

ОСНОВЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА



ОСНОВЫ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА

Учебное пособие

Ташкент -2023

Составители: Убайдуллаева Ш.Р., Газиева Р.Т., Убайдуллаева Д.Р.
Основы системного анализа: Учебное пособие для магистрантов,
обучающихся по специальности «Автоматизация технологических
процессов и производства». - Ташкент: Изд-во НИУ
«ТИИИМСХ», 2023. - 120 с.

Данное учебное пособие подготовлено для магистрантов, которые обучаются по специальности 70711401 - «Автоматизация технологических процессов и производства (в водном хозяйстве)». Оно может быть использовано для направлений и специальностей, связанных с анализом сложных систем, их проектированием, разработкой моделей систем при управлении технологическими процессами и объектами. Учебное пособие предназначено для магистрантов вузов, обучающихся по специальности «Автоматизация технологических процессов и производства». Может быть полезно аспирантам, инженерам и научным работникам при исследовании и проектировании автоматических систем в различных отраслях промышленности.

Рецензенты:

Ж.Т. Усмонов, доктор философии (PhD), доцент
Ташкентского университета информационных технологий,

Д.Б. Кадыров, D.Sc., зав.кафедрой «Энергоснабжение и
возобновляемые источники энергии» НИУ «ТИИИМСХ»

ВВЕДЕНИЕ

Современные специалисты, работающие в различных отраслях экономики, должны обладать системным мышлением, иметь навыки аналитического мышления и системного подхода к решению различных задач, которые возникают в процессе их деятельности.

Данное учебное пособие подготовлено для магистрантов, которые обучаются по специальности 70711401 - «Автоматизация технологических процессов и производства (в водном хозяйстве)». Оно может быть использовано для направлений и специальностей, связанных с анализом сложных систем, их проектированием, разработкой моделей систем при управлении технологическими процессами и объектами.

Теоретический материал первой главы учебного пособия содержит материалы, дающие представление о системном анализе, терминологии этой дисциплины, классификации систем, их свойствах, принципах и закономерностях исследования и моделирования систем.

Во второй главе учебного пособия раскрыты принципы графового моделирования сложных технических систем. Рассмотрены системы с запаздыванием как частный случай систем с памятью, дано описание линейной стационарной системы с запаздыванием переменными состояниями и с помощью графа переходных состояний, графовые модели и алгоритмы исследования динамики линейной стационарной системы постоянным и переменным запаздыванием.

1. Суть системного анализа и терминология

1.1 Основные понятия теории систем

Слово «система» происходит от латинского "systema" и греческого «σύστημα», это **завершенный элемент**, компоненты которого связаны с другим компонентом, как материальным, так и концептуальным. Системы имеют состав, организацию и предметную область, но только материальные системы имеют механизмы, и только некоторые из них имеют форму или конфигурацию. Существует несколько типов систем, в которые входят абстрактные, физические, конкретные, открытые или закрытые, некоторые из них классифицируются в соответствии с их составом или природой.

Определение системы указывает на то, что она представляет собой комбинацию элементов, которые взаимосвязаны и функционируют в целом. Составляющие его элементы могут быть разнообразными, например, группа идеально структурированных руководящих принципов или принципов теории, науки или предмета, некоторыми примерами которых могут быть экономические системы и политические системы.

Важно уточнить, что это понятие не совпадает с понятием устройства, поскольку значение системы и ее использование сильно отличаются от значения устройства.

Как работает система

Системы **могут быть разными**, как и выполняемые ими функции, они будут зависеть от их структуры, однако в случае механических или биологических систем это утверждение является интуитивным. Примером этого является случай тканей, из которых состоят **мышцы**, поскольку они обладают способностью сокращаться, поскольку структура клеток позволяет им это делать.

Определение системы в науке приобрело большое значение, однако в административной сфере именно здесь оно оказало наибольшее влияние, другими примерами могут быть физиология с нервной, пищеварительной и кровеносной системами, астрономия, со своей стороны, представляет Солнечную систему, также экономика изучает концепцию экономической системы, в то время как социология делает то же самое с социальной системой и так далее, за ней можно проследить большое количество отраслей, в которых, как утверждается, присутствуют системы.

Характеристики системы

По мнению экспертов, определение системы связано с двумя другими понятиями: «**глобализм**», которое можно перевести как «**тотальность**», а второе - «**цель**», оба отражают основные характеристики того, что является методом, поскольку остальные исходят из этих двух.

Другие выдающиеся особенности:

- Цель или цель: каждая система должна иметь цель, как цели, так и отношения, существующие внутри нее, распределять распределение, с помощью которого она стремится достичь цели.

- Глобализм или тотальность: они **имеют органическое происхождение**, поэтому, если есть действие, вызывающее изменения в одном из его элементов, вполне вероятно, что в остальных элементах произойдут реставрации из-за взаимосвязи между каждым из них. Совокупность последствий этих изменений будет представлена как корректировка системы, все это имеет большое значение, когда речь идет о понимании смысла системы и ее изучении.

- Энтропия: учитывая системный смысл, энтропия определяется как тенденция систем к износу, распаду, снижению стандартов и увеличению случайности, чем выше энтропия, тем больше простота этих методов. Пример этого можно увидеть во втором **законе термодинамики**, который гласит, что со временем энтропия систем увеличивается.

•Гомеостаз: это общее равновесие, существующее между частями, обычно **системы имеют тенденцию адаптироваться**, чтобы достичь внутреннего равновесия, которое позволяет им справляться с изменениями окружающей среды, в которой они находятся.

Типы систем

Они могут быть очень разнообразными, и их типология также обширна, однако есть определенные характеристики, которые позволяют их идентифицировать, например, в соответствии с их конституцией, их можно классифицировать следующим образом:

Абстрактные системы

Это те, которые состоят из планов, концепций, гипотез, идей и т. Д. В этом случае **символы** представляют собой объекты и атрибуты, которые во многих случаях существуют только в сознании людей, это важная информация для понимания значения абстрактной системы.

Физические или конкретные системы

Состоящие из машин, оборудования, предметов или чего-либо материального, они могут быть описаны в **количественном** выражении их производительности.

В зависимости от характера систем их можно разделить на:

Закрывающиеся системы

Характерно тем, что они не взаимодействуют с окружающей средой, поскольку отличаются достаточной закрытостью от любого влияния окружающей среды. Таким образом, не находясь под влиянием внешних агентов, они не могут вызвать никаких изменений за границей.

Открытые системы

Они полностью противоположны закрытым, потому что, как следует из их названия, они обмениваются с окружающей средой через входы и выходы, они обладают способностью регулярно обмениваться энергией и веществом со своим окружением. Они эффективно адаптируются, потому что для того, чтобы жить, они должны адаптироваться к постоянным изменениям окружающей среды.

В повседневной жизни можно найти множество примеров систем.

Система кровообращения

Их можно найти у большинства живых существ, они состоят из **вен, артерий и сердца**, отвечающих за перенос насыщенной кислородом **крови** по всему телу, так что оно может функционировать идеально.

Закрывающая тепловая система

Примером этого может быть термос для горячей воды или кофе, поскольку он изготовлен из материала, который служит изоляцией для предотвращения потерь тепла, тем самым экономя тепловую энергию в жидкостной системе.

Языковая система

В эту категорию может попасть язык, на котором говорят в любом регионе, он состоит из **звуков и знаков**, которые в совокупности способны создать сообщение.

Солнечная система

Это один из самых известных примеров системы, в этой системе находится **планета Земля**, которая состоит из планет, звезд и других звезд, вращающихся вокруг Солнца по эллиптической траектории, которые притягиваются благодаря серьезной **силе**.

Определение системы образования

Эта концепция указывает на то, что именно **образовательная структура** состоит из группы организаций и учреждений, которым поручено предоставлять услуги, финансировать и регулировать осуществление образования. Все это в соответствии с отношениями, политикой, мерами и структурами, продиктованными государством.

Например, в испаноязычной Америке система образования начала формироваться после установления независимости каждой страны. На этот процесс структурирования большое влияние оказали такие течения, как **иллюстрация**, которые возникли в Европе в XVIII веке и в эпоху Просвещения. Самой примечательной чертой того времени было то, что государство должно было выполнять функцию образования, однако со временем оно будет называться государством учителей.

Типы образовательных систем. Система образования Монтессори.

Это одна из наиболее широко используемых образовательных систем в мире, созданная Марией Монтессори и закладывающая основы **обучения как чего-то веселого** и увлекательного, что можно сделать с помощью игр, всегда уважая темп и индивидуальность обучения. каждого. студент. В таких случаях ребенок является центром обучения, и для проведения уроков обычно используются дидактические методы, их основными идеалами являются: свобода, самостоятельность ребенка, развитие воли, самодисциплина и право выбора..

Конструктивистский метод

Здесь цель состоит не в том, чтобы ученик выучил все наизусть, а, наоборот, в том, чтобы получить знания, необходимые для использования имеющихся в его распоряжении учебных пособий, и, таким образом, использовать знания, необходимые ему для решения повседневных задач. конструктивистский метод характеризуется своей практичностью.

Вальдорфский метод

Этот метод, созданный Рудольфом Штайнером, философом швейцарского происхождения, имеет некоторые аспекты, аналогичные методу Монтессори, поскольку в этом случае дети рассматриваются как фундаментальный элемент **социального обновления** в будущем. Для этого основное внимание уделяется каждому ребенку, его творчеству и навыкам, а также тому, как они используются для общего блага. В этом случае отсутствует давление оценок и экзаменов, вдобавок ко всему, оно также

направлено на улучшение навыков каждого ребенка, не пренебрегая групповой работой.

Педагогика Пиклера

Он характеризуется тем, что в его основе лежит автономия и независимость ребенка с самого раннего возраста, знания передаются с помощью теории привязанности, предложенной Монтессори, а также частично теории конструктивизма. Говорят, что для того, чтобы ребенок достиг своих целей, он должен быть самодостаточным, но чтобы он обладал этим качеством, необходимо, чтобы он получал привязанность и большую привязанность к окружающим, воспитывал его и заботился о нем.

Демократические школы

Эта система не является иерархическим, то есть дети и учителя находятся на одном уровне. В школах, где применяется этот метод, поощряется любопытство и инициатива детей в обучении, и им разрешается решать, чего они хотят и когда хотят. Его методы работы основаны на демократическом принципе. Квалификаций не существует, однако санкции присутствуют. Когда один ребенок ведет себя плохо, остальные дети собираются вместе, чтобы обсудить возможное решение, в случае, если он ничего не решает, устанавливается соответствующее наказание.

Что такое компьютерная система

Компьютерная система - это система, которая делает возможным хранение и обработку информации. Он также известен как двоичная система и представляет собой группу взаимосвязанных элементов,

таких как ИТ-персонал, аппаратное и программное обеспечение. В случае аппаратного обеспечения оно состоит из электронных устройств, таких как компьютеры, которые, среди прочего, состоят из процессоров, внешних систем хранения.

Со своей стороны, системное программное обеспечение состоит из прошивки, приложений и операционной системы, что имеет большое значение в системах управления базами данных. Наконец, человеческий фактор, состоящий из обученного персонала, который отвечает за обслуживание системы и сопровождение пользователей, которые ее используют.

Двоичная система проходит различные этапы в течение своего срока службы, от обслуживания до учета потребностей. Сегодня в государственном управлении используются различные компьютерные системы, например, компании, которые предоставляют услуги своим клиентам, система полицейских операторов и другие. Также следует отметить, что двоичные системы структурированы на подсистемы, как показано ниже.

- Физическая подсистема: она связана с оборудованием, состоит из памяти, процессоров, устройств ввода и вывода и памяти.

- Логическая подсистема: она связана с системным и архитектурным программным обеспечением, состоящим из базы данных, прошивки, приложений и операционной системы.

Что такое операционная система

Операционная система - это группа компьютерных программ, которые обеспечивают эффективное управление ресурсами, имеющимися в распоряжении компьютера. Все эти программы начинают работать после включения компьютера, поскольку они отвечают за управление

оборудованием с начальных уровней, а также позволяют взаимодействовать с пользователем.

Важно отметить, что системное программное обеспечение присутствует не только в компьютерах, поскольку оно присутствует в большей части электронных устройств, оснащенных микропроцессорами, операционной системой. что заставляет устройство правильно выполнять свои функции, некоторые примеры - DVD-плеер и мобильный телефон.

Функции операционной системы

Некоторые из основных функций операционной системы включают предоставление пользовательского интерфейса, управление файлами и ресурсами, управление задачами, служебную службу и поддержку. Что касается пользовательского интерфейса, система гарантирует, что любой, кто его использует, сможет получить доступ к файлам, загружать программы и выполнять другие задачи с помощью компьютера. Благодаря управлению ресурсами становится возможным управление оборудованием, включая сети и периферийные устройства. Операционная система также позволяет вам контролировать удаление, создание файлов и управление ими, а также управление компьютерными задачами, выполняемыми пользователями.

Значение системы уравнений в математике

В математических науках значение системы уравнений является важным вопросом, определяющим последнюю как группу из нескольких уравнений, имеющих два или более неизвестных, которые образуют математическую задачу. указанная задача состоит в том, чтобы найти значения каждого неизвестного, присутствующего в указанной задаче.

В системе алгебраических уравнений неизвестные - это значения, меньшие, чем константы, но в дифференциальном уравнении неизвестные -

это распределения ранее определенного множества. Следовательно, решением проблемы может быть функция или значение, которые, будучи выпесненными в уравнениях системы, заставляют их автоматически реализовывать себя, фактически не противореча друг другу.

Что такое техническая система

Это название, данное **устройствам**, которые состоят из физических лиц и человеческого персонала и функция которых заключается в преобразовании чего-либо с целью достижения результата, характерного для системы, при условии, что это что-то полезное.

В более широком смысле можно сказать, что именно эта система действий намеренно направлена на изменение определенных объектов с целью достижения положительного результата. Он состоит из следующего: агентов, материалов, структур, компонентов, целей и результатов. Примером этого может служить экономическая система государства.

