-1 получим:

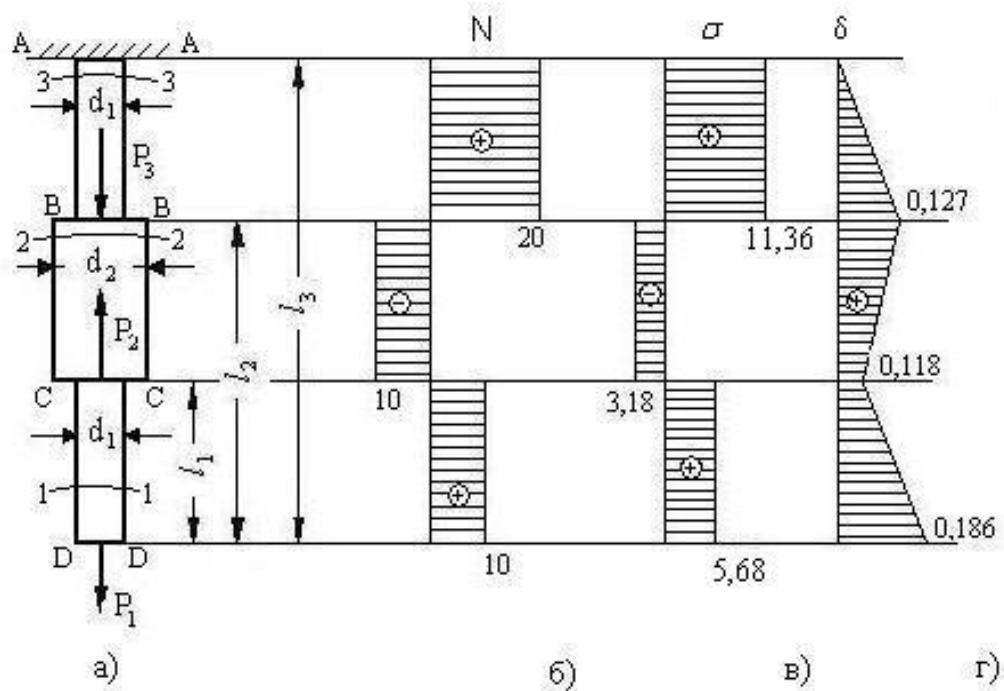
$$\sum x = 0, N_1 - P_1 = 0, N_1 = P_1 = 10 \text{ кН} \text{ (растяжение).}$$

Из условия равновесия части стержня ниже сечения 2-2 получим:

$$\sum x = 0, N_2 + P_2 - P_1 = 0, \text{ откуда } N_2 = -10 \text{ кН, (сжатие).}$$

Из условия равновесия части стержня ниже сечения 3-3 получим:

$$\sum x = 0, N_3 + P_2 - P_1 - P_3 = 0, \text{ откуда } N_3 = 20 \text{ кН, (растяжение).}$$



а) б) в) г)
Сечение 1-1 Сечение 2-2 Сечение 3-3

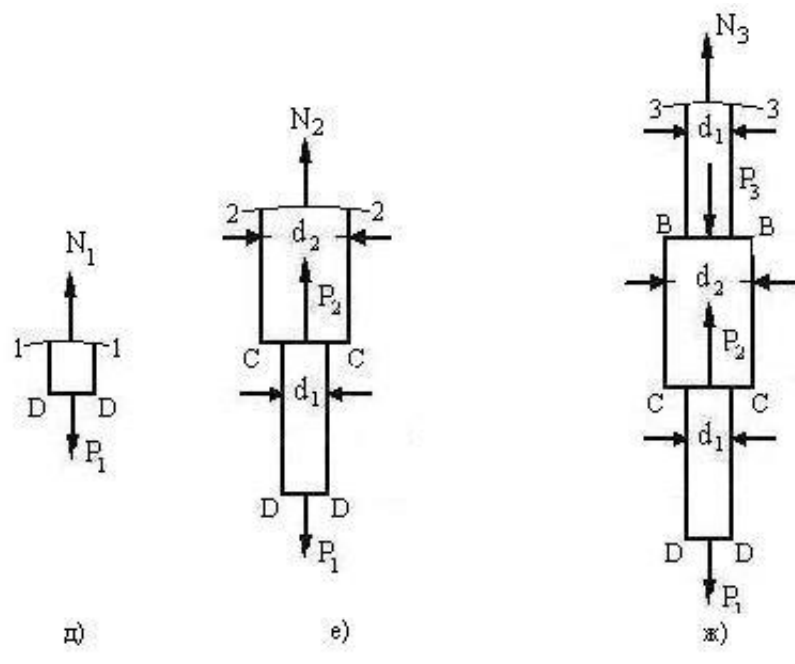


Рис. 1

Выбрав масштаб, строим эпюры продольных сил N, (рис. 1 б).
 Определим площадь поперечного сечения A₁ и A₂:

$$A_1 = A_3 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 1,5^2}{4} = 1,76 \text{ см}^2;$$

$$A_2 = \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 2^2}{4} = 3,14 \text{ см}^2 .$$

Напряжения равны :

в сечении нижней части :

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{10}{1,76} = 5,68 \text{ кН/см}^2 \text{ (растяжение),}$$

в сечении средней части стержня:

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{-10}{3,14} = -3,18 \text{ кН/см}^2 \text{ (сжатие),}$$

в сечении верхней части стержня:

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{20}{1,76} = 11,36 \text{ кН/см}^2 \text{ (растяжение).}$$

В определенном масштабе строим эпюру напряжений (рис.1в)

Для построения эпюры δ определяем перемещения характерных сечений В-В, С-С и D-D (перемещение сечения А-А равно нулю ($\delta_A = 0$)). Сечение В-В будет перемещаться вниз, поскольку верхняя часть стержня растягивается:

$$\delta_B = \delta_A + \Delta l_3 = 0 + \frac{N_3 \cdot (l_3 - l_2)}{E \cdot A_3} = 0 + \frac{20 \cdot 100}{2 \cdot 10^4 \cdot 0,785} = 0,127 \text{ см.}$$

Перемещение сечения С-С является алгебраической суммой, перемещения сечения В-В (δ_B) и абсолютной деформации второго участка:

$$\delta_C = \delta_B + \Delta l_2 = 0,127 + \frac{N_2 \cdot (l_2 - l_1)}{E \cdot A_2} = 0,127 + \frac{-10 \cdot 50}{2 \cdot 10^4 \cdot 3,14} = 0,118 \text{ см.}$$

Перемещение сечения D-D является алгебраической суммой, перемещения сечения С-С (δ_C) и абсолютной деформации первого участка:

$$\delta_D = \delta_C + \Delta l_1 = 0,118 + \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot A_1} = 0,118 + \frac{10 \cdot 100}{2 \cdot 10^4 \cdot 0,785} = 0,186 \text{ см.}$$

В определенном масштабе откладываем на эпюре значения δ_C , δ_B , δ_D , соединяем полученные точки прямыми линиями, и получаем эпюру перемещений.

ИЗГИБ

ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ

Изгиб это такой вид деформации, при котором в его поперечных сечениях возникают изгибающие моменты. В большинстве случаев одновременно с изгибающими моментами возникают и поперечные силы; такой изгиб называют

поперечным; если поперечные силы не возникают, *изгиб называют чистым*. Стержни, работающие на изгиб, называют балками. Если плоскость действия изгибающего момента (силовая плоскость) проходит через одну из главных осей поперечного сечения стержня, изгиб называют простым или плоским (применяется также название: прямой изгиб).

Опоры балок, рассматриваемых как плоские системы, бывают трех основных типов.