Что такое система в биологии

Это группа **органов эмбрионального происхождения и сходной структуры**. Ярким примером этого является нервная система, как и дыхательная и пищеварительная системы.

Биологическая система демонстрирует определенную согласованность в своей морфологии и функционировании как в тканях, из которых она состоит, так и в органах, а также в структурах эмбриологического происхождения.

Нервная система

Он состоит из нервов, спинного мозга и головного мозга, он разделен на две части: периферическую нервную систему и центральную нервную систему, последняя включает спинной мозг и головной мозг.

Пищеварительная система

Пищеварительная система - это группа органов, отвечающих за процесс пищеварения, то есть она **отвечает за модификацию пищи**, чтобы клетки организма могли усваивать питательные вещества.

Функция пищеварительной системы

Основная функция этого заключается в том, чтобы позволить питательным веществам, содержащимся в пище, проникать в кровоток, а затем в каждую клетку организма, чтобы они могли преобразовывать его в энергию. Это отвечает за модификацию очень сложных молекул, содержащихся в пище, в более простые вещества, которые легче усваиваются организмом.

Дыхательная система

Дыхательная система - это группа органов, которыми обладают живые существа, она предназначена для **газообмена с окружающей средой**, ее функционирование и структура могут сильно различаться в зависимости от типа среды обитания и типа организма.

Функция дыхательной системы

Как упоминалось выше, функция этого заключается в газообмене между атмосферой и организмом, поскольку, когда кислород попадает в организм, он отвечает за извлечение

необходимых питательных веществ и выброс остальных в окружающую среду.

Система кровообращения

Он отвечает за перемещение, распределение и перекачку крови по всему телу, он состоит из сердца, вен, артерий и капилляров.

Эндокринная система

Также известная как железистая секреторная система, это группа тканей и органов в организме, которые выделяют вещества, называемые гормонами, которые выделяются в кровоток и регулируют определенные функции организма.

Иммунологическая система

Он отвечает за выведение из организма микроорганизмов, таких как вирусы, бактерии и грибки. Точно так же он отвечает за **уничтожение инфекционных микроорганизмов**, попадающих в организм.

Он состоит из ряда клеток и органов, которые защищают организм от инфекций. Органы, которые участвуют в этой системе, называются лимфоидными органами, они являются возвратными для развития, роста и выделения лимфоцитов.

Что может повредить иммунную систему

Неправильное питание, употребление алкоголя, иммуносупрессивные патологии, употребление наркотиков, табака, рентгеновских лучей, некоторых лекарств, химиотерапии и других.

Мышечная система

Он состоит из набора мышц, которые добровольно контролируются живым опорно-двигательным аппаратом, его основная функция - достижение **подвижности**, действие, которое происходит благодаря электрическим стимулам, исходящим от нервной системы, что вызывает сокращение мышечных волокон..

Лимфатическая система

Это группа органов, каналов и лимфатических сосудов, которые **вырабатывают лимфу** и транспортируют ее из тканей в кровеносную систему. Лимфатическая система является важной частью иммунной системы организма.

Покровная система

В анатомии животных покровная система обычно является самой крупной структурой животного, поскольку она полностью покрывает животное как снаружи, так и в различных полостях внутри.

Мочевыделительная система

У людей мочевыделительная система - это группа органов, ответственных за **выработку и выведение мочи**. Азотистые отходы, образующиеся в результате обмена веществ, а также различные токсичные вещества выводятся из организма с мочой.

Периферическая нервная система

Группа нервов, которые функционируют как связующее звено между головным, спинным мозгом и остальной частью тела.

Сердечно-сосудистая система

состоит из сердца и набора вен, артерий и капилляров, которые отвечают за **транспортировку крови по всему телу**. У

взрослого человека в среднем 5 или 6 литров крови, тогда как у женщин это 4-5 литров. Кровь переносит кислород и важные питательные вещества к клеткам организма, она также переносит отходы тканей в различные системы, ответственные за их отходы.

Лимбическая система

Он состоит из различных структур мозга, функция которых заключается в регулировании физиологических реакций на определенные раздражители, что означает, что эта система является местом, где находится человеческий инстинкт.

Двигательная система

Сумасшедший аппарат - это серия структур, которые позволяют телу выполнять любое движение. Опорно-двигательный аппарат состоит из скелетной и мышечной систем.

Выделительная система

Также называемая мочевыделительной системой, она состоит из выводных протоков и почек, из которых происходит процесс выведения, который представляет собой не что иное, как очистку крови от шлаков, эти отходы представляют собой так называемую "мочу», которая выводится через мочеиспускательный канал.

Скелетная система

Человеческий скелет - это группа костей, которая придает телу его структуру. У взрослого человека общее количество костей составляет 206 костей, которые сочленены друг с другом и соединены с помощью сухожилий, мышц и связок. Человеческий скелет состоит из хрящевой ткани и костной ткани.

Вегетативная нервная система

Он является частью периферической нервной системы, в частности, отвечает за контроль произвольных функций внутренних органов, таких как частота сердечных сокращений, частота дыхания, потоотделение, пищеварение, слюноотделение, расширение зрачков, сексуальное возбуждение и мочеиспускание.

Солнечная система

Это планетарное целое, в котором находятся Земля и другие звезды, вращающиеся по орбите к Солнцу; Примечательно, что последнее - это небесное тело, излучающее свой собственный свет

Солнечная система - это планетная структура, в которой находятся Земля и другие астрономические объекты, которые прямо или косвенно вращаются по орбите вокруг единственной звезды, известной как Солнце. Эта звезда - единственное небесное тело, излучающее собственный свет. благодаря синтезу водорода, а затем его превращению в гелий в его ядре.

Как правило, этот набор планет преподается в начальной школе с использованием дидактических методов, таких как солнечная система, рисунки, макеты, песни и т. Д.

Планеты, составляющие Солнечную систему

Она состоит из восьми планет, каждая из которых находится на большем или меньшем расстоянии от Солнца, причем следующие находятся все дальше и дальше: Меркурий, Венера, Земля, Марс, Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун.

В сети можно найти разнообразную информацию о ней. Чертежи Солнечной системы очень помогают в визуализации расположения каждого компонента, из которого она состоит.

Национальная сейсмологическая система Мексики

SSN Мексики или Национальная сейсмологическая система - это организация, входящая в состав Института геофизики УНАМ (Национальный автономный университет Мексики). Это направлено на установление и **поддержание наблюдения за страной с помощью сейсмостойких машин**, которые работают непрерывно и с высокой эффективностью. Он был основан в 1910 году в соответствии с соглашениями, достигнутыми на встрече, которая состоялась во Франции в 1904 году, на которой присутствовали представители 18 стран, включая Мексику, и где было решено создать Международную сейсмологическую ассоциацию.

Функции SSN Мексики

Он отвечает за сейсмический мониторинг 365 дней в году, чтобы быть внимательным к любой возможной сейсмической чрезвычайной ситуации и быть к ней максимально подготовленным.

Контрольные вопросы.

1. Основные системные категории.
2. Понятийные термины, связанные с системой и ее характеристиками.
3. Структура системы.
4. Состояние системы.

1.2. Системные свойства. Классификация систем

Проектирование сложных технических систем, планирование и управление экономическими комплексами, анализ экологических ситуаций и многие другие направления технической, научной и экономической деятельности потребовали организации исследований, которая выходит за рамки традиций: концентрация усилий ученых различных отраслей, унификация и согласование информации собранный в результате конкретных исследований. Эти междисциплинарные исследования, которые иногда называют комплексными или системными исследованиями, во многом обязаны своим успехом возможностям обработки информации, применению математических методов, появившихся с появлением компьютеров, методов, которые предоставили не только инструмент, но и в высшей степени универсальный язык.

Давайте еще раз подчеркнем, что системный анализ

зародился в эпоху компьютеров, и его развитие во многом зависит от него

от их текущей и будущей работы. По этой причине термин " системный анализ» будет использоваться в этой работе в довольно узком смысле: под системным анализом понимается совокупность методов, основанных на компьютерах и имеющих своей целью Изучение систем: технических, экономических, экологических и т. д. Результатом этих исследований в принципе будет принятие решения: план развития региона, параметры для размещения и т. д. Таким образом, системный анализ - это дисциплина для тех, кто интересуется проблемами принятия решений, когда принятие

решения включает анализ сложной информации различной физической природы.

Следовательно, системный анализ и его методологические разработки включают дисциплины, занимающиеся проблемами принятия решений: теорию исследования операций и общую теорию управления.

Современная концепция системы восходит к 1940-м годам. Это связано с участием как минимум пяти персонажей, оно состоит из четырех концепций, которые являются фундаментальными для понимания того, что такое система : Взаимодействие (или взаимосвязь) относится к идее нелинейной причинности. Эта концепция важна для понимания коэволюции и симбиоза в биологии. Особой формой взаимодействия является обратная связь (или обратная связь), изучение которой находится в центре внимания работ кибернетики.

Тотальность (или глобальность). Если система в первую очередь является набор элементов, он не сводится к нему. Согласно утвержденной формуле, целое — это нечто большее, чем сумма его частей. Фон Берталанффи показывает, вопреки мнению Рассела, который отвергает концепцию организма, "что нельзя получить поведение целого как сумму действий частей и [что нужно] учитывать отношения между различными вторичными системами и системами, которые их "покрывают" [чтобы] понять поведение сторон".

Эта идея проясняется феноменом возникновения: на глобальном уровне появляются свойства, не подлежащие вычету

из свойств элементарные, что можно объяснить пороговым эффектом.

Организация — это центральное понятие в понимании того, что такое система. Организация — это организация целого в соответствии с распределением его элементов по иерархическим уровням. В зависимости от степени его организации целое не будет

обладать одинаковыми свойствами. Таким образом, мы приходим к идее, что свойства целого зависят не столько от природы и количества содержащихся в нем элементов, сколько от отношений, которые устанавливаются между ними. Мы можем привести два примера: изомеры - это химические соединения с одинаковой формулой и массой, но имеющие разное структурное расположение и, следовательно, разные свойства.

Системность формируется в процессе моделирования, в котором широко используется

графический язык и который варьируется от разработки качественных моделей в виде "карт" до построения динамических и количественных моделей, которые можно использовать на компьютере и которые приводят к моделированию.

Постоянно сочетая знания и действия, системность представляет собой

неразрывный союз знания и практики.

Рассмотрение приведенного ниже сводного графика приведет нас к очень логичному представлению

системики в виде двух частей :

- ☐ системность, знание и концепции
- ☐ системность, метод и обучение.

Системность - это не только знание, но и практика, способ проникнуть в сложность. Подход осуществляется поэтапно : наблюдение за системой различными наблюдателями и в различных аспектах; анализ взаимодействий и цепочек регулирования; моделирование с учетом уроков, извлеченных из эволюции системы; моделирование и сопоставление с реальностью (экспериментирование) для достижения консенсуса. Такой подход должен быть одновременно осторожным и амбициозный : - осторожный в том, что он исходит не из заранее установленных идей, а из фактов, которые он констатирует и которые необходимо учитывать, - амбициозный в том, что он стремится к наилучшему пониманию ситуаций, не довольствуется ни приближениями, ни кратким обобщением, но стремится понять и обогащать знания.

Системная триангуляция заключается в наблюдении за системой с трех разных, но взаимодополняющих сторон.

Аспект проекта в основном чувствителен к цели или целям системы.

Исторический аспект (или генетический, или динамический) связан с эволюционной природой системы, наделенной памятью и проектом, способной к самоорганизации.

Аспект взаимодействия направлен на описание структуры системы, расположения ее различных компонентов, взаимодействий.

Системная декомпозиция отличается от аналитической декомпозиции тем, что мы не стремимся опуститься до уровня элементарных компонентов, но определите подсистемы (модули, органы, подмножества и т. д.), которые играют роль в функционировании системы. Для этого необходимо четко определить границы этих подсистем (или модулей), чтобы затем выявить взаимосвязи, которые они поддерживают между собой, а также их назначение по отношению к целому.

Чтобы выполнить декомпозицию наиболее подходящим способом, мы можем полагаться на несколько

критериев :

критерий конечности: какова функция модуля по отношению к целому? ·

критерий истории: имеют ли компоненты модуля общую историю?

·

критерий уровня организации: где находится изучаемый модуль по сравнению с иерархией уровней организации? ·

критерий структуры: некоторые структуры носят повторяющийся характер и встречаются на нескольких уровнях организации.

Контрольные вопросы.

1. Свойства систем.
2. Поведение системы.
3. Классификация систем.

1.3. Свойства открытых систем

Мы говорим о сложности, когда система состоит из стольких аспектов, связанных друг с другом по-разному, что практически невозможно проанализировать их по отдельности и объяснить с помощью традиционных процедур. Вы не можете сказать, как работает сложная система, просто извлекая различные компоненты для их индивидуального анализа. Эта невозможность является основным отличием сложной системы от обычной.

Действительно, именно количество и разнообразие взаимосвязей между всеми элементами системы делают эту систему сложной. Однако эти взаимодействия часто меняются непредсказуемым образом. Бывает, что функция выполняется определенным образом, а затем совершенно другим образом в другое время. Фактически, в сложной системе малейшее маленькое непредсказуемое событие может привести к череде более крупных событий, которые делают невозможным понимание того, как работает указанная система. Это явление получило название «эффект бабочки». Теоретически, одного взмаха крыла бабочки в Бразилии достаточно, чтобы изменить направление ветра и атмосферное давление и вызвать торнадо в Техасе!