1. **Шарнирно-подвижная опора** (рис.3в). Такая опора не препятствует вращению конца балки и его перемещению вдоль плоскости качения. В ней может возникать только одна реакция, которая перпендикулярна плоскости качения и проходит через центр катка. Схематическое изображение подвижной шарнирной опоры дано на рис. 3 б).

2. **Шарнирно-неподвижная опора** (рис.3б). Такая опора допускает вращение конца балки, но устраняет поступательное перемещение ее в любом направлении. Возникающую в ней реакцию можно разложить на две составляющие – горизонтальную и вертикальную.

3. **Жесткая заделка , или защемление** (рис.3а). Такое закрепление не допускает ни линейных, ни угловых перемещений опорного сечения. В этой опоре может в общем случае возникать реакция, которую обычно раскладывают на две составляющие (вертикальную и горизонтальную) и момент защемления (реактивный момент).

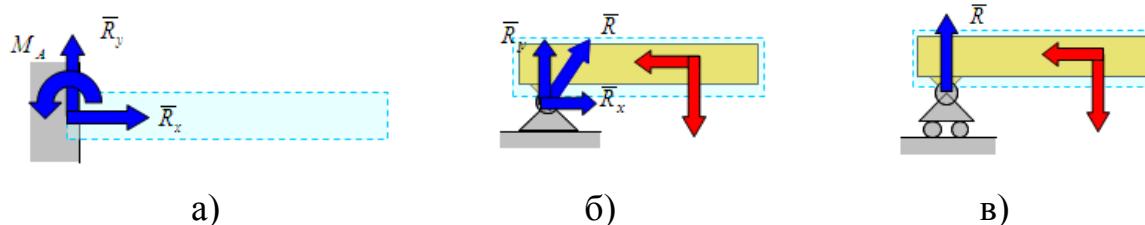


Рис.3

Балка с одним заделанным (защемленным) концом называется консоль (рис. 4 а,в) , двухопорная балка с одной консолью (рис. 4 б).

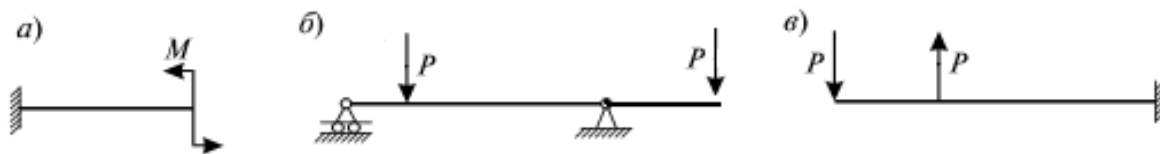


Рис. 4

При плоском поперечном изгибе в поперечных сечениях балки возникают два внутренних усилия (внутренних силовых факторов) – изгибающий момент M_u и поперечная сила Q . Для их определения применим метод сечений (метод Розу). Мысленно проводим в любом месте балки сечение, например на расстоянии z от левой опоры. Отбрасываем правую часть балки.

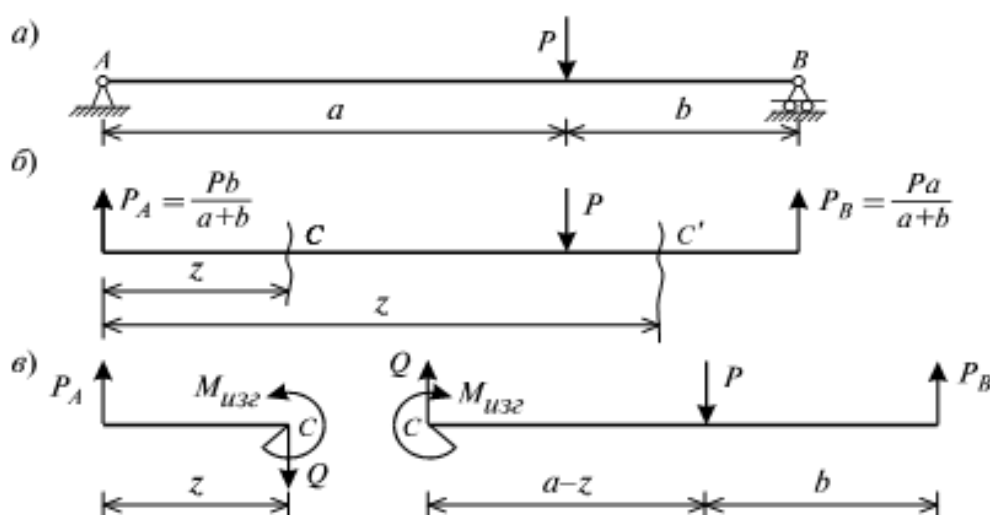


Рис.5

Заданная система статически определима, следовательно, из условий равновесия системы, т.е. равенства нулю суммы моментов всех сил относительно шарнирных опор (в шарнирах нет ограничений поворота сечений балки, поэтому изгибающих моментов не возникает) $\sum m(A) = 0$ и $\sum m(B) = 0$, определяем вертикальные реакции в опорах:

$$R_A = \frac{P \cdot b}{a + b}; R_B = \frac{P \cdot a}{a + b}.$$

Для определения H_A имеем: $\sum z = 0$, откуда $H_A = 0$. Для проверки правильности вычислений воспользуемся условием равенства нулю суммы всех вертикальных сил $\sum y = 0$, откуда получим

$$R_A + R_B - P = 0 \rightarrow \frac{P \cdot a}{a+b} + \frac{P \cdot a}{a+b} - P = 0, 0 = 0.$$

Для определения внутренних силовых факторов – изгибающего момента $M(z)$ и поперечной силы $Q(z)$ как функций от продольной координаты z , воспользуемся *методом сечений*. Для получения этих зависимостей балку разбивают на участки, границами которых являются следующие точки: начало и конец балки; точки приложения сосредоточенных усилий; начало и конец действия распределенных усилий; сечения, в которых скачкообразно изменяется жесткость балки; в точках, где происходит изменение ориентации элементов, если имеем дело с стержневой системой со сложной структурой.

Заданная система состоит из двух участков – первого ($0 \leq z \leq a$) и второго ($a \leq z \leq a+b$). Следовательно, задавая последовательно сечения, принадлежащие к первому и второму участкам, и рассматривая равновесие отсеченных частей системы при действии на них всех внешних сил и внутренних усилий, определим выражения для внутренних силовых факторов. При этом, знак изгибающего момента устанавливается по знаку кривизны изогнутого бруса (рис.6а) и зависит от выбранного направления осей системы координат yOz . Следовательно, в системе координат yOz принятой на рис.6а положительный момент вызывает растяжение нижних волокон балки.

Для поперечных сил, независимо от направления координатных осей, устанавливается следующее правило знаков: если результирующая поперечная сила Q_y вращает рассматриваемую часть балки по ходу часовой стрелки, то она считается положительной, в обратном случае – отрицательной (рис. 6б).