Виртуальная сложность

Человеческий мозг - это лишь одна из многих сложных систем. Метеорология, экосистемы, живые существа, фондовый рынок, любые языки - все это сложные системы. Эти системы состоят из органических и неорганических элементов. Те, кто занимается теорией систем, приложат все усилия, чтобы попытаться смоделировать сложную систему. Как правило, они пытаются изучать системы с помощью компьютерного моделирования в надежде извлечь из них информацию о том, как работают эти системы. Однако смоделировать сложную систему непросто, потому что никто не может предсказать, что может произойти с графическим интерфейсом пользователя; «непредсказуемый» фактор присутствует повсюду. Специалисты по теории систем пытаются работать с алгоритмами (математическими формулами), с помощью которых их моделирование может быть реализовано как можно ближе к реальности. Так появляется программное обеспечение, моделирующее колебания фондового рынка, движение стаи рыб или эволюцию видов в результате естественного отбора.

На самом деле, что замечательно в теории систем, так это то, что ее можно применять практически ко всем областям. Исследователи из разных слоев общества видят в этом потрясающий инструмент. Это, кстати, то, что делает эту теорию очень успешной. Некоторые считают, что она может позволить нам понять взаимосвязи между различными элементами Вселенной, от большого взрыва до возврата инвестиций и бабочек ... (Я схематизирую, но наша потребность сделать вещи

понятными иногда приводит нас к чрезмерному инвестированию в определенные теории.) Однако одно можно сказать наверняка: теория систем позволяет установить связи между естественными науками (биология, физика, химия и т. Д.) И Социальными науками (социология, экономика, психология и т. Д.).

Помимо стойких приверженцев, некоторые более осторожные люди просят о встрече. Потому что существует пропасть между реальностью и возможностями моделирования, позволяющими понять эту реальность. Эмпирически, поскольку разные модели приводят к одним и тем же результатам, можно задаться вопросом, действительно ли такое моделирование, которое, по-видимому, воспроизводит такую точную систему, действительно справедливо, поскольку другое моделирование также может достичь этого. Поэтому сегодня трудно сделать окончательные выводы об отношениях между системами и их моделировании или об отношениях между различными системами.

Организованные системы

Несмотря на возникающие неопределенности и трудности, теория систем открывает огромные возможности. Преимущество сложных систем в том, что они чрезвычайно хорошо организованы. Они формируются и развиваются не на основе внешних элементов или потому, что они были спроектированы таким или иным образом, а потому, что они учитывают различные взаимодействия между элементами, уникальными для системы. В чем нельзя винить сложные системы, так это в их неорганизованности!

Чем менее стабильна система, тем более она организована, пока не перестанет функционировать. И наоборот, чем менее организована система, тем она стабильнее и тем больше вероятность ее блокировки. Таким образом, системам удастся найти баланс между застоем (остановкой) и критической нестабильностью. Однако организация системы не зависит от одного элемента. Сложные системы имеют тенденцию сохранять свою динамическую организацию, даже когда определенные элементы меняются или перестают функционировать или когда окружающая среда претерпевает значительные изменения. То есть сложные системы приспосабливаются.

Это свойство, называемое «рекурсией», характеризует степень взаимосвязи между различными элементами системы. В качестве взаимосвязей рассматриваются петли обратной связи и бифуркационные каналы, которые значительно увеличивают потенциал системы, которая затем может лучше реагировать при неожиданных изменениях окружающей среды. Сложные системы часто настолько рекурсивны, что некоторые элементы служат резервной копией, когда другие перестают работать. Это то, что позволяет системе продолжать работать...

Рекурсия теперь заменяет объяснения традиционной науки, основанные на причинно-следственных связях. На самом деле специалисты по теории систем не ищут изолированных причин, которые могли бы объяснить происходящее, но они пытаются получить общую картину, помня, что различные элементы могут меняться, улучшаться или ухудшаться с течением

времени. Именно эти изменения делают сложные системы важными, поскольку они открывают множество возможностей для решения научных и философских головоломок, таких как все вопросы, касающиеся мышления, обучения и памяти, но также и вопросы, касающиеся происхождения жизни, адаптация видов и эволюция живых существ. Не говоря уже о фондовом рынке ... это само собой разумеется!

Контрольные вопросы.

1. Закономерности взаимодействия части и целого.
2. Закономерности иерархической упорядоченности систем.
3. Закономерности осуществимости систем.
4. Закономерности развития систем.

1.4. Принципы и закономерности исследования и моделирования систем

Моделирование : моделирование-это, во-первых, технический процесс, который позволяет с

целью познания и действия представить объект или ситуацию или даже событие, которые считаются сложными.

Он используется во всех областях науки, связанных со сложностью. Но моделирование-это

также искусство, с помощью которого Моделист выражает свое видение реальности. В этом смысле можно говорить о

конструктивистском подходе. Одна и та же реальность, воспринимаемая двумя разными разработчиками моделей, не обязательно приведет к созданию одной и той же модели.

Используемые модели обычно представляют собой аналитические модели. Он критикует сторонников аналитической школы, которые со своими моделями часто пытаются адаптировать поставленную проблему к доступным моделям, а не искать альтернативные модели, которые наилучшим образом отвечают на проблему. Использование аналитических моделей требует упрощения исследуемого явления, следовательно, разделения или деления. Однако для того, чтобы оно всегда выполнялось разумно, каждый из нас должен быть рожден, чтобы уметь анализировать. Что далеко не так. Тем не менее он уточняет свою точку зрения, подчеркивая тот факт, что перед лицом сложной проблемы аналитическая модель может помочь направить исследователя к приемлемым решениям.

Он представляет собой системное моделирование, которое позволит заполнить пробелы в аналитическом моделировании, такие как закрытые модели, то есть рассуждения только по одному критерию. Он исходит из предположения, что для решения сложной ситуации необходимо изменить регистр. Необходимо перейти от обзора дисциплинированных знаний к реестру методов обогащения активных знаний. Он представляет его под историческим углом зрения и использует его, чтобы указать, на

каком семантическом регистре он основан. Противопоставляя его семантическому регистру, присущему аналитическому моделированию, он критикует нашу систему образования, которая учит рассуждать только о задачах с одним критерием, следовательно, о закрытых системах; в более широком смысле, мы не учимся переходить от одного регистра к другому в зависимости от ситуации. Следствием этой интеллектуальной лени является почти систематическое использование аналитических моделей в сложных организациях. Эта ситуация, по его мнению, является следствием "диктатуры" аналитических и декартовых методов. "Диктатура", длившаяся несколько столетий.

В своей презентации классических методов моделирования он проливает свет на их недостатки. На протяжении всего изложения на примерах, исторических ориентирах, притчах он показывает ограничения этих моделей с течением времени. Системное моделирование сложности будет строиться по ходу работы на основе вкладов таких мыслителей, как Пиаже, которые не удовлетворяются аналитическими моделями. С каждым новым вкладом связана каноническая модель, которая представляет новую систему.

Для автора моделирование сложной системы - это, прежде всего, моделирование системы действий. Моделирование сложного действия характеризуется общим понятием процесса, которое определяется его осуществлением и его результатом. Он представляет процесс тремя функциями: функцией временного переноса, функциями морфологического преобразования и

пространственного переноса. Он предлагает девятиуровневую модель сложной системы и показывает, как можно переходить с одного уровня на другой посредством действий.

Он выдвигает гипотезу, согласно которой постановка проблем = постановка проектов. Действительно, для него в системном моделировании наиболее важной задачей разработчика моделей является не решение поставленной проблемы, а решение в первую очередь проблемы, которая заключается в постановке проблемы. Это означает, что он должен определить проекты (цели) системы моделирования рассматриваемого явления.

Он также вводит концепцию организации, которая для него является свойством сложных систем. Он выражает двойственность действия и его результатов. Он показывает, что организация активна, самоорганизуется, зависит от окружающей среды и солидарна с ней. Организация также реагирует в соответствии с информацией. Информация - это стабильная конфигурация символов. Символ одновременно является знаком и значением.

Чтобы способствовать понятности сложной организации, модель ШЕННОНА будет представлять собой своего рода эталонную схему, с помощью которой можно будет сформулировать и с пользой интерпретировать различные модели организующей и расширяющей возможности информации. Информация позволяет организации адаптировать свое поведение в каждый момент посредством регулирования, трансформации, восстановления баланса, чтобы находиться в осмосе с окружающей средой. Таким образом, информация

порождает процесс постоянной корректировки организации с помощью каналов (мы говорим, что система адаптируется посредством аккомодации) и кодов (мы говорим, что система адаптируется посредством ассимиляции) коммуникации по отношению к проекту. Чтобы представить организацию, он предлагает модель, состоящую из:

система принятия решений

информационная система

система, действующая

В системном моделировании концепции организации и информации тесно связаны.

Процессы принятия решений в системном моделировании имеют решающее значение. Работа Х.А. САЙМОНА имеет решающее значение в этой области; он показывает, что процесс принятия решений - это последовательная и проективная система обработки информации (ИТС) (в которой есть проекты). Автор повторяет гипотезы САЙМОНА :

решение - это дизайн: решение позволяет разрабатывать проекты (планы), позволяющие достичь семейства целей.

решение разумное: проективное понимание ситуации обозначается целями, которые делают понятными описания сложной воспринимаемой ситуации.

Именно на основе этих предположений была разработана модель решения. Он состоит из :

интеллектуальная система для понимания или формулирования проблемы

система проектирования для решения и оценки альтернативных решений

система отбора для выбора удовлетворительного многокритериального решения или повторной доработки проблемы.

Автор в конце презентации представляет два типа рассуждений: эвристические и алгоритмические. Он рекомендует использовать первое, потому что это рассуждение методом проб и ошибок, которое один считает правдоподобным, в то время как сходимость другого была формально продемонстрирована заранее. Чтобы дополнить терминологию, относящуюся к системному моделированию, он рекомендует, как предлагает САЙМОН, использовать "удовлетворительный" (удовлетворительный) для определения решения сложной проблемы. Это использование оправдано тем фактом, что оно удовлетворительно, а не оптимально для всех критериев. Он поставит проблему оценки решения. Будем ли мы говорить об эффективности или действенности решения? Он показывает, что с эффективностью можно было бы рассуждать только по одному критерию, который представляет собой соотношение между потребленными и произведенными ресурсами. С точки зрения эффективности можно было бы рассуждать о нескольких критериях, которые являются целями системы. Следовательно, именно эффективность подходит для сложных систем.

По сравнению с исходным вопросом становится ясно, что аналитические модели не подходят для решения сложных

задач. Только системный подход позволяет прийти к решениям, которые являются удовлетворительными, но которые не могут быть оптимальными для всех критериев проблемы. Но подход сложный.

Вопрос моделирования сложных систем совершенно актуален. Это тем более актуально, что сегодня возникает множество проблем, связанных с глобализацией экономики, урбанизацией, новыми технологиями, молодежной преступностью, СПИДом и другими. Эти проблемы чрезвычайно сложны. Теперь наша система отсчета - это аналитическое моделирование или даже декартова логика.

Сколько планов разработано для решения проблемы дефицита социального обеспечения? Сколько запущено планов по решению проблем пригородов? Сколько разработано планов по сокращению бедности? Мы понимаем, что, несмотря на вливание десятков миллиардов франков, эти проблемы остаются.

Те, кому поручено изучать эти проблемы, обычно являются выходцами из крупных государственных структур. Чтобы получить к нему доступ, в принципе, необходимо пройти обучение в крупных школах. Прием в эти основные школы требует прохождения подготовительных классов, в которых преобладают математика и естественные науки. Как справедливо показывает Ж.Л. Ле Муань в своей работе, система образования учит только аналитическим моделям. Это правда, что их легче обучить, чем системные модели. Таким образом, эти люди переносят на сложные задачи закрытые, детерминированные модели, более

подходящие для сложных задач. Долгое господство декартовой школы привело к тому, что учеников не учили этой интеллектуальной гимнастике, которая заключается в переходе от одного регистра к другому, чтобы адаптироваться либо к ситуации сложности, либо к ситуации сложности.

Жан Стауме в отличной статье под названием "Чему наука учит менеджеров" показывает, что "перед лицом внешних факторов неопределенности (нового конкурента), биржевого шока, закона 35 часов), модель мышления – классическая, рациональная и детерминированная, которая учит строить сценарии реагирования на действия менеджеров". события устарели". По его мнению, хороший руководитель - это тот, кто умеет справляться с неопределенностью, а не тот, кто стремится ее устранить. Точно так же мы можем отметить устаревший аспект схем консультантов, которые говорят, что, очерчивая участников, действующие силы и конкурентные позиции каждого, мы можем сделать вывод о том, как будет разворачиваться битва.

И наоборот, Renault Twingo никогда не должен был появиться на свет. Его экспертная система, которая определяет количество переменных и проверяет запуск моделей, пришла к выводу, что этого нетипичного автомобиля не должно существовать. Очевидно, что при решении проблемы, которую можно охарактеризовать как сложную, был принят во внимание субъект. Действительно, модель была открыта (понятие конъюнкции, о котором говорит Ж.Л. Ле Муань, было интегрировано), поскольку было принято решение, что она будет

запущена, несмотря ни на что, с известным успехом. Люди (руководители), в отличие от экспертной системы, чувствовали, что эта модель может быть успешной. Априори иррациональное решение привело к успеху. Этот пример показывает опасность, которую может представлять рассуждение только на основе аналитической модели. Он подтверждает теорему Геделя (1931 г.), которая демонстрирует, что любая формальная система, построенная на арифметике, логике (бухгалтерский учет, прогнозирование ...), по своей конструкции неполна. Любая логическая система, любая формализация, построенная человеком, несовершенна.

Инстинкты, ощущения, чувства и эмоциональный интеллект, о которых так много говорят, не могут быть действительно представлены алгоритмами. Итак, как говорит Э. МОРЕН, мы должны включить в действие актера.

Это очень интересная работа, которая проливает новый свет на моделирование. Он в понятной форме дает элементы (термины, концепции и подходы), помогающие в рассуждениях, предназначенных для моделирования сложных систем. Я думаю, что у автора было похвальное желание сделать свою речь доступной, понятной для всех. Для этого он много обращается к истории, мыслителям этого и предыдущих веков. Читатель временами склонен тонуть в этих деталях. Это правда, что упоминание работ некоторых авторов и некоторые их цитаты вносят большой вклад в понимание определенных концепций

Организации, таких как Э. МОРИН. Кроме того, мне часто казалось, что это повторяется.

Противопоставление аналитического моделирования и системного моделирования, представленное в начале работы, могло создать впечатление, что в системном подходе нет научной строгости. Действительно, аналитическое моделирование основано на достижениях науки и техники: исследованиях операций, кибернетике, методах обработки сигналов и науках о принятии решений. Системный подход, представленный в работе, также позволяет восстановить эту научную строгость. Мы находим исследовательские гипотезы, обсуждение, вытекающую из них связанную модель и выводы.

Контрольные вопросы.

1. Закономерности взаимодействия части и целого.
 2. Закономерности иерархической упорядоченности систем.
 3. Закономерности развития систем
- кономерности осуществимости систем.

1.5. Синергетический подход в современной науке

Современная наука не является результатом прогресса в наблюдении; напротив, она состоит в преобладании разума над простым опытом. Это подразумевает, что человек заранее отворачивается от эмпирически известной реальности, чтобы заменить ее идеоматематическими моделями. Истинный экспериментальный метод - это метод, при котором математическая теория определяет саму структуру эксперимента:

она использует математический язык, чтобы формулировать вопросы к природе и интерпретировать на математическом языке ответы, которые она дает. Мы производим термометр, используя, например, свойство теплового расширения физических тел, вариации которого мы калибруем, чтобы сделать его математическим измерительным прибором. Когда мы погружаем этот инструмент в какую-либо жидкость, мы задаем на математическом языке вопрос природе, на который она отвечает математическим языком, и мы читаем этот ответ на шкале измерений – не более того. Это модель того, что такое инструмент в понимании современной науки, и именно на этой основе строится любой эксперимент, который хочет быть научным.

Моделирование необходимо для понимания и анализа промышленных систем и является основой процесса проектирования. Он объединяет набор методов, позволяющих получить математическое представление изучаемой системы. Модель - это приближение, более или менее абстрактный взгляд на реальность, позволяющий более просто воспринимать ее в соответствии с установленной точкой зрения для данной цели. Понятие сложности позволяет квалифицировать системы, которые в силу некоторых своих характеристик, своего размера и разнообразия характера задействованных явлений представляют трудности для анализа. Таким образом, сложная система не может быть сведена к единой модели. Модель отражает только часть знаний об изучаемой системе и скрывает другую часть, которая считается излишней или ненужной для желаемой цели. Это всего

лишь представление системы в среде ее использования. Следовательно, это больше, чем отдельная модель, это набор дополнительных моделей, которые необходимо разработать в соответствии с использованием и целями различных участников проекта. Кроме того, то же самое относится и к выбору инструментов, используемых для представления этих различных моделей; таким образом, контекст приложения должен быть четко определен, чтобы соответствующим образом выбирать конкретные и подходящие инструменты. Среди прочего, инструменты моделирования могут быть текстовыми или графическими, функциональными или аналитическими, неформальными или формальными.

Системотехника

Во-первых, представляется необходимым уточнить понятие системы, используемое в этом тезисе. На самом деле существует несколько определений этого термина в зависимости от изучаемой области или принятой точки зрения. Мы возвращаемся к определению 1.1.

Определение 1.1 (Система)

Система - это составной набор персонала, аппаратного и программного обеспечения, организованный таким образом, чтобы их взаимодействие позволяло в данной среде выполнять задачи, для которых она была разработана.

При построении систем, которые становятся все более сложными, возникает множество трудностей: плохо выраженные или плохо воспринимаемые потребности, неточные или неполные

спецификации, необоснованные или непроверенные решения, неконтролируемое общение между участниками. В попытке решить эти проблемы была разработана системная инженерия (определение 1.2) для удовлетворения потребностей в понимании и освоении этих систем. Применяется в различных отраслях промышленности: аэрокосмической, телекоммуникационной, информационных системах, транспорте и т. Д.

Определение 1.2 (Системная инженерия)

Системная инженерия - это совместный и междисциплинарный методологический подход, охватывающий весь комплекс мероприятий по проектированию, разработке, масштабированию и проверке системы и предлагающий оптимизированное решение для системы, сбалансированное на протяжении всего ее жизненного цикла, отвечающее ожиданиям клиента и приемлемое для всех.

Методы системной инженерии основаны на подходах моделирования, верификации и моделирования для проверки требований и оценки решений на протяжении всего процесса. Здесь речь идет не о исчерпывающем описании системной инженерии. Ценность его реализации особенно заметна на начальных этапах спецификации и проектирования системы, поскольку большая часть общих затрат на разработку системы приходится на решения, принятые на этих этапах. Основными видами деятельности, присущими системному подходу, являются определение требований, обоснование выбора, проверка и подтверждение всех результатов.

Жизненный цикл системы - это набор фаз, которые проходит система с момента выдачи требований, которые ее касаются, до ее вывода из эксплуатации. Таким образом, он состоит из этапов концептуализации, проектирования, реализации, интеграции, эксплуатации и, наконец, вывода из эксплуатации. Мы более подробно опишем циклы разработки и их значение в следующем разделе.

Циклы разработки

Процесс разработки решения можно разделить на различные фазы; таким образом, цикл разработки - это последовательность действий, включающая используемые методы и инструменты. Цель этого разделения - установить вехи на протяжении всего процесса проектирования: действительно, чем позже будет обнаружена ошибка, тем выше может быть ее стоимость. Следовательно, следует как можно скорее обнаружить и исправить его ошибки. Например, метод V-образного цикла обычно используется в крупных отраслях промышленности Франции, особенно в железнодорожной сфере. В этой модели нисходящая часть соответствует проектной деятельности, ведущей к реализации системы или программного обеспечения, в то время как восходящая часть связана с аспектами проверки и валидации. Разработка ведется поэтапно, и каждый этап проектирования сопоставляется с этапом валидации. Таким образом, V-образный цикл предлагает структуру, структурирующую процесс автоматизации. Однако на практике трудно разделить эти различные фазы. Обычно ошибки или

несоответствия в исходных спецификациях обнаруживаются только во время внедрения. Кроме того, такие ошибки, обнаруженные на поздних этапах цикла, в большинстве случаев приводят к большим потерям с точки зрения времени или финансовых средств. Этот метод хорошо иллюстрирует необходимость поэтапного построения системы путем все более точного определения выбранного решения, соответствующего первоначальным спецификациям. Мы также можем упомянуть другие циклы разработки, используемые в промышленности: метод каскадного цикла разработки [Rouce70] или спирального цикла разработки [Boehm88]. В заключение этого раздела мы хотим подчеркнуть, что необходимо выявлять ошибки как можно раньше в процессе проектирования. Имея это в виду, использование формальных методов позволяет получить систему, проверенную конструкцией. Наконец, разделение процесса проектирования на различные фазы в соответствии с поставленной целью кажется нам необходимым и мотивирует использование различных дополнительных моделей.

Типы моделей и уровни описания системы

Мы видели это в предыдущих разделах, существует несколько типов моделей в зависимости от контекста или цели, которую хочет разработчик. В этих рамках необходимо определить несколько уровней описания системы в соответствии с этапом, который мы хотим достичь в рамках этого процесса разработки:

- потребности и требования пользователей,
- набор возможных решений,
- конкретное решение,
- внутренняя структура системы и ее структура. выбранное решение, описание различных модулей,
- алгоритмы / машины / усовершенствования, используемые каждым модулем,
- окончательный код.

Таким образом, на протяжении всего этого цикла разработки используются различные типы моделей. Типология этих различных типов в соответствии с их назначением и использованием предложена методом проницательного анализа и проектирования. Этот подход заключается в наблюдении за системой с разных сторон и в несколько этапов. Центральным элементом этого метода является матрица точек зрения моделирования, предлагающая три возможных взгляда на систему (функциональный, органический и операционный) и три временные перспективы исследования (рис. 1.2). Мы уточняем три различных взгляда на систему:

- функциональный взгляд представляет собой то, что система делает посредством анализа. отношение к окружающей среде ;
- органическое видение представляет собой то, чем является система;
- операционное видение представляет собой то, что система решает для выполнения поставленной задачи.

Мы используем этот метод для определения различных моделей в зависимости от цели, которую мы хотим достичь, и фазы, которую мы рассматриваем в процессе разработки (рис. 1.3).

. Чтобы создать систему, соответствующую требованиям, изложенным в спецификации, необходимо описать, что представляет собой система. Система должна удовлетворять требованиям так называемой предписывающей модели. Эта модель может быть описана в форме требований, которые можно разделить на функциональные (что должна делать система) и нефункциональные (производительность, надежность, безопасность..). Например, в рамках этой работы спецификация систем, к которым предъявляются требования безопасности необходимо четко определить, чего не должно происходить. Целью проектирования системы является построение так называемой конструктивной модели, описывающей решение, отвечающее требованиям, которым должна соответствовать система. Эта модель позволяет представить систему, выделив желаемые свойства. Затем необходимо построить перспективные модели, цель которых - вывести поведение системы в новых ситуациях из известного состояния. Эти модели бывают двух типов:

1. Формальные модели: способные прогнозировать, подтверждать, доказывать поведение;
2. Аналитические модели: позволяющие оценивать производительность, анализировать безопасность эксплуатации, моделировать.

Моделирование, прежде всего, ориентировано на желаемую цель разработчика моделей: построение имитационной модели, пилотирование, управление, затем это стало возможным благодаря степени владения разработчиком моделей используемыми инструментами и методами.

Наконец, этот метод основан на наборе чисто описательных моделей, основанных на гибком, интуитивно понятном языке моделирования, близком к естественному языку, но недостаточном в нашем рабочем контексте. В главе 3 мы обосновываем языки, которые мы выбрали для описания процесса проектирования критически важных железнодорожных систем. Кроме того, с нашей точки зрения, при представлении требований, содержащихся в техническом задании, мы должны быть осторожны, чтобы не предварительно априори выбирать решение, не в последнюю очередь потому, что это может привести к исключению альтернативных решений.

Типы свойств

В предыдущем разделе мы объяснили ценность использования различных типов моделей в процессе проектирования. Эти модели позволяют проверять различные свойства в зависимости от поставленной цели. Итак, здесь мы представляем различные типы свойств (определение 1.3), которые необходимо указать и проверить при проектировании сложной системы.

Определение 1.3 (свойство)

Свойство - это собственное качество, внутренняя характеристика (функциональная, поведенческая, структурная или временная), которой должна обладать система. Свойство отражает ожидание, требование, цель, которым объект должен соответствовать. Во-первых, свойства могут быть статичными. В этом случае они позволяют обеспечить согласованность системы. В подходах, основанных на переходах состояний, они задаются в виде инвариантов или опор для операций. В частности, они характеризуют архитектуру системы. Тогда свойство называется динамическим, если оно имеет дело с возникновением или планированием событий. Здесь мы можем обратиться к разделу 3.1, где будет обоснован выбор инструментов, используемых в нашей работе; сети Петри будут использоваться для изучения динамических свойств системы, в то время как метод В рассматривается для проверки ее статических свойств.

Контрольные вопросы.

1. Определение синергетики.
2. Главные принципы синергетического подхода в современной науке.
3. Закономерности возникновения и формулирования целей

1.6. Функциональное описание и моделирование систем

Моделирование: моделирование — это, во-первых, технический процесс, который позволяет с целью познания и действия представить объект или ситуацию или даже событие, которые считаются сложными.

Он используется во всех областях науки, связанных со сложностью. Но моделирование-это также искусство, с помощью которого Моделист выражает свое видение реальности. В этом смысле можно говорить о конструктивистском подходе. Одна и та же реальность, воспринимаемая двумя разными разработчиками моделей, не обязательно приведет к созданию одной и той же модели.

Неопределенные системы

Чтобы практиковать физический процесс, необходимо использовать модель, не принимаемую во внимание, если она не дает точных значений, потому что в некоторых частях она неизвестна. Неопределенная система - это неточная физическая система, которая предоставляет неверную информацию о поведении системы ввода / вывода, поскольку она включает помехи (неопределенности, шум).

Моделирование - важный процесс в диагностике, результаты которого зарезервированы, в то же время полагаясь на достоверность модели. Неопределенности в данных датчиков вызывают трудности в принятии решений в связи с наличием дефектов, что увеличивает количество ложных срабатываний и неточных решений. Чтобы наилучшим образом описать поведение физической системы, в модели необходимо учитывать представление неопределенностей. Неопределенности имеют разную природу и могут по-разному проявляться в математической модели системы.

В настоящее время появляется все больше и больше областей, в которых данные среды описываются переменными (значение, принимаемое переменной для объекта, является уникальным значением). Последние разработки в системах баз данных позволяют хранить новые типы данных (интервалы, наборы), которые вносят неточность или вариации. Эти изменения в системах баз данных привели к появлению множества приложений, которые обрабатывают объекты, описанные способами, более близкими к реальным и, следовательно, более сложными, чем те, которые обычно обрабатываются. Результат наблюдения или измерения может иметь вид:

- Однозначный : мера, полученная в результате наблюдения за любой переменной, является уникальным значением.

Например, переменные: длина или возраст человека, результаты экзамена ; уровень-градус на один пиксель.

- Многозначный : мера, полученная в результате наблюдения за любой переменной, представляет собой набор значений или диапазон значений, независимо от того, является ли эта переменная дискретной или непрерывной, например (совокупная скорость, температура). Каждый непустой интервал значений имеет две клеммы: нижнюю и верхнюю. Все точки между этими значениями включены в интервал.

Интервальная шкала используется, когда разница между значениями может быть измерена, но между значениями нет относительности (т. е. нельзя сказать, что одно из значений в n раз больше большим или меньшим, чем другое значение). Например,

интервальная шкала, которая используется для измерения времени или температуры.