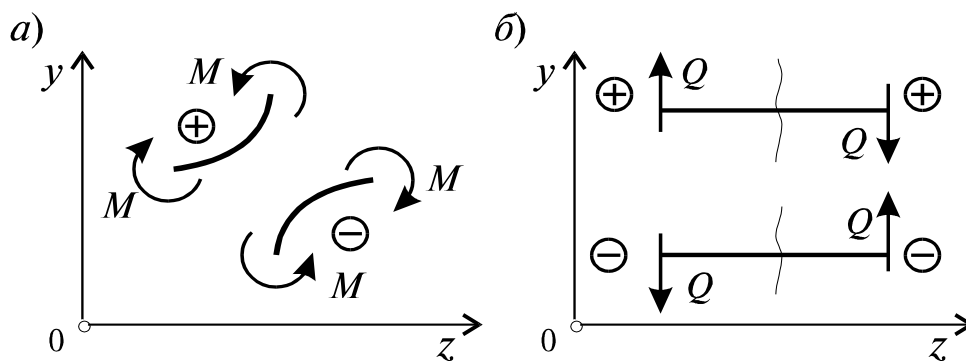


Рис. 6

Из условия равновесия $\Sigma M_x = 0$; $\Sigma y = 0$ отсеченной части системы, расположенной левее от сечения z_1 (первый участок), (рис.5в), получим:

$$M_x(z_1) = R_a z_1; \quad Q_y = R_a.$$

Для определения M_x и Q_y на втором участке рассмотрим равновесие отсеченной части балки, расположенной правее от сечения z_2 (рис.5б), т.е. $\Sigma M_x = 0$; $\Sigma y = 0$ отсюда и определим:

$$M_x(z_2) = R_b (a + b - z_2); \quad Q_y = -R_b.$$

Эпюры M_x и Q_y изображены на рис.7. Заметим, что эпюры изгибающих моментов M_x , как и поперечных сил Q_y строятся на оси бруса, однако в отличие от эпюры поперечных сил знак момента не указывается, а ординаты изгибающего момента откладываются со стороны растянутых волокон.

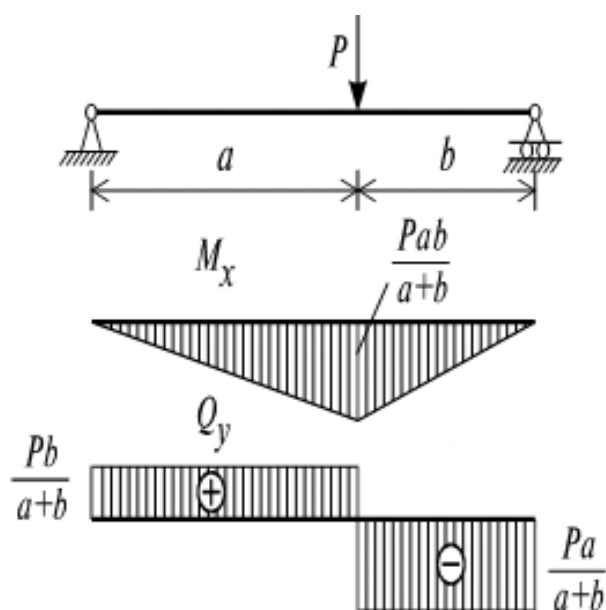


Рис.7

Деформации балок при изгибе:

Для определения деформации используем универсальное уравнение для определения угла поворота и для определения прогиба:

а) для определения угла поворота:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EJ_y} \left[\sum M(x-a) + \frac{\sum P(x-b)^2}{2} + \frac{\sum q(x-c)^3}{6} - \frac{\sum q(x-d)^3}{6} \right]$$

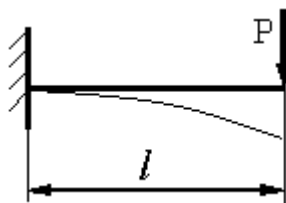
б) для определения прогиба:

$$Z = Z_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ_y} \left[\frac{\sum M(x-a)^2}{2} + \frac{\sum P(x-b)^3}{6} + \frac{\sum q(x-c)^4}{24} - \frac{\sum q(x-d)^4}{24} \right]$$

Где: θ_0 и Z_0 - угол поворота сечения и прогиб балки в начале координат.

Значения θ_0 и Z_0 определяют из условия отпирания балки (граничных) рис. 6.

1)

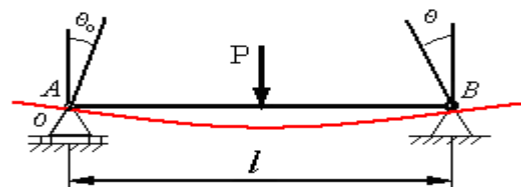


$$x = 0$$

$$\theta_0 = 0$$

$$z_0 = 0$$

2)



$$x = 0$$

$$\theta_0 \neq 0$$

$$z_0 = 0$$

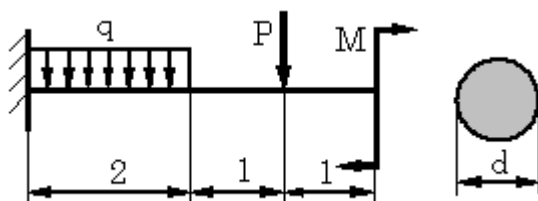
$$x = l$$

$$\theta_B \neq 0$$

$$z_B = 0$$

Рис.8

Пример № 2



Дано:

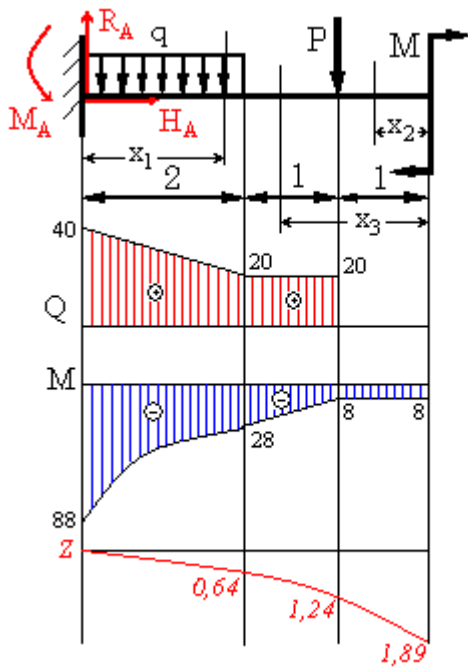
$$P = 20 \text{ кН}, q = 10 \text{ кН/м}, M = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Требуется определить: продольную силу Q , изгибающий момент M_u и

построить их эпюры, подобрать сечение и определить перемещение.

Решение:

1. Определение опорных реакций:



составляем уравнение равновесия:

$$\sum Y = 0; \quad R_A - q \cdot 2 - P = 0$$

$$R_A = q \cdot 2 + P = 10 \cdot 2 + 20 = 40 \text{ кН}$$

$$\sum Z = 0; \quad H_A = 0$$

$$\sum M_A = 0; \quad -M_A + q \cdot 2 \cdot 1 + P \cdot 3 + M = 0$$

$$M_A = 10 \cdot 2 \cdot 1 + 20 \cdot 3 + 8 = 88 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Построение эпюр:

2. Определение Q и M_u по участкам:

1 участок $0 \leq x_1 \leq 2$

$$Q_1 = R_A - q \cdot x_1$$

$$M_1 = R_A \cdot x_1 - q \cdot \frac{x_1^2}{2} - M_A$$

при $x_1 = 0$ $Q_1 = 40 \text{ кН}$

$M_1 = -88 \text{ кН} \cdot \text{м}$

$x_1 = 2$ $Q_1 = 20 \text{ кН}$

$M_1 = -28 \text{ кН} \cdot \text{м}$

2 участок $0 \leq x_2 \leq 1$

$$Q_2 = 0$$

$$M_2 = -M = -8 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3 участок $1 \leq x_3 \leq 2$

$$Q_3 = P = 20 \text{ кН}$$

$$M_3 = -M - P \cdot (x_3 - 1)$$

При $x_3 = 1$ $M_3 = -8 \text{ кН} \cdot \text{м}$

$x_3 = 2$ $M_3 = -28 \text{ кН} \cdot \text{м}$

По полученным данным строим эпюры Q и M_u .