Анализ основных компонентов (PCA) уже давно используется в качестве инструмента для исследовательского анализа данных и построения прогностических моделей. В последние годы наблюдается постоянное появление больших объемов данных из различных компьютеризированных отраслей. Основная проблема заключается в неточностях, связанных с этой моделью. Чтобы добиться отличия дефекта от ошибки моделирования, была определена новая диагностическая стратегия. В нем учитываются неопределенности, которые могут колебаться во времени и влиять на любой параметр модели, будучи представленными ограниченными переменными. Эта стратегия основана на анализе основных компонентов интервального типа.

Контрольные вопросы.

1. Понятие модели системы.
2. Описание функционирования системы.
3. Эффективность системы.
4. Параметры системы.

2. Анализ систем автоматического управления с помощью теории графов

2.1. Системы с запаздыванием как частный случай систем с памятью

Важнейшим объектом изучения системы является ее движение во времени, переход из одного состояния в другое. Состояние динамической системы в момент для $t_0 < t < t_f$, адекватно определяет единственную выходную функцию при любом $t_f > t_0$.

Будем предполагать, что состояние системы может быть описано n – мерным вектором X [14]:

$$X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)], \quad (2.1)$$

компоненты которого являются переменными состояниями системы. Систему, для описания которой требуется n переменных, будем называть системой n – го порядка. Для

динамической системы знание настоящего состояния $\mathbb{X}(t_0)$ и будущего входного воздействия $(\mathbb{U}(t), t \geq t_0)$ достаточно для того, чтобы найти настоящие и будущие значения выходной характеристики системы $(\mathbb{Y}(t), t \geq t_0)$. Следовательно, будущие значения выходной характеристики системы не зависят от способа, которым система достигает своего настоящего значения. Если данная система допускает представление при помощи пространства состояний и описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями, то уравнения состояния можно привести к виду

$$\dot{\mathbb{X}}(t) = \mathbb{F}(\mathbb{X}(t), \mathbb{U}(t)). \quad (2.2)$$

$$\mathbb{Y}(t) = \mathbb{G}(\mathbb{X}(t), \mathbb{U}(t)). \quad (2.3),$$

где n -мерная вектор-функция $\mathbb{F}$ и m -мерная вектор-функция $\mathbb{G}$ являются однозначными. Уравнения (2.2) и (2.3) известны как стандартная форма уравнений состояния.

Легко видеть, что не все системы могут быть описаны при помощи конечномерных уравнений состояния. Например, пусть состояние некоторой системы в момент времени t_0 определяется входным воздействием и реакцией состояния системы на отрезки времени $[t_0 - \tau, t_0]$.

Последнее условие означает, что состояние системы зависит от функции, определённой на отрезке $t_0 - \tau \leq t \leq t_0$, т.е. нельзя указать никакого конечномерного пространства,

удовлетворяющего нашему определению . Непрерывные системы с запаздыванием относятся именно к классу систем, не имеющих конечномерного пространства состояний. Уравнения состояния системы с запаздыванием имеют вид [14]:

$$\dot{X}(t) = \Phi(X(t), U, X(t - \Theta)), \quad (2.4)$$

$$Y(t) = H(X(t))$$

с начальной функцией $\varphi(t)$ для $t - \Theta \leq t \leq t_0$.

Уравнение (2.4) называется дифференциальным уравнением с запаздывающим аргументом. В нем функция $X(t)$ в общем случае будет n – мерным вещественным вектором, описывающим состояние системы в некоторый момент времени t , функция $U(t)$ будет m – мерным вещественным вектором входных воздействий, функция $\Theta = \tau(t)$ характеризует запаздывание, в общем случае различное для каждого из составляющих вектора $X(t)$. Начальная функция $\varphi(t)$ задается в виде n – мерной непрерывной вещественной вектор – функции на отрезке времени $t - \Theta \leq t \leq t_0$.

Вектор - функция $X(t)$, обладающая свойством

$$X(t) = \varphi(t), \quad t - \Theta \leq t \leq t_0$$

и удовлетворяющая уравнению (2.4) для $t \geq t_0$, называется решением дифференциального уравнения с запаздывающим

аргументом или просто с запаздыванием . В зависимости от вида функции Θ дифференциальные уравнения с запаздыванием делятся на несколько типов.

а) *Дифференциальные уравнения с постоянным запаздыванием.* Если величине Θ постоянной на всем интервале существования решения $\Theta = \tau = \text{const}$, уравнение (2.4) принимает вид

$$\dot{X}(t) = \Phi(U(t), X(t), X(t - \tau)), \quad t \geq t_0 \quad (2.5)$$

б) *Дифференциальные уравнения с переменным запаздыванием.* Пусть Θ будет кусочно – непрерывной функцией времени $t - \Theta = \tau(t)$, тогда уравнение (2.4) примет вид

$$\dot{X}(t) = \Phi(U(t), X(t), X(t - \tau(t))), \quad t \geq t_0 \quad (2.6)$$

в) *Дифференциальные уравнения с нелинейным запаздыванием.* Функция Θ может зависеть не только от времени, но и от искомой функции $X(t)$ или от ее производной $\dot{X}(t)$, или той и другой одновременно:

$$\Theta = \tau(t, X(t)), \quad \Theta = \tau(t, \dot{X}(t)) .$$

$$\Theta = \tau(t, X(t), \dot{X}(t)) .$$

Соответствующие дифференциальные уравнения с нелинейным запаздыванием примут вид:

$$\mathbb{X}(t) = \Phi(\mathbb{U}(t), \mathbb{X}(t), \mathbb{X}(t - \tau(t, (t))), \quad (2.7)$$

$$\mathbb{X}(t) = \Phi(\mathbb{U}(t), \mathbb{X}(t), \mathbb{X}(t - \tau(t, (t))), \quad (2.8)$$

$$\mathbb{X}(t) = \Phi(\mathbb{U}(t), \mathbb{X}(t), \mathbb{X}(t - \tau(t, (t), \mathbb{X}(t))) \quad (2.9)$$

г) *Дифференциальные уравнения нейтрального типа.* К уравнениям этого класса относятся такие, у которых функция $\Phi(\cdot)$ зависит как от искомой функции с запаздывающим аргументом, так и от ее производной. Дифференциальные уравнения нейтрального типа требуют задания не только начальной функции, но и ее производной. Системы, описываемые подобными уравнениями, на практике встречаются довольно редко.

Если система с переменным, постоянным запаздыванием линейна, то ее можно описать совокупностью дифференциальных уравнений следующего вида

$$\mathbb{X}(t) = \mathbb{A}\mathbb{X}(t) + \mathbb{B}\mathbb{X}(t - \Theta) + \mathbb{C}\mathbb{U}(t), \quad (2.10)$$

где матрица $\mathbb{A}$ имеет размер $n * n$, размер матрицы $\mathbb{B}$ также $n * n$, размер матрицы $\Theta - n * m$.

Выходные величины такой системы определяются соотношением

$$\mathbb{Y}(t) = \mathbb{H}\mathbb{X}(t), \quad (2.11)$$

где H – матрица размера $p * n$.

Контрольные вопросы.

1. Понятие запаздывания.
2. Описание системы с запаздыванием.
3. Уравнение состояния системы с запаздыванием.
4. Типы дифференциальных уравнений с запаздыванием.

2.2. Описание линейной стационарной системы с запаздыванием переменными состояниями. Граф переходных состояний.

Линейную стационарную систему n – го порядка с запаздыванием в цепи обратной связи (рис. 2.1) можно описать дифференциальным уравнением n -го порядка в виде [17]:

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) + y(t - \tau) = u(t), \quad (2.12)$$

где $a_n \neq 0, a_k (k = 0, 1, \dots, n),$



Рис.2.1. Линейная стационарная система n – го порядка с запаздыванием в цепи обратной связи

Поставим задачу отыскания выходного сигнала системы для всех моментов времени $t \geq t_0$. В момент времени t_0 на вход системы подается воздействие $u(t)$.

Если в этом уравнении $b=0$, то получим обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = u(t) \quad (2.13)$$

Известно, что для системы, описываемой уравнением (2.13) можно задать n независимых начальных условий, которые единственным образом определяют выходную функцию для заданной входной функции. Эту совокупность переменных можно квалифицировать как состояние в момент t_0 . Отсюда выводится следующая простая зависимость переменных состояния от выходной функции:

$$\begin{aligned} x_1 &= y, \\ x_2 &= \dot{y} = \dot{x}_1, \\ x_3 &= \ddot{y} = \dot{x}_2, \end{aligned}$$

$$\dots\dots\dots$$

$$x^n = y^{(n)} = -\frac{a_0}{a_n} x_1 - \frac{a_1}{a_n} x_2 - \dots - \frac{a_{n-1}}{a_n} x_n + \frac{1}{a_n} u$$

Из изложенного выше легко записать уравнения состояния в стандартной форме

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}u(t) \quad (2.14)$$

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{C} \mathbf{X}(t) + \mathbf{D}u(t) \quad (2.15) \quad ,$$

где $\mathbf{A}$ – матрица коэффициентов,

$\mathbf{B}$ - матрица управления,

$\mathbf{C}$ - матрица выхода,

$\mathbf{D}$ – матрица обхода системы.

Если $\mathbf{V}(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ \mathbf{X}(t) \end{bmatrix}$, (2.16)

то в этом случае линейная стационарная система может быть описана уравнением

$$\frac{d\mathbf{V}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{V}(t) \quad ,$$

(2.17)

где $\mathbf{A}$ -матрица коэффициентов. $\mathbf{V}(t)$ -вектор-столбец, включающий входную переменную и координаты x_k системы.

Применяя прямое преобразование Лапласа к уравнению (2.17) получим

$$\mathbf{V}(p)[p\mathbf{I}(i) - \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{V}(0^+), \quad (2.18)$$

где $\mathbf{I}(i)$ – единичная матрица.

$$\text{Обозначая } \Phi(t) = L^{-1}\{[pI - A]^{-1}\} \text{ ,} \quad (2.19)$$

будем иметь

$$V(t) = \Phi(t) V(0^+) \quad (2.20)$$

Матрица $\Phi(t)$ известна как расширенная матрица перехода системы.

Вернемся к рассмотрению уравнения (2.12) описывающего движение линейной стационарной системы n - го порядка с запаздыванием в цепи обратной связи. Это уравнение можно записать в следующей векторно- матричной форме

$$\frac{dX(t)}{dt} = AX(t) + Bu(t) + O\varphi(t - \tau) \quad (2.21)$$

Если заданы начальные условия и начальная функция $\varphi_0(t) = x_1(t - \tau)$, определенная на начальном множестве $[t_0 - \tau, t_0]$, то, применяя прямое преобразование Лапласа к уравнению (2.21), на отрезке $[0, \tau]$ будем иметь:

$$pX(p) - X(0^+) = AX(p) + Bu(p) + O\varphi_0(p),$$

$$X(p) = ((pI - A)^{-1} Bu(p) + (pI - A)^{-1} O\varphi_0(p) + (pI - A)^{-1} X(0^+)). \quad (2.22)$$

Функция, $x_1(t)$, которую можно получить из уравнения (2.22), является начальной функцией (точнее, изображением по Лапласу начальной функции)

$$\varphi_1(p) = x_1(p)$$

Применяя обратное преобразование Лапласа к уравнению (2.22), получаем

$$\mathbb{X}(t) = L^{-1} \left((p\mathbb{I} - A)^{-1} \mathbb{B}u(p) \right) + L^{-1} \left((p\mathbb{I} - A)^{-1} \mathbb{O}\varphi_0(p) \right) + L^{-1} \left((p\mathbb{I} - A)^{-1} \mathbb{X}(0^+) \right). \quad (2.23)$$

Уравнение (2.23) описывает поведение системы на отрезке времени $[0, \tau]$ Используя это решение, для отрезка $[\tau, 2\tau]$ аналогично получим

$$\mathbb{X}(p) = ((p\mathbb{I} - A)^{-1} \mathbb{B}u(p) + (p\mathbb{I} - A)^{-1} \mathbb{O}\varphi_0(p) + (p\mathbb{I} - A)^{-1} \mathbb{X}(\tau)).$$

Откуда

$$\mathbb{X}(t) = L^{-1} \left((p\mathbb{I} - A)^{-1} \mathbb{B}u(p) \right) + L^{-1} \left((p\mathbb{I} - A)^{-1} \mathbb{O}\varphi_0(p) \right) + L^{-1} \left((p\mathbb{I} - A)^{-1} \mathbb{X}(\tau) \right). \quad (2.24)$$

Выполняя последовательно этот процесс, можно найти решение для любого интересующего нас интервала времени

$$\mathbb{X}(p) = (p\mathbb{I} - A)^{-1} \mathbb{B}u(p) + (p\mathbb{I} - A)^{-1} \mathbb{O}\varphi_k(p) + (p\mathbb{I} - A)^{-1} \mathbb{X}(k\tau) \quad (2.25)$$

Откуда

$$\mathbb{X}(t) = L^{-1} \left((p\mathbb{I} - \mathbb{A})^{-1} \mathbb{B}u(p) \right) + L^{-1} \left((p\mathbb{I} - \mathbb{A})^{-1} \mathbb{O}\varphi_k(p) \right) + L^{-1} \left((p\mathbb{I} - \mathbb{A})^{-1} \mathbb{X}(k\tau) \right).$$

(2.26)

$$\text{где } k\tau \leq t \leq (k+1)\tau, \quad k = 1, 2, \dots$$

Итак, уравнение состояния линейной стационарной системы с постоянным запаздыванием может быть записано в векторной форме и решено с использованием преобразования Лапласа. Из этого следует, что решение мы можем получить и с использованием аппарата теории графов, являющегося мощным средством исследования различных классов структурно- сложных систем. Для рассматриваемого класса системы целесообразным является применение графов переходных состояний [17].

Определение: Графом переходного состояния назовем ориентированный взвешенный граф, полученный по схеме системы в переменных состояния, вершинами, являющимися компонентами вектора состояния $\mathbb{V}(0^+) = [u(0^+), \mathbb{X}(0^+)]$ с передачами дуг, равными коэффициентам расширенной матрицы перехода $\phi(\lambda)$.

$$\phi(\lambda) = \begin{bmatrix} a_{11}(\lambda) & a_{12}(\lambda) & \dots & a_{1n}(\lambda) \\ a_{21}(\lambda) & a_{22}(\lambda) & \dots & a_{2n}(\lambda) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}(\lambda) & a_{n2}(\lambda) & \dots & a_{nn}(\lambda) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Аргумент λ в $\phi(\lambda)$ при анализе непрерывных систем равен t , а в случае дискретных систем $\lambda = t - nT$ для $0 \leq \lambda \leq T$. Если заданы начальные условия и известна матрица $\phi(\lambda)$, то можно легко найти функции времени, описывающие изменение переменных состояния. Матрица перехода может быть определена из соотношений:

$$\phi(\lambda) = e^{-A\lambda},$$

$$\phi(\lambda) = L^{-1}\{[pI - A]^{-1}\}$$

Но вычисление элементов матрицы $\phi(\lambda)$ можно проводить непосредственно по графам переходных состояний (ГПС). Вычисляя по графу передачи между соответствующими узлами, применяя обратное преобразование Лапласа, мы, тем самым, определяем элементы $a_{ij}(\lambda)$ матрицы $\phi(\lambda)$, минуя выполнение трудоемких вычислений.

Для начала рассмотрим систему, описываемую дифференциальным уравнением

$$\ddot{y}(t) + 5\dot{y}(t) + 6y(t) = u(t), \quad u(t) = 1(t).$$

Требуется построить граф переходных состояний и определить матрицу перехода $\Phi(t)$.

1. Перейдем к системе уравнений 1-го порядка

$$\dot{u} = 0$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = -6x_1 - 5x_2 + u,$$

где $x_1 = y$.

В матричной форме полученную систему уравнений можно записать в виде

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -6 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(0) \\ x(0) \\ x(0) \end{bmatrix}$$

2.Схема в переменных состояния и граф переходных состояний даны соответственно на рис 2.2.а,б.

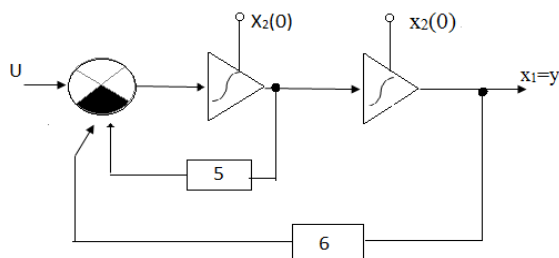
3.Определяем вектор $\mathbb{V}(t)$

$$\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & a_{13}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & a_{23}(t) \\ a_{31}(t) & a_{32}(t) & a_{33}(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

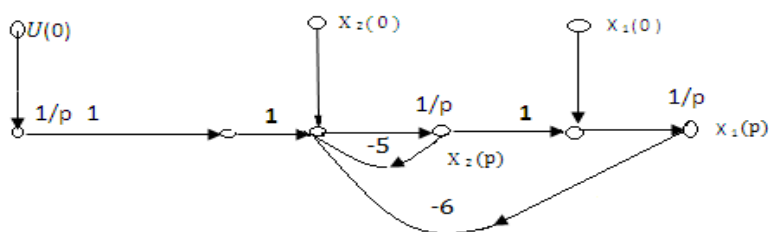
Элемент $a_{ij}(t)$ искомой матрицы перехода $\Phi(t)$ определяется следующим образом. По ГПС, пользуясь правилом Мезона, определяем $a_{ij}(p) \in \Phi(t)$ как передачу между узлами i, j , т.е. $a_{ij}(p) = x_i/x_j$. Матрицу $\Phi(t)$ получим, если применим к каждому элементу $a_{ij}(p)$ обратное преобразование Лапласа. Из рассмотрения графа имеем [22]:

$$X_1(p) = \frac{1}{p(p+2)(p+3)} u(0) + \frac{p+5}{(p+2)(p+3)} x_1(0) + \frac{1}{(p+1)(p+2)} x_2(0);$$

$$x_2(p) = \frac{1}{(p+2)(p+3)}u(0) + -\frac{-6}{(p+2)(p+3)}x_1(0) + \frac{p}{(p+1)(p+2)}x_2(0);$$



a)



b)

Рис.2.2. Структурная схема (a) и граф переходных состояний системы (b)

Выполнив обратное преобразование Лапласа, будем иметь

$$x_1(t) = (-5 \cdot e^{-2t} + 0,3e^{-3t} + 0,16)u(0) + (3e^{-2t} - 2e^{-3t})x_1(0) + (e^{-2t} - e^{-3t})x_2(0);$$

$$x_2(t) = (e^{-2t} - e^{-3t}) u(0) + (-6e^{-2t} + 6e^{-3t}) x_1(0) + (-2e^{-2t} + 3e^{-3t}) x_2(0);$$

Контрольные вопросы.

1. Дифференциальное уравнение линейной стационарной системы с постоянным запаздыванием.
2. Определение графа переходных состояний.
3. Описание линейной стационарной системы с запаздыванием переменными состояниями.

2.3. Графовые модели и алгоритмы исследования динамики линейной стационарной системы с постоянным запаздыванием

Одним из важнейших классов систем управления являются системы с запаздыванием. Явления запаздывания наблюдаются в технических, биологических, экономических и других системах. Запаздывание реакции управляющей системы на возникшее нарушение процесса приводит, как правило, к увеличению длительности переходного процесса, возникновению автоколебаний в замкнутой системе, а нередко - и к потере устойчивости системы. Будучи в общем случае постоянной, переменной или случайной величиной, запаздывание является одним из основных факторов, существенно снижающих динамические показатели систем управления. Поэтому возникает необходимость в совершенствовании известных и создании новых машинно-ориентированных методов исследования систем с запаздыванием [24].

Математические модели с запаздыванием описывают поведение динамических систем в различных прикладных областях науки и техники. Описание и методы исследования таких моделей можно найти в журнальных статьях и монографиях по теории дифференциальных уравнений и автоматическому управлению.

Для многих систем с запаздыванием представляет интерес теория систем, описываемых линейными дифференциально-разностными уравнениями. Математические основы теории таких систем заложены в работах Р. Беллмана, Г.А. Каменского, Н.Н. Красовского, А.Д. Мышкиса, С.Б. Норкина, Л.С. Понтрягина, Л.Э. Эльсгольца.

Полученные в этой области фундаментальные результаты сформировали качественную теорию дифференциальных уравнений с запаздыванием.

Математические модели с запаздыванием описывают поведение динамических систем в различных прикладных областях науки и техники. Описание и методы исследования таких моделей можно найти в журнальных статьях и монографиях по теории дифференциальных уравнений и системному анализу.

Для специалистов в области автоматического управления, изучающих поведение динамических систем с запаздыванием, заслуживают внимания работы многих авторов. Теория динамических систем с запаздыванием в области автоматического управления активно развивалась в трудах таких ученых, как Ю.И. Городецкий, Х. Гурецкий, А.А. Фельдбаум, А.Г. Бутковский,

Я.З.Цыпкин, С.Н. Шиманов, А.В. Солодов, Е.А. Солодова, А.А. Кадыров.

В данном разделе исследуются особенности топологического моделирования линейных непрерывных систем с постоянным запаздыванием на основе совокупного применения теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом, аппарата динамических графов и рассмотрения систем с позиций динамичности структур и процессов. Рассматриваемый метод позволяет получить алгоритм расчёта процессов в системах данного класса, легко реализуемый на любом из современных языков программирования высокого уровня[17].

Системы с запаздыванием обладают рядом свойств, присущих только им. Эти свойства не совсем обычны с точки зрения привычных представлений о процессах, протекающих в динамических системах. Так, вид переходной функции состояния системы с памятью, к классу которых относятся системы с запаздыванием, зависит не только от начальных условий, но и от некоторой функции - начальной реакции состояния. Эта функция задается на отрезке времени, предшествующем началу выходного процесса. Эти условия, наряду с другими, вносят специфические особенности и в графовые модели этих систем.

Линейную систему n -го порядка с постоянным запаздыванием τ в цепи обратной связи (рис.2.1) можно описать дифференциально- разностным уравнением n -го порядка в виде

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) + b y(t - \tau) = u(t), \quad (2.28)$$

где a_k ($k=0, 1, \dots, n$) и b постоянны.

Если допустить, что в уравнении (2.28) $b = 0$, то получим дифференциальное уравнение линейного стационарного объекта (процесса) без запаздывания

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) = u(t) \quad (2.29)$$

Для его графового моделирования можно использовать граф переходных состояний, полученный известным способом прямого программирования. Выходной сигнал $y(t)$, представляющий собой линейную комбинацию координат $\{x_i(t)\}$, где $i=1, 2, \dots, n$, и входного воздействия $u(t)$, легко определяется из графа. Вместе с тем представляет интерес графовая модель непрерывного запаздывающего сигнала $y(t-\tau)$. Определив графовую модель этого сигнала, мы можем найти графовую модель системы, описываемой дифференциальным уравнением (2.28).

Моделирование запаздывающего сигнала. Для определения движения системы с запаздыванием с некоторого момента t_0 , помимо задания входного воздействия и начальных условий, необходимо еще и задавать *начальную функцию*. Для системы, описываемой уравнением (2.28), начальная функция есть отрезок

функции «записанный» к моменту t_0 в звене запаздывания. Этот отрезок времени определен на временном отрезке $[t_0 - \tau, t_0]$, т.е. до начала развития определяемого выходного процесса. На отрезке времени $[t_0, t_0 + \tau]$ звено запаздывания выдает сигнал, содержащий все значения величины $x_1(t)$, возникшие ранее момента времени t_0 .

Замечание. Если в системе до момента приложения входного воздействия была запасена энергия, то необходимо задавать конкретный вид начальной функции, удовлетворяющей равенствам $\varphi(t) = x_1(t)$, $\varphi(t_0) = x_1(t_0)$, $t \in [t_0 - \tau, t_0]$. В случае нулевых начальных условий имеем: $\varphi(t_0) = x_1(t_0) = 0$, $t \in [t_0 - \tau, t_0]$.

В прикладных задачах начальную функцию иногда находят экспериментально. Начальная функция может быть определена и из другого уравнения без отклонения аргумента, которое в некоторых задачах автоматического управления описывает процесс до момента начала действия обратной связи. Но чаще всего рассматривают движение предварительно невозбужденной системы и определяют вид выходного процесса, а затем отдельные его отрезки используют в качестве начальных функций.

С учетом физической картины явлений, происходящих в рассматриваемой системе, графовой моделью запаздывающего сигнала $y(t-\tau)$ будет узел, взвешенный изображением по Лапласу непрерывной запаздывающей функции, или начальной функции. Этот узел, согласно структуре системы, соединяем дугой (с

передачей, равной -1), с вершиной, моделирующей вход системы. Исходя из свойства звена запаздывания, на сигнальном уровне имеет место неравенство: $z(t) \neq x_1(t)$, где $z(t)$ - выходной сигнал звена запаздывания. Для выходного сигнала звена запаздывания верно соотношение $z(t) = x_1(t - \tau)$.

Отсюда следует, что вершины графа, характеризующие сигналы $z(t)$ и $x_1(t)$ различны, т.е., относительно протекающих в системе сигналов, контура, создаваемого цепью обратной связи через запаздывающее звено, не существует[22]. Графовая модель системы, описываемой дифференциальным уравнением (2.28), изображена на рис.2.3.

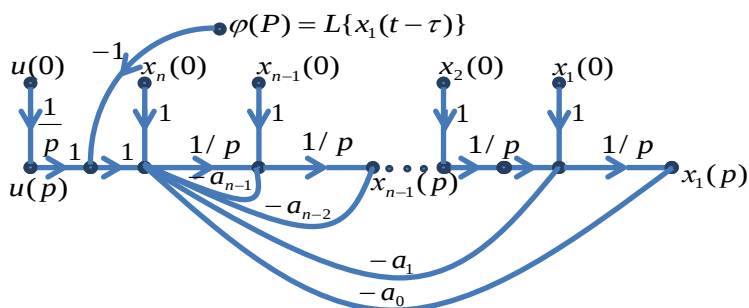


Рис. 2.3. Графовая модель системы, описываемой дифференциальным уравнением (2.28)

Следовательно, система является разомкнутой относительно протекающих в ней сигналов. Это важное следствие, так как для графов сложной конфигурации подсчёт и выделение путей и контуров может оказаться утомительной операцией. При

построении графовых моделей всегда надо стремиться к получению графа с наименьшим возможным числом контуров.

Топологическая модель линейной стационарной системы с запаздыванием в цепи обратной связи определяется как объединение графовых моделей элементов системы

$$G^C = G^f \cup G^O \cup G^{3C}, \quad \text{где}$$

G^f - модель входного сигнала (строится аналогично модели линейного процесса без запаздывания; G^O - модель линейного объекта (процесса) без запаздывания, G^{3C} - модель запаздывающего сигнала.

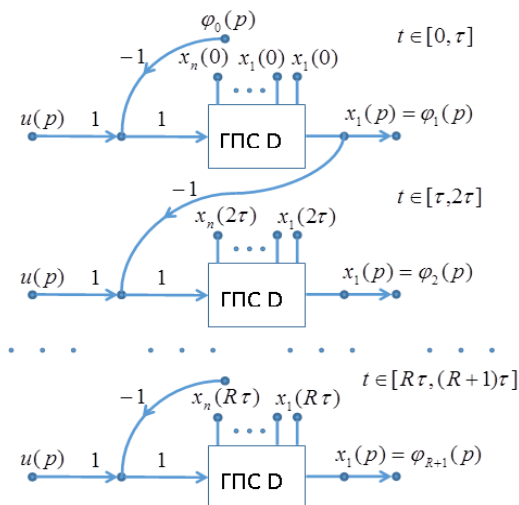


Рис.2.4. Топологическая модель, моделирующая поведение системы на отрезках времени $t \in [(k\tau, (k+1)\tau]$, $(k=1, 2, \dots)$

Топологическая модель, моделирующая поведение системы на отрезке времени $t \in [(k^\tau, (k+1)^\tau], \quad (k=1, 2, \dots)$ изображена на рис.2.4 Здесь используется граф переходных состояний (ГПС), полученный способом прямого программирования. Структура графовой модели на отрезках $[(k^\tau, (k+1)^\tau]$ не меняется, изменяются лишь вес узла $\varphi(p)$ и начальные условия, что видно из общей топологической модели, для промежутка, на котором определяются процессы - $[t_0, T], \quad T = (k+1)^\tau$.