3. Подбор сечения:

Условия прочности при изгибе : $\sigma_{\max} = \frac{M_{u \max}}{W_y} \leq [\sigma]$

Момент сопротивления для круглого сечения : $W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$

$$W_y = \frac{M_{u \max}}{[\sigma]} = \frac{88 \cdot 100}{1} = 8800 \text{ см}^3$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{W_y \cdot 32}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{8800 \cdot 32}{3,14}} = 45 \text{ см}; \quad J_y = \frac{\pi \cdot d^4}{64} = 201187 \text{ см}^4$$

4. Определение перемещений:

Для определения прогиба применяем универсальное уравнение:

а) для определения угла поворота:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EJ_y} \left[\sum M(x-a) + \frac{\sum P(x-b)^2}{2} + \frac{\sum q(x-c)^3}{6} - \frac{\sum q(x-d)^3}{6} \right]$$

б) для определения прогиба:

$$Z = Z_0 + \theta_0 \cdot x + \frac{1}{EJ_y} \left[\frac{\sum M(x-a)^2}{2} + \frac{\sum P(x-b)^3}{6} + \frac{\sum q(x-c)^4}{24} - \frac{\sum q(x-d)^4}{24} \right]$$

Распределенную нагрузку продолжаем до конца балки и одновременно добавляем нагрузку равную по величине обратного знака.

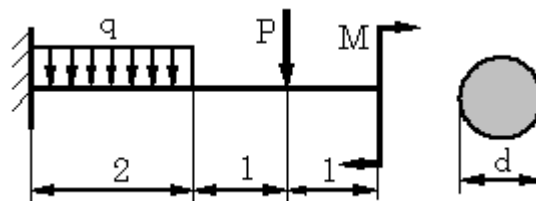
Составляем основное универсальное уравнение:

$$\theta_x = \theta_0 + \frac{1}{EJ} \left[M_A(x-0) + R_A \frac{(x-0)^2}{2} - q \frac{(x-0)^3}{6} - P \frac{(x-3)^2}{3} + q \frac{(x-2)^3}{6} \right]$$

$$Z_x = Z_0 + \theta_0 \cdot x + \frac{1}{EJ} \left[M_A \frac{(x-0)^2}{2} + R_A \frac{(x-0)^3}{6} - q \frac{(x-0)^4}{24} - P \frac{(x-3)^3}{6} + q \frac{(x-2)^4}{24} \right]$$

где: θ_0 и Z_0 - угол поворота сечения и прогиб балки в начале координат.

Значения θ_0 и Z_0 определяют из условия опирания балки (граничных условий).



Граничные условия:

$$x = 0$$

$$\theta_0 = 0$$

$$z_0 = 0$$

Вычисление прогиба: $x = 2\text{м}$

$$z_2 = z_0 + \theta_0 \cdot 2 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{2^3}{6} - M_A \frac{2^2}{2} - q \frac{2^4}{24} \right] = 0 + 0 \cdot 2 + \frac{1}{EJ} [53,3 - 176 - 6,7] = -\frac{129,4 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^3 \cdot 201187} = -0,64 \text{ см}$$

$$x = 3\text{м}$$

$$z_3 = z_0 + \theta_0 3 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{3^3}{6} - M_A \frac{3^2}{2} - q \frac{3^4}{24} + q \frac{1^4}{24} \right] = \frac{1}{EJ} [180 - 396 - 33,8 + 0,4] = -\frac{249,4 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^3 \cdot 201187} = -1,24 \text{ см}$$

$$x = 4 \text{ м}$$

$$z_4 = z_0 + \theta_0 4 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{4^3}{6} - M_A \frac{4^2}{2} - q \frac{4^4}{24} \right] = 0 + 0 \cdot 2 + \frac{1}{EJ} [426,7 - 704 - 106,7 + 6,7 - 3,3] = -\frac{380,6 \cdot 10^6}{1 \cdot 10^3 \cdot 201187} = -1,89 \text{ см}$$

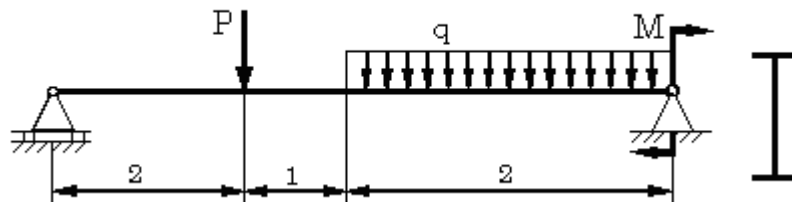
Определяем угол поворота на свободном конце балки (консоль)

$$\theta_B = \theta_0 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{4^2}{2} - M_A 4 - q \frac{4^3}{6} + q \frac{1^3}{6} - P \frac{1^2}{2} \right] = \frac{1}{EJ} [320 - 353 - 106,7 + 13,3 - 10] = -\frac{136,3 \cdot 10^4}{1 \cdot 10^3 \cdot 201187} = -0,00677 \text{ рад}$$

Пример № 3

Дано: $P = 40 \text{ кН}$, $M = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $q = 10 \text{ кН/м}$

Требуется определить: продольную силу Q , изгибающий момент M_u и построить их эпюры, подобрать двутавровое сечение и определить прогиб (Z).



1. Определение опорных реакций:

Составляем уравнение равновесия:

$$\sum M_A = 0; \quad P \cdot 2 + q \cdot 4 \cdot 2 + M - R_B \cdot 5 = 0$$

$$R_B = \frac{P \cdot 2 + q \cdot 4 \cdot 2 + M}{5} = \frac{80 + 80 + 20}{5} = 36 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0; \quad -P \cdot 3 - q \cdot 2 \cdot 1 + M + R_A \cdot 5 = 0$$

$$R_A = \frac{P \cdot 3 + q \cdot 2 \cdot 1 - M}{5} = \frac{120 + 20 - 20}{5} = 24 \text{ кН}$$

Проверка: $\sum Y = 0; \quad R_A + R_B - P - q \cdot 2 = 0$

$$24 + 36 - 40 - 20 = 0$$

$$60 - 60 = 0$$

2. Определение Q и M_u по участкам:

1 участок $0 \leq x_1 \leq 2$

$$Q_1 = R_A = 24 \text{ кН}$$

$$M_1 = R_A \cdot x_1$$

$$x_1 = 0; \quad M_1 = 0$$

$$x_1 = 2 \text{ м}; \quad M_1 = 48 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

2 участок $2 \leq x_2 \leq 3$

$$Q_2 = R_A - P = -16 \text{ кН}$$

$$M_2 = R_A \cdot x_2 - P \cdot (x_2 - 2)$$

$$x_2 = 2 \text{ м}; \quad M_2 = 48 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$x_2 = 3 \text{ м}; \quad M_2 = 32 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

3 участок $0 \leq x_3 \leq 2$

$$Q_3 = -R_B + q \cdot x_3$$

$$M_3 = R_B \cdot x_3 - q \frac{x_3^2}{2} - M$$

$$x_3 = 0; \quad Q_3 = -36 \text{ кН}; \quad M_3 = -20 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$x_3 = 2; \quad Q_3 = -16 \text{ кН}; \quad M_3 = 32 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

По полученным данным строим эпюры Q и M_u .

3. Подбор двутаврового сечения

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_y} \leq [\sigma]$$

Где: M_{\max} – Максимальный изгибающий момент, берется из эпюры моментов;

W_y – осевой момент сопротивления;

$[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение.

$$W_y = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{48 \cdot 100}{16} = 300 \text{ см}^3$$

Из таблицы сортамента подбираем номер двутавра

№ двутавра 24а при $W_y = 317 \text{ см}^3$, $J_y = 3800 \text{ см}^4$

4. Определение перемещений:

Для определения прогиба применяем универсальное уравнение:

а) для определения угла поворота:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EJ_y} \left[\sum M(x-a) + \frac{\sum P(x-b)^2}{2} + \frac{\sum q(x-c)^3}{6} - \frac{\sum q(x-d)^3}{6} \right]$$

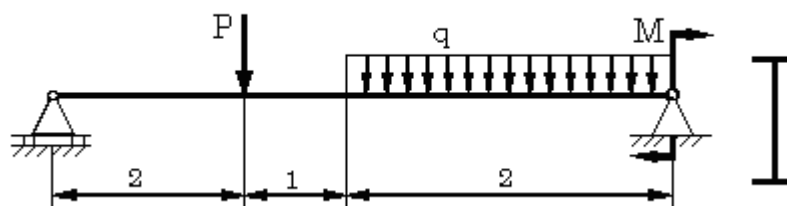
б) для определения прогиба:

$$Z = Z_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ_y} \left[\frac{\sum M(x-a)^2}{2} + \frac{\sum P(x-b)^3}{6} + \frac{\sum q(x-c)^4}{24} - \frac{\sum q(x-d)^4}{24} \right]$$

Составляем основное универсальное уравнение:

$$Z_x = Z_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{x^3}{6} - P \frac{(x-2)^3}{6} - q \frac{(x-3)^4}{24} \right]$$

$$\theta_x = \theta_0 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{x^2}{2} - P \frac{(x-2)^2}{2} - q \frac{(x-3)^3}{6} \right]$$



Граничные условия :

$$x = 0$$

$$x = 5$$

$$\theta_0 \neq 0$$

$$\theta_B \neq 0$$

$$z_0 = 0$$

$$z_B = 0$$

Вычисление прогиба: $x = 5m$

$$Z_B = Z_0 + \theta_0 5 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{5^3}{6} - P \frac{(5-2)^3}{6} - q \frac{(5-3)^4}{24} \right] = 0 \quad ; \quad Z_0 = 0$$

$$\theta_0 5 + \frac{1}{EJ} \left[24 \frac{5^3}{6} - 40 \frac{3^3}{6} - 10 \frac{2^4}{24} \right] = 0$$

$$\theta_0 5 + \frac{1}{EJ} [500 - 180 - 6.7] = 0 \quad \Rightarrow \quad \theta_0 = -\frac{65,3}{EJ}$$

Определение угла поворота в начале координат в точке А :

$$\theta_0 = -\frac{65,3}{EJ} = -\frac{65,3 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^4 \cdot 3800} = -0,00859 \text{ рад}$$

Определение прогиба при изгибе:

$$\underline{x = 2 \text{ м}}$$

$$Z_2 = Z_0 + \theta_0 \cdot 2 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{2^3}{6} \right] = -\frac{65,3 \cdot 2}{EJ} + \frac{32}{EJ} = -\frac{98,5 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^4 \cdot 3800} = -1,29 \text{ см}$$

$$\underline{x = 3 \text{ м}}$$

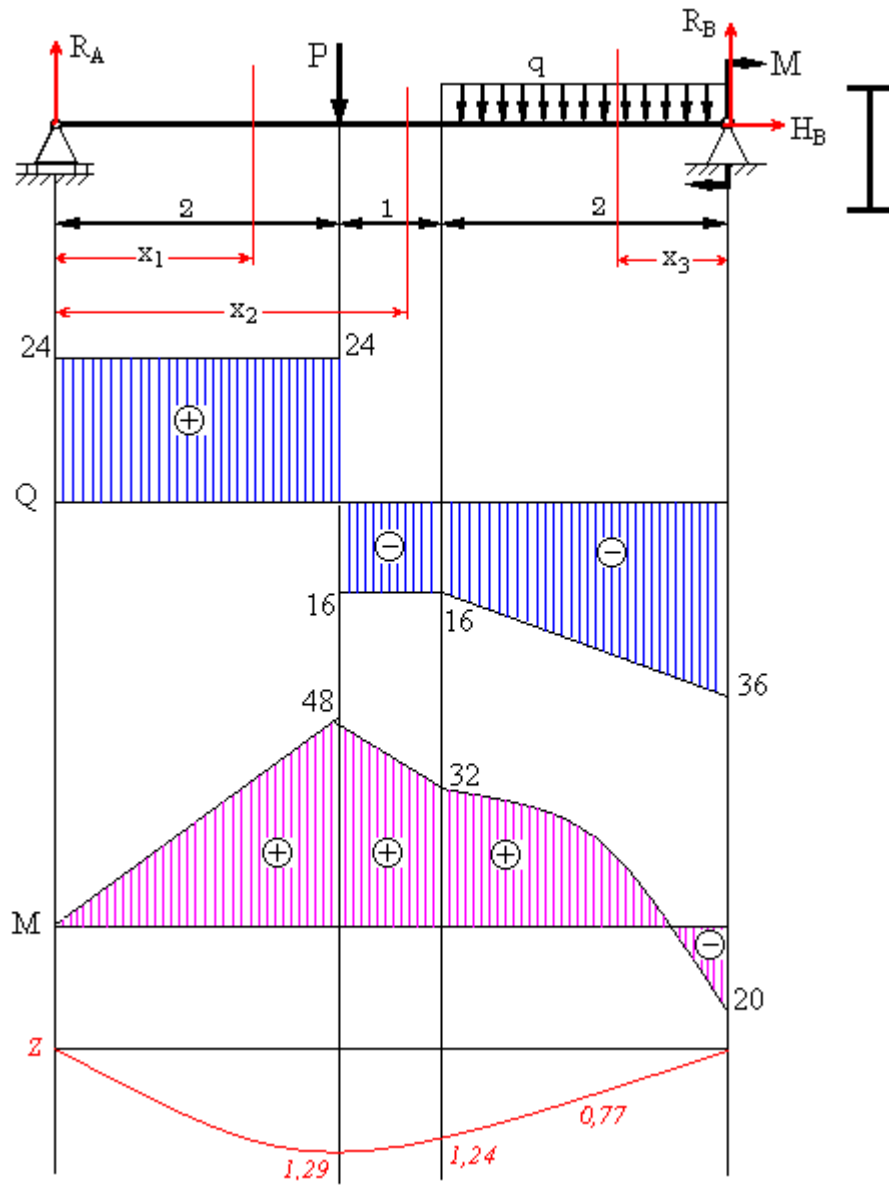
$$Z_3 = Z_0 + \theta_0 \cdot 3 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{3^3}{6} - P \frac{(3-2)^3}{6} - q \frac{(3-3)^4}{24} \right] = -\frac{65,3 \cdot 3}{EJ} + \frac{108}{EJ} - \frac{6,7}{EJ} =$$

$$= -\frac{94,6 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^4 \cdot 3800} = -1,24 \text{ см}$$