Из рассмотрения графовой модели получаем уравнения для переменных состояния на отрезке $t \in [0, \tau]$

$$X(p) = Q(p)X(0) + R(p)u(0) + S(p)\varphi_0(p), \quad (2.30)$$

где матрицы коэффициентов имеют размерности $Q(p) \rightarrow n \times n, R(p) \rightarrow n \times m, S(p) \rightarrow n \times m$.

Введем обозначение: $\varphi_1(p) = x_1(p)$.

Применяя обратное преобразование Лапласа к уравнению (2.30), будем иметь:

$$X(t) = Q(t)X(0) + R(t)u(0) + D_0(t), \quad (2.31)$$

где $D_0(t) = L^{-1}[S(p)\varphi_0(p)]$.

Уравнение (2.31) описывает процессы в системе на отрезке времени $t \in [0, \tau]$. На конце отрезка, исходя из этого уравнения, значения переменных состояния

$$X(\tau) = Q(\tau)X(0) + R(\tau)u(0) + D_0(\tau). \quad (2.32)$$

На следующем отрезке $t \in [\tau, 2\tau]$ процессы в системе будут развиваться под действием 3-х факторов: входного воздействия $u(t)$, начальных (мгновенных) значений координат $x_1(\tau)$, $x_2(\tau)$, ... $x_n(\tau)$ и отрезка функции $x_1(t)$, записанного к моменту τ в звене запаздывания. Этой функцией является уже определенная нами на предыдущем отрезке $\varphi_1(t)$. Именно необходимость задания последней и определяет принципиальное отличие системы с запаздыванием от обычной динамической системы. Из рассмотрения графовой модели получим

$$X(p) = Q(p)X(\tau) + R(p)u(\tau) + S(p)\varphi_1(p) \quad (2.33)$$

Обозначим $\varphi_2(p) = x_1(p)$.

Применяя обратное преобразование Лапласа к уравнению (2.33), будем иметь:

$$X(t) = Q(t-\tau)X(\tau) + R(t-\tau)u(\tau + D_1(t-\tau)), \quad (2.34)$$

где $D_1(t-\tau) = L^{-1}[S(p)\varphi_1(p)]$.

Мгновенные значения координат на конце отрезка $t \in [\tau, 2\tau]$ получим из соотношения

$$X(2\tau) = Q(\tau)X(\tau) + R(\tau)u(\tau) + D_1(\tau) \quad (2.35)$$

Полученные начальные условия $X(2\tau)$ и начальная функция $\varphi_2(t)$ необходимы для определения процессов на следующем отрезке времени $t \in [2\tau, 3\tau]$. Выполняя последовательно, шаг за

шагом, определенную выше процедуру, для отрезка $t \in [k\tau, (k+1)\tau]$ будем иметь:

$$X(p) = Q(p)X(k\tau) + R(p)u(k\tau) + S(p)\varphi_k(p), \quad (2.36)$$

Откуда

$$X(t) = Q(t - k\tau)X(k\tau) + R(t - k\tau)u(k\tau) + D_k(t - k\tau), \quad (2.37)$$

где $D_k(t - k\tau) = L^{-1}[S(p)\varphi_k(p)]$;

Мгновенные значения координат на конце отрезка $t \in [k\tau, (k+1)\tau]$ получим из соотношения

$$X((k+1)\tau) = Q(\tau)X(k\tau) + R(\tau)u(k\tau) + D_k(k\tau) \quad (2.38)$$

Рассмотрим еще один случай, часто встречающийся на практике.

Линейная стационарная система с запаздыванием по управлению. Пусть задана система, дифференциальное уравнение которой имеет вид

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 y(t) + y(t - \tau) = u(t - \tau), \quad (2.39)$$

Свернутая структурная схема системы изображена на рис. 2.4 а. В этой системе запаздывающим является сигнал ошибки, уравнение которого

$$\varepsilon(t) = u(t) - x_1(t) \quad (2.40)$$

Для выходного сигнала звена запаздывания имеем

$$\varepsilon_1(t) = \varepsilon(t - \tau) = u(t - \tau) - x_1(t - \tau) \quad (2.41)$$

Графовая модель этой системы отличается от предыдущей тем, что вершина графа, характеризующая запаздывающий сигнал, взвешивается разностью двух функций, т.е. сигналом ошибки[24]. Граф системы, моделирующий ее состояние на отрезке $t \in [0, \tau]$ изображен на рис.2.4, б.

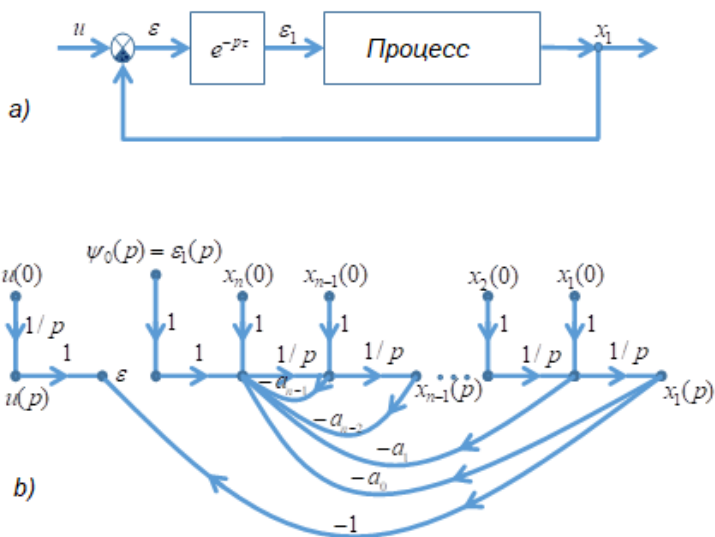


Рис.2.4. Структурная схема (а) и граф переходных состояний линейной стационарной системы с запаздыванием по управлению (б).

Граф системы, моделирующий ее состояние на отрезке $t \in [0, \tau]$

Общая топологическая модель системы, по которой можно определить процессы на промежутке $t \in [t_0, T]$, $T = t_0 + (k+1) \tau$, изображена на рис.2.5.

Из рассмотрения графовой модели получаем уравнения для переменных состояния на отрезке $t \in [0, \tau]$,

$$X(p) = Q(p)X(0) + S(p) \varphi_0(p), \quad (2.42)$$

где матрицы коэффициентов имеют размерности $Q(p) \rightarrow n \times n$, $R(p) \rightarrow n \times m$, $S(p) \rightarrow n \times m$.

Приняв во внимание, что $\varphi_0(p) = 0$, соотношение (2.42) можно записать в виде

$$X(p) = Q(p)X(0) \quad (2.43)$$

Запишем уравнение сигнала ошибки

$$\varepsilon(p) = u(p) - x_1(p) \quad (2.44)$$

Введем обозначение $\varphi_1(p) = \varepsilon(p)$.

Применяя обратное преобразование Лапласа к уравнению (2.39), будем иметь:

$$X(t) = Q(t)X(0) + D_0(t), \quad (2.45)$$

где $D_0(t) = L^{-1}[S(p) \varphi_0(p)]$.

Уравнение (2.45) описывает процессы в системе на отрезке времени $t \in [0, \tau]$. На конце отрезка, исходя из уравнения (2.45), значения переменных состояния

$$X(\tau) = Q(\tau)X(0) + D_0(\tau).$$

На следующем отрезке $t \in [\tau, 2\tau]$ процессы в системе будут развиваться под действием следующих факторов: входного воздействия $u(t)$, начальных (мгновенных) значений координат $x_1(\tau), x_2(\tau), \dots, x_n(\tau)$ и отрезка функции $\varphi_1(t-\tau)$, записанного к моменту τ в звене запаздывания. Функция $\varphi_1(t-\tau)$, есть по сути запаздывающий сигнал ошибки, определенный нами на предыдущем отрезке. Из рассмотрения графовой модели получим для отрезка $t \in [\tau, 2\tau]$:

$$X(p) = Q(p)X(\tau) + S(p)\varphi_1(p) \quad (2.46)$$

Обозначим $\varphi_2(p) = u(p) - x_1(p)$.

Применяя обратное преобразование Лапласа к уравнению (2.42), будем иметь:

$$X(t) = Q(t-\tau)X(\tau) + D_1(t-\tau), \quad (2.47)$$

где $D_1(t-\tau) = L^{-1}[S(p)\varphi_1(p)]$.

Мгновенные значения координат на конце отрезка $t \in [\tau, 2\tau]$ получим из соотношения

$$X(2\tau) = Q(\tau)X(\tau) + D_1(\tau).$$

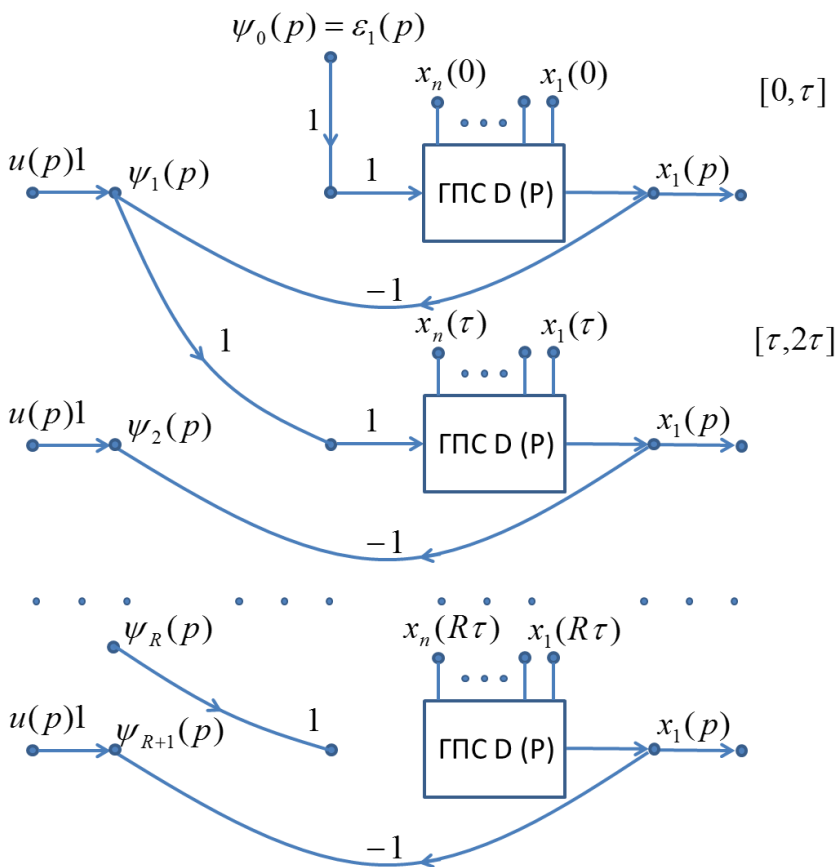


Рис.2.5. Граф переходных состояний линейной стационарной системы с запаздыванием по управлению, моделирующий ее поведение на отрезках времени $t \in [k\tau, (k+1)\tau]$.

Полученные начальные условия $X(2\tau)$ и начальная функция $\varphi_2(t)$ необходимы для определения процессов на следующем отрезке времени $t \in [2\tau, 3\tau]$. Выполняя последовательно, шаг за

шагом, определенную выше процедуру, для отрезка $t \in [k\tau, (k+1)\tau]$ будем иметь:

$$X(p) = Q(p)X(k\tau) + S(p) \varphi_k(p), \quad (2.48)$$

Откуда

$$X(t) = Q(t - k\tau)X(k\tau) + D_k(t - k\tau), \quad (2.49)$$

где $D_k(t - \tau) = L^{-1} [S(p) \varphi_k(p)]$;

Мгновенные значения координат на конце отрезка $t \in [k\tau, (k+1)\tau]$ получим из соотношения

$$X((k+1)\tau) = Q(\tau)X(k\tau) + R(\tau)u(k\tau) + D_k(k\tau) \quad (2.50)$$

Сформулируем алгоритм расчета процессов в линейной непрерывной системе с постоянным запаздыванием. Данный алгоритм приемлем для расчета процессов как в системе с запаздыванием по состоянию, так и в системе с запаздыванием по управлению.

Алгоритм 1.

1. Строится графовая модель системы как объединение графовых моделей ее элементов.

2. Для отрезка времени $t \in [k\tau, (k+1)\tau]$, $k=1, 2, \dots$ на основании графовой модели составляются соотношения для расчета процессов в системе:

$$X(p) = Q(p)X(k\tau) + [R(p) \cup R1(p)] u(k\tau) + c S(p) \varphi_k(p), \quad (2.51)$$

где $R1(p)$ – нулевая матрица, $c = -1 \cup 1$

3. Определяется изображение по Лапласу начальной функции

$$\varphi_{k+1}(p) = x_1(p) \cup [u(p) - x_1(p)] \quad (2.52)$$

Выполняется обратное преобразование Лапласа для соотношения :

$$X(t) = Q(t - k\tau)X(k\tau) + [R(t - k\tau) \cup R_1(t - k\tau)] u(k\tau) + cD_k(t - k\tau), \quad (2.53)$$

$$\text{где } D_k(t - k\tau) = L^{-1}\{\varphi_k(p)S(p)\} \cup L^{-1}\{[u(p) - \varphi_k(p)]S(p)\}$$

4. Определяются значения переменных состояния в момент

$t = (k+1)\tau$ из соотношения :

$$X[(k+1)\tau] = Q(\tau)X(k\tau) + [R(\tau) \cup R_1(\tau)] u(k\tau) + cD_k(\tau) \quad (2.54)$$

5. Осуществляется возврат к п.2 алгоритма.