$$\underline{x = 4 \text{ м}}$$

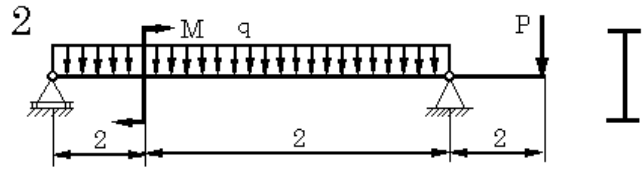
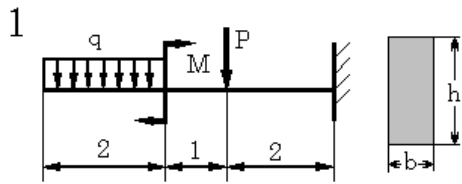
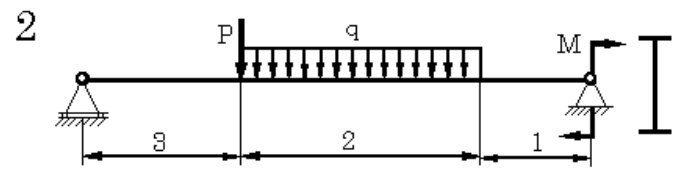
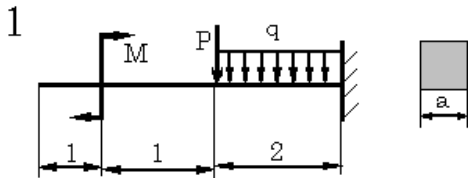
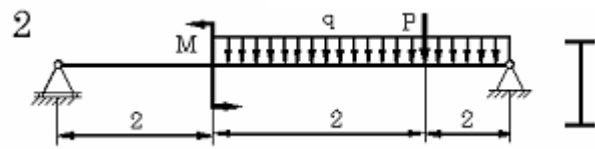
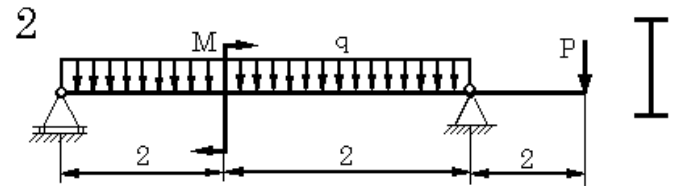
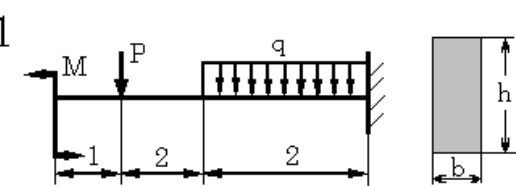
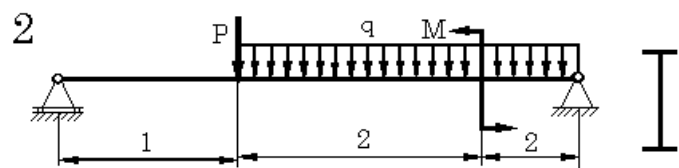
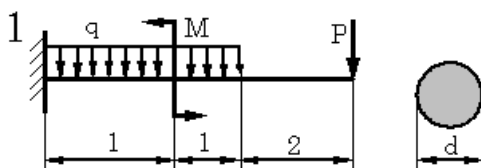
$$Z_4 = Z_0 + \theta_0 \cdot 4 + \frac{1}{EJ} \left[R_A \frac{4^3}{6} - P \frac{(4-2)^3}{6} - q \frac{(4-3)^4}{24} \right] = -\frac{65,3 \cdot 4}{EJ} + \frac{256}{EJ} - \frac{53,3}{EJ} - \frac{0,4}{EJ} =$$

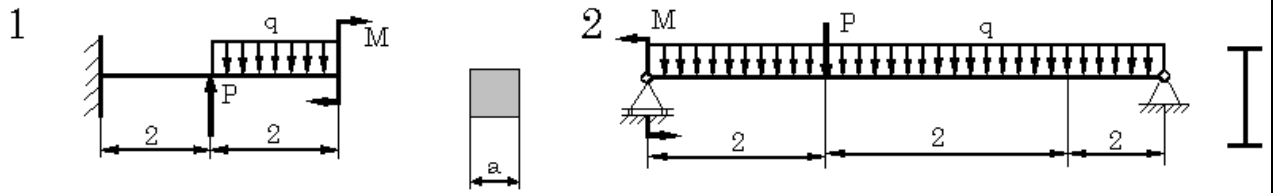
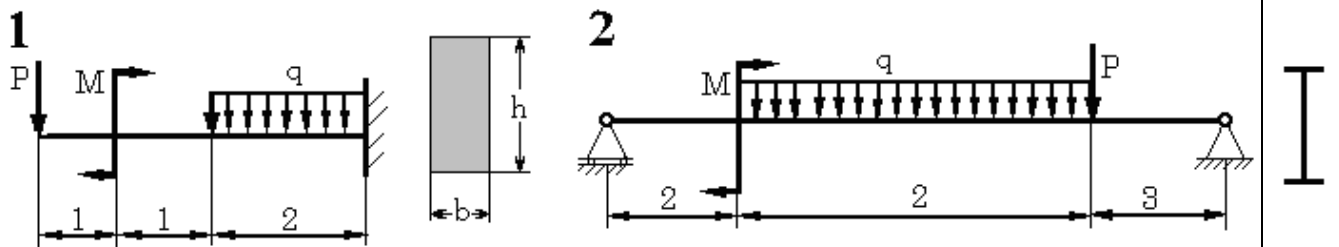
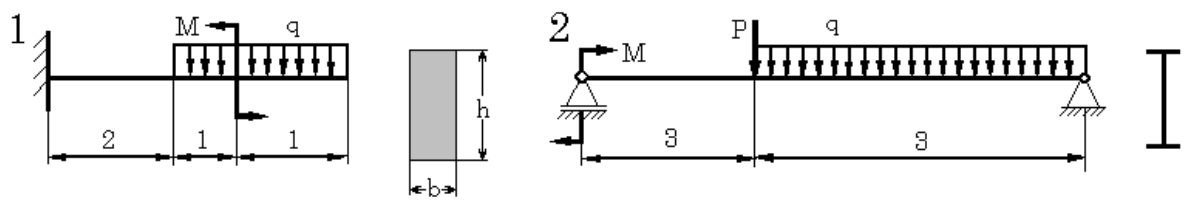
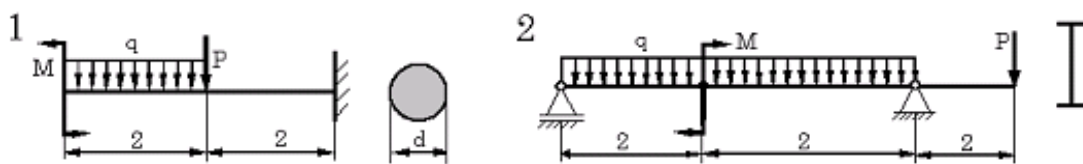
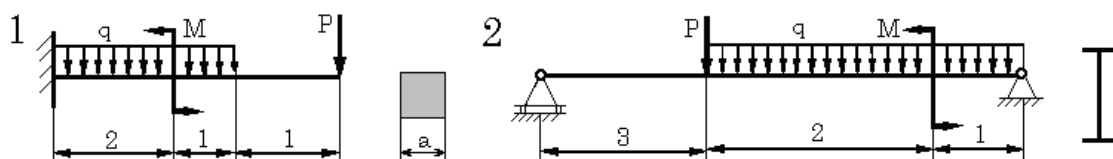
$$= -\frac{58,9 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^4 \cdot 3800} = -0,77 \text{ см}$$

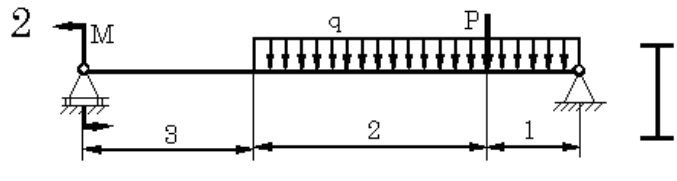
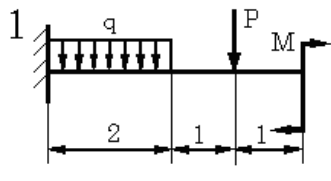
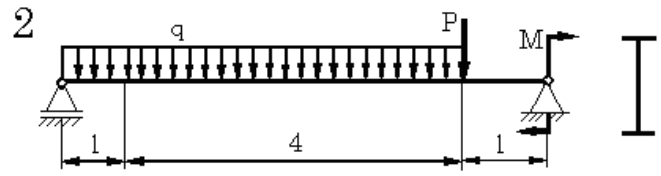
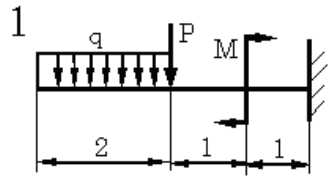
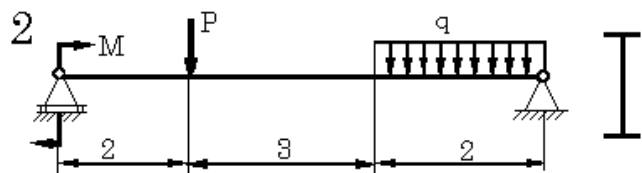
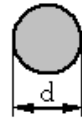
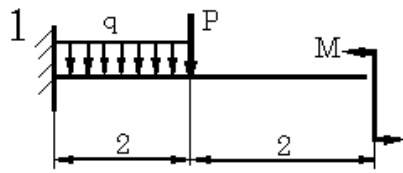
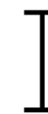
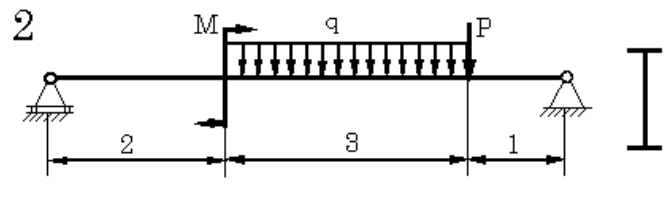
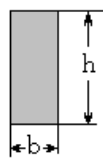
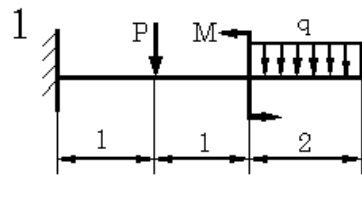
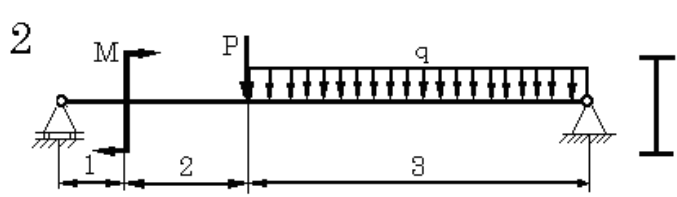
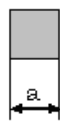
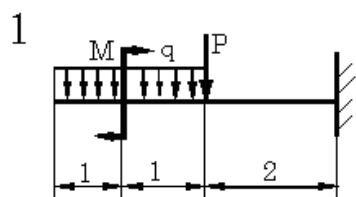
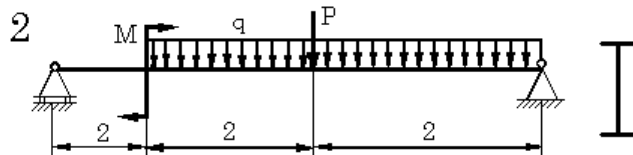
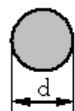
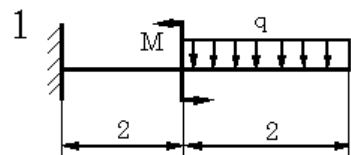


Схемы изгиб

<p>1</p>	<p>2</p>
<p>2</p> <p>1</p>	<p>2</p>
<p>3</p> <p>1</p>	<p>2</p>
<p>4</p> <p>1</p>	<p>2</p>
<p>5</p> <p>1</p>	<p>2</p>

6**7****8****9****10**

11**12****13****14****15**

16**17****18****19****20****21**

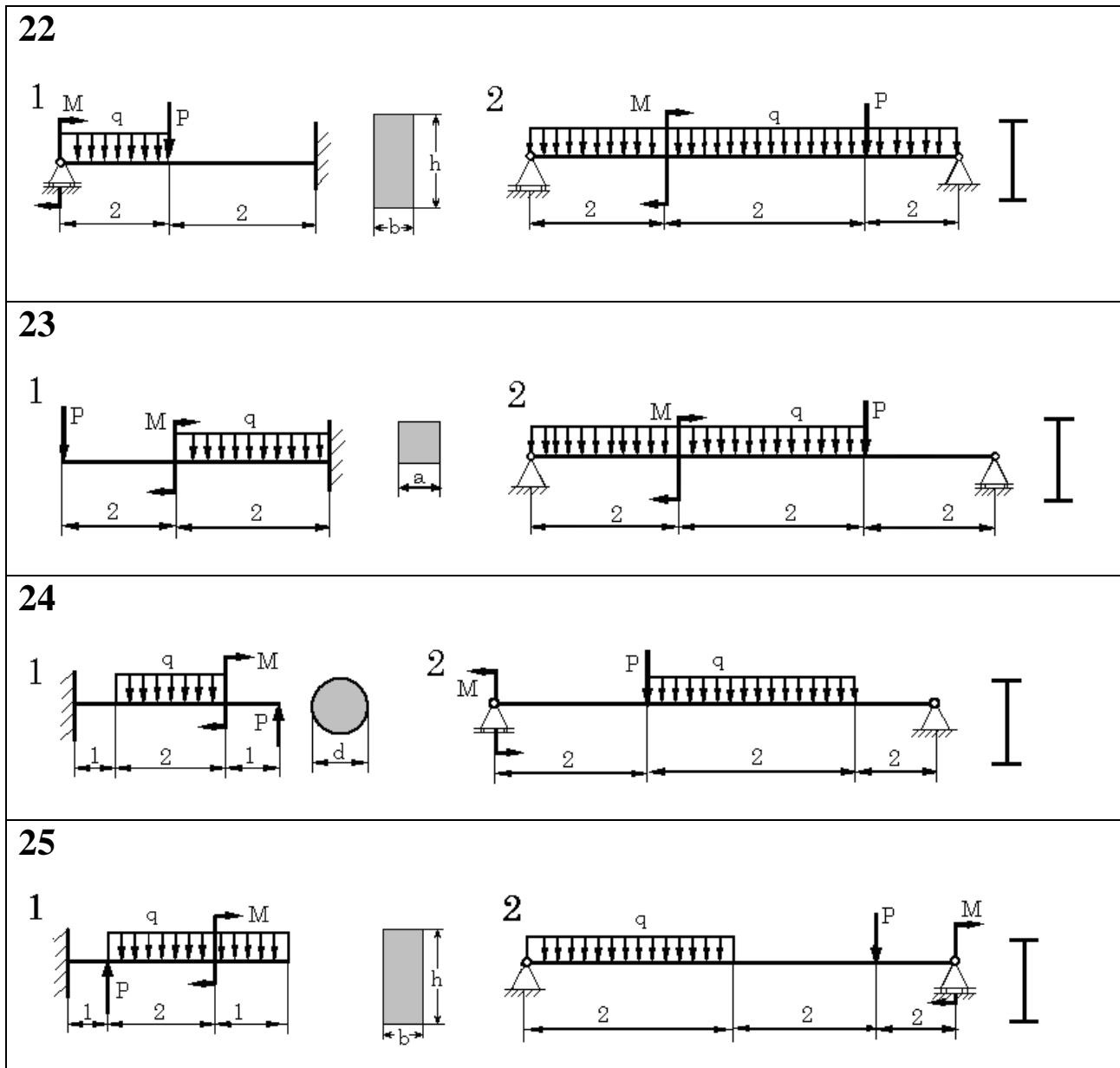


Таблица данных по изгибу

№ Вари- анта	Нагрузка					
	1 задача			2 задача		
	$P, \text{кН}$	$q, \text{кН/м}$	$M, \text{кН}\cdot\text{м}$	$P, \text{кН}$	$q, \text{кН/м}$	$M, \text{кН}\cdot\text{м}$
1	10	5	10	50	20	10
2	15	10	15	40	10	20
3	20	15	10	30	20	30
4	20	20	10	20	10	30
5	15	5	20	10	20	20
6	10	10	10	50	10	10
7	10	15	10	40	20	20
8	15	20	5	30	10	30
9	20	10	10	20	20	30
10	20	10	20	10	10	20
11	15	5	10	50	20	10

12	10	10	15	40	10	20
13	10	15	10	30	20	20
14	20	20	10	20	10	30
15	15	5	20	10	20	30
16	10	5	10	50	20	10
17	10	10	15	40	10	20
18	15	15	10	30	20	30
19	20	20	10	20	10	30
20	20	5	20	10	20	20
21	15	10	10	50	10	10
22	10	15	10	40	20	20
23	10	20	5	30	10	30
24	20	10	10	20	20	30
25	15	10	20	10	10	20

Ключевые слова:

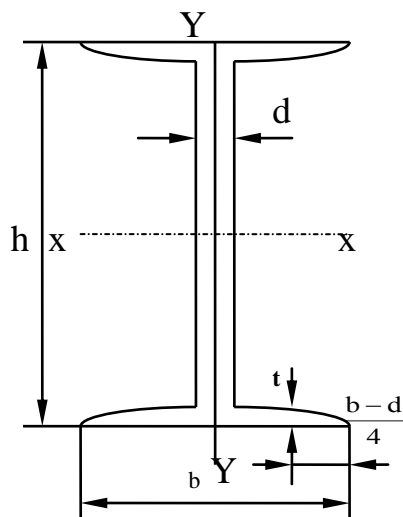
1. Изгиб
2. Чистый изгиб
3. Поперечный изгиб
4. Косой изгиб
5. Типы балок
6. Двухопорная балка
7. Консольная балка
8. Эпюра
9. Поперечная сила
10. Изгибающий момент
11. Нормальное напряжение
12. Допускаемое нормальное напряжение
13. Условие прочности при изгибе
14. Момент сопротивления
15. Подбор сечения
16. Двутавр

Вопросы для самопроверки:

1. В чем сущность метода сечений?
2. Какой случай деформации стержня называется растяжением или сжатием?
3. Какие параметры отличают статически неопределимую конструкцию от статически определимой конструкции?
4. Что называется прямым и косым изгибом?
5. Что называется чистым изгибом?
6. Что называется поперечным изгибом?
7. Какие внутренние усилия возникают в поперечных сечениях бруса?
8. Какие правила знаков приняты для каждого из внутренних усилий?
9. Какие бывают типы опор?
10. Какие уравнения используются для определения значений опорных реакций?
11. Как проверить правильность определения опорных реакций?
12. Как определяется экстремальное значение изгибающего момента?
13. Как изменяется изгибающий момент в сечении, в котором к балке приложен сосредоточенный внешний момент?
14. Как меняется поперечная сила в сечении, в котором к балке приложена сосредоточенная внешняя сила, перпендикулярная к оси балки?
15. Для чего строят эпюры поперечных сил и изгибающих моментов?
16. Чему равны нормальные напряжения при изгибе?
17. Как пишутся условия прочности при изгибе по нормальным напряжениям?

ПРИЛОЖЕНИЯ

Сталь прокатная.



Балки двутавровые. (ГОСТ 8239-72)

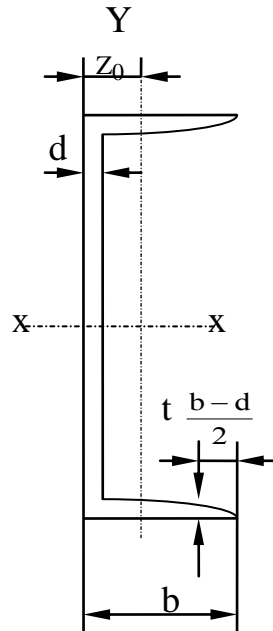
Значения:

- h** - высота;
- b** – ширина балки;
- d** – толщина стена балки;
- t** – средняя толщина полки;
- I** – момент инерции;
- W** – момент сопротивления;
- i** - радиус инерции ;
- S** – статический момент .

№	Размеры, мм				Площадь сечения, см ²	J _x см ⁴	W _x см ³	i _x см	S _x см ³	J _y см ⁴	W _y см ³	i _y см
	H	b	d	t								
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	160	81	5	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,7
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,27
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,18	131	157	28,6	2,32
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,5
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	240	125	5,6	9,5	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	270	125	6	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	270	135	6	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50	2,8
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	400	155	8,3	13	72,5	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23
55	550	180	10,3	16,5	114	55150	2000	22	1150	1350	150	3,44
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1591	1725	182	3,54

Швеллеры. (ГОСТ 8239-72)

Значения:



- h** - высота;
b – ширина балки;
d – толщина стена балки;
t – средняя толщина основа;
I – момент инерции;
W – момент сопротивления;
i - радиус инерции ;
S – статический момент .
Z₀- расстояния от стенки.

№	Размеры, мм				Площадь сечения, см ²	J _x см ⁴	W _x см ³	i _x см	S _x см ³	J _y см ⁴	W _y см ³	i _y см	z ₀ см
	h	b	d	t									
5	50	32	4,4	7,0	6,19	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,95	1,16
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17,0	2,04	1,94
18a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	270	96	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	400	115	8,0	13,5	66,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.М.Беляев Сборник задач по Сопротивлению материалов, М.,1962.
2. М.Мирсаидов, А.Годованников, Б.Юлдошев Методические указания по проведению лабораторных работ курса «Сопротивление материалов», Ташкент, 2001, с.42.
3. "Сопротивление материалов". (Под общ. ред. А.Ф.Смирнова) М.: "Высшая школа", 1975. 460 с.
4. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов. – М.: Высшая школа, 1995. – 560 с.
5. Варданян Г.С., Андреев В.И., Атаров Н.М., Горшков А.А. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности. – М.: АСВ, 1995. – 572 с.
6. Дарков А.В., Шапиро Г.С. Сопротивление материалов. – М.: Высшая школа, 1975. – 654 с.
7. Минин Л.С., Окопный Ю.А., Радин В.П., Хроматов В.Е. Сборник задач по курсу «Механика материалов и конструкций».- М.: МЭИ, 1998. - 303 с.
8. Смирнов А.Ф. и др. Сопротивление материалов. – М.: Высшая школа, 1975. – 480 с.
9. А.В.Дарков. Г.С. Шпиро. Сопротивление материалов. Изд. «Высшая школа». Москва. 1989. стр.227-396
10. Н.М.Беляев . Сопротивление материалов. Изд. Наука. М. 1988. стр 188-273, 276-293.
11. В.И.Феодосьев. Сопротивление материалов. Изд. «МГТУ им Н.Э.Баумана» Москва. 1999.
12. Г.М.Ицкович. Сопротивление материалов. Изд. «Высшая школа» Москва.1986. стр.198-290.
13. <http://mysopromat.ru>
14. http://mysopromat.ru/uchebnye_kursy/sopromat/

Оглавление

1	Общие методические рекомендации пособия	3
2	Введение	4
3	Растяжение-сжатие	6
4	Основные понятия о деформации растяжения-сжатия.	6
5	Статические определяемые задачи.	7
6	Пример № 1	7
7	Изгиб. Общие понятия	10
8	Пример № 2	15
9	Схемы Изгиб	22
10	Ключевые слова.	27
11	Вопросы для самопроверки.	28
12	Приложения	29
13	Список литературы	31

**Карабаев Обиджон Иркинович,
Юлдошев Бахтиёр Шодмонович,
Нумонов Ахрорбек Тохиржон угли.**

**Методическое пособие по выполнению расчетно-графических работ
по курсу "Сопротивление материалов"**

Редактор:

М.А.Галипова

Подписано в печать « ___ » _____ 2020 г. Формат 60 x 84, 1/16

Объём: 2,75 Тираж 10 Заказ № _____

Отпечатано в типографии ТИИИМСХ,

ТАШКЕНТ-100000, УЛ. КАРЫ-НИЯЗОВА, 39