Проведенное исследование показало, что наличие в структуре системы звена запаздывания принципиальным образом изменяет ее свойства – для определения движения системы с момента t_0 , кроме знания начального состояния $X(t_0)$, как это имеет место в обычных динамических системах, необходимо задавать и начальную функцию. С учетом этой специфической особенности мы построили графовую модель системы с запаздыванием. Основной проблемой, возникающей на этапе построения модели являлось моделирование непрерывного запаздывающего сигнала. Эта задача была разрешена тем, что вершина графа, характеризующая этот непрерывный сигнал, была взвешена изображением по Лапласу запаздывающей функции. Кроме этого из топологической модели, представленной на рис.2.2, видно, что линейная стационарная система с постоянным запаздыванием

может рассматриваться как система с динамической структурой. Запаздывающий сигнал является причиной изменчивости структуры системы во времени. Вместо исходной замкнутой системы мы имеем дело с системой, представленной конечным множеством структурных состояний

$$S_t = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}.$$

В каждом из этих состояний система является разомкнутой.

Время пребывания в каждом структурном состоянии определяется интервалом $[t_k, t_{k+1}]$. В то же время видно, что связи между отдельными состояниями не совсем обычны. Они указывают на то, что мы имеем дело с системой с памятью, так как состояние в каждой подсистеме зависит от протекания процесса на предыдущем интервале времени, что хорошо видно из топологической модели.

Использование графовой модели позволило исключить непосредственное интегрирование дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом, что делает предложенный метод более эффективным, чем метод шагов. Найденный алгоритм является идеальной формой с точки зрения программирования на компьютере.

В данном разделе рассмотрена задача моделирования и расчета процессов в линейных непрерывных системах с запаздыванием на основе графовых моделей. Графовое моделирование линейных систем с запаздыванием на основе совокупного применения теории дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом, аппарата динамических графов и

рассмотрения систем с позиций динамичности структур и процессов позволяет получить алгоритм расчёта процессов в системах данного класса, легко реализуемый на любом из современных языков программирования высокого уровня

Контрольные вопросы.

1. Моделирование запаздывающего сигнала.
2. Графовая модель системы с запаздыванием.
3. Уравнения расчета процессов в линейной непрерывной системе с постоянным запаздыванием.
4. Алгоритм расчета процессов в линейной непрерывной системе с постоянным запаздыванием.

2.4. Графовые модели и алгоритм исследования динамики линейной стационарной системы с переменным запаздыванием

При исследовании систем с переменным запаздыванием вводится понятие звена переменного запаздывания. Это звено отличается от звена постоянного запаздывания рядом свойств. Математическая зависимость между входным сигналом $x(t)$ и выходным сигналом $y(t)$ звена постоянного запаздывания известна[19]:

$$y(t) = \begin{cases} x(t - \tau), \tau \geq 0, & t \geq t_0 + \tau \\ 0, & t \leq t_0 + \tau \end{cases}$$

Выходной сигнал полностью воспроизводит входной сигнал по истечении времени $t_0 + \tau$ (рис. 1.1 а).

Пусть величина запаздывания является функцией

независимой переменной t :

$$\tau = \tau(t).$$

По причине переменности величины τ выходной сигнал звена переменного запаздывания будет деформирован на оси времени. Функция $y(t)$, являющаяся выходным сигналом звена, будет либо «сжата» на оси времени по отношению ко входной функции $x(t)$, либо «растянута» (рис 1.1 б).

Но каким бы образом не менялась величина запаздывания $\tau(t)$, начальное и конечное значения функции $x(t)$ измениться не могут. Более того, хотя звено переменного запаздывания и деформирует на оси времени входной сигнал функцию $x(t)$, выходной сигнал – функция $y(t)$ будет воспроизводить все мгновенные значения функции $x(t)$ как при «сжатии», так и при «растяжении».

Приведем условия физической реализуемости звена переменного запаздывания. Одно из них таково, что скорость роста запаздывания не должно превышать скорости естественного хода времени, иначе входной сигнал никогда не будет воспроизводиться на выходе звена. Так как скорость естественного хода времени равна единице ($dt/dt=1$), то функция переменного запаздывания должна удовлетворять соотношению:

$$\frac{d\tau(t)}{dt} \leq 1 \text{ для } t > 0.$$

Опережение выходного сигнала по отношению ко входному сигналу реализуемо физически, поэтому следующее условие физической реализуемости звена переменного запаздывания:

$$\tau(t) \geq 0.$$

Кроме этих условий накладываются ограничения на отрицательные значения производной $\frac{d\tau}{dt}$: длительность отрицательных значений $\frac{d\tau}{dt}$ (отрезок $[t_1, t_2]$ на рис. 1,1

в должна быть такова, чтобы значение $\tau(t)$ в момент $t = t_2$ не было отрицательным. Математически это записывается так:

$$\tau(t_2) + \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\tau(t)}{dt} dt \geq 0.$$

Дадим строгое определение звена переменного запаздывания.

Определение. Звеном переменного запаздывания называется элемент системы, свойства которого определяются следующими условиями:

1. Заданы некоторая функция $\tau(t)$, называемая функцией переменного запаздывания, множество входных X и выходных Y функция с элементами $x(t)$ и $y(t)$;

2. Задано множество моментов времени T со значениями: t_0 – момент начала наблюдения выходной функции $y(t)$, t_b – момент

конца наблюдения выходной функции $y(t)$, и отрезками:

$\tau(t_0)$ – запаздывание начального значения входной функции $x(t)$,

$\tau(t_0)$ – запаздывание конечного значения входной функции $x(t)$, заданной на отрезке $[t_0 - \tau(t_0), t_0]$.

3. Функция переменного запаздывания удовлетворяет следующим соотношениям:

$$a) \quad \tau(t) \geq 0, \quad \text{для всех } t < T \quad (2.55)$$

1

$$b) \quad \frac{d\tau(t)}{dt} \leq t \quad \text{для } t > t_0 \quad (2.56)$$

2

$$c) \quad \tau(t_2) + \int^{t_2} \frac{d\tau(t)}{dt} dt \geq 0, \quad \text{для } t_1 \leq t \leq t_2$$

(2.57)

где $[t_1, t_2]$ отрезок времени, на котором $\frac{d\tau(t)}{dt} < 0$.

4. Входная и выходная функции удовлетворяют равенству

$$y(t) = x[t - \tau(t)] \quad (2.58)$$

$$\text{и при } t=t_b \quad x(t) = y(t), \quad (2.59)$$

$$t_b - \tau(t_b) = t_0 \quad (2.60)$$

Функция запаздывания, удовлетворяющая всем требованиям определения 1, может быть как линейной, так и нелинейной функцией времени. Ряд практических задач позволяет представить

функцию $\tau(t)$, как линейно изменяющейся по времени функцию

$$\tau(t) = \tau_0 + kt, \quad (2.61)$$

где $\tau_0 \geq 0, k = \text{const.}$

Для выражения (2.61) условие физической реализуемости звена переменного запаздывания можно записать в виде $k \leq 1$.

При $k=0$ функция $\tau(t) = \tau_0 = \text{const.}$ Мы получим выражение для звена постоянного запаздывания. При $k < 0$ функция $\tau(t)$ является линейной убывающей функцией. В этом случае для значений времени $t \leq \tau_0/k$ надо считать запаздывание равным нулю (рис 1, 1 г), либо некоторой постоянной величине τ_{min} для всех значений времени $t \geq (\tau_0 - \tau_{min})/k$ (рис 1, 1 д).

При $k > 0$ запаздывание является линейно-возрастающей функцией. Система с линейно-возрастающим запаздыванием всегда неустойчива в силу непрерывного роста запаздывания. Если существует некоторое максимальное значение запаздывания τ_{max} , то устойчивость системы будет зависеть от величины этого максимума (рис 1, 1 е).

В случае звена с нелинейным запаздыванием функция запаздывания зависит не только от времени t , но и от входной или выходной функции, или от обеих вместе,

$$\tau = \tau[t, \eta(t)] \quad (2.62)$$

где функция $\eta(t)$ может принимать значения

$$\eta(t) = x(t), \eta(t) = y(t),$$

$$\eta(t) = \eta[x(t), y(t)].$$

Теперь перейдем к рассмотрению линейной системы с переменным запаздыванием в цепи обратной связи.

Дифференциальное уравнение системы имеет вид:

$$\frac{dx_1(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{dx_1(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 x_1(t) + x_1(t - \tau(t)) = u(t). \quad (2.63)$$

Здесь физическая картина процессов несколько иная, чем в системе с постоянным запаздыванием. По причине переменности величины запаздывания выходной сигнал $x_1(t)$, проходя через звено запаздывания, деформируется на оси времени (происходит либо «сжатие», либо «растяжение» сигнала, хотя все мгновенные значения сохраняются). Длительность выходного сигнала звена переменного запаздывания $y(t)$ отлична от длительности «записанного» сигнала $x_1(t - \tau(t))$. Эта длительность будет определяться моментом появления величины $x_1(t_0)$ на выходе звена переменного запаздывания. По определению звена переменного запаздывания

$$x_1(t_0) = y(t_1) \quad (2.64)$$

$$t_1 - \tau(t_1) = t_0 \quad (2.65)$$

Определяя момент появления на выходе звена запаздывания мгновенного значения сигнала $x_1(t_0)$ из уравнения (2.64), можно найти выходной процесс системы на отрезке

времени $[t_0, t_1]$.

Дифференциальное уравнение (2.63) заменим соответствующей системой дифференциальных уравнений 1-го порядка. Эта система уравнений может быть записана в векторной форме:

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = \bar{A}\bar{X}(t) + \bar{B}u(t) + \bar{C}x_1(t - \tau(t)) \quad (2.66)$$

с начальной функцией $\varphi_0(t) = x_1(t)$ для $t_0 - \tau(t_0) \leq t \leq t_0$.

Для решения уравнения (2.66) используем преобразование Лапласа:

$$p\bar{X}(p) = \bar{A}\bar{X}(p) + \bar{B}u(p) + \bar{C}\varphi_0(p) + \bar{X}(0^+). \quad (2.67)$$

где $\varphi_0(p) = L\{\varphi_0(t)\}$, $\varphi_0(t)$ – заданная начальная функция, определенная на начальном множестве $[t_0 - 0, t_0]$.

Совершая элементарные преобразования, находим

$$X(p) - G(p)Bu(p) + G(p)G\varphi_0(p) + G(p)X(0^+). \quad (2.68)$$

где $G(p) = (p - A)^{-1}$.

применив обратное преобразование Лапласа к выражению (2.68), получим:

$$X(t) = L\{G(p)Bu(p)\} + L\{G(p)C\varphi_0(p)\} + L^{-1}\{G(p)\}X(0^+).$$

где $G(p) = L^{-1}\{(p - A)^{-1}\}$.

Выражение (2.67) описывает процессы в системе на отрезке времени (t_0, t_1) . Поскольку в правой части уравнения (2.67) функция $\varphi_0(p)$ является известной, то оно превращается в

обыкновенное алгебраическое уравнений . Для отыскания значения конечной точки t_1 воспользуемся соотношением $t_1 - \tau(t_1) = t_0$. Решая это функциональное уравнение относительно t_1 , мы и находим искомую точку.

Возьмем теперь в качестве нового начального момента точку t это позволяет перейти к следующему шагу решения уравнения (2.66). Для отрезка времени $[t_1, t_2]$ предыдущее решение будет играть роль начальной функции. Подставляя $\varphi_1(p) = x_1(p)$ в уравнение (2.68), получим:

$$X(p) = G(p)Bu(p) + G(p)C\varphi_1(p) + G(p)X(t_1).$$

откуда

$$X(t) = L^{-1}\{G(p)Bu(p)\} + L^{-1}\{G(p)C\varphi_1(p)\} + G(t)X(t) \quad (2.69)$$

Выражение (2.69) является решением уравнения (2.66) на промежутке $[t_1, t_2]$, где конечная точка t_2 определяется из функционального уравнения.

$$t_2 - \tau(t_2) = t_1 \quad (2.70)$$

Таким образом можно определить процессы для любого интересующего нас интервала времени.

Итак, линейная система с переменным запаздыванием поддаётся исследованию с помощью матричных уравнений и преобразования Лапласа. Но соотношение (2.68) можно получить и с помощью графов переходных состояний, позволяющих обойти трудоёмкие вычисления, исключить операции, связанные с

неплотностью матриц. Графовая модель системы с переменным запаздыванием строится аналогично графовой модели системы с постоянным запаздыванием (рис 1-2). Технологическая модель системы для промежутка $[t_0, T]$ ($T=t_{k+1}$) изображена на рис 1-2,б.

Учитывая изложенное и основываясь на общности определенных этапов формирования моделей одномерных систем с постоянным и переменным запаздыванием можно сформулировать алгоритм расчета процессов в линейной непрерывной системе с переменным запаздыванием. Данный алгоритм приемлем и для расчета процессов в системе с переменным запаздыванием в прямой цепи.

Алгоритм 1.2

1.Строится графовая модель системы как объединение графовых моделей её элементов

$$G_k^0 = G_k^0 U G_k^0.$$

2.Определяется конечная точка отрезка времени $[t_k, t_{k+1}]$, $k=0, 1, \dots, N$ из уравнения

$$t_{k+1} - \tau(t_{k+1}) = t_k.$$

3.Для отрезка $[t_k, t_{k+1}]$, $k=0, 1, \dots, N$ по полученному графу составляются соотношения для расчёта процессов в системе:

$$X(p) = Q(p)X(t_k) + [R(p)\nabla R_1(p)]u(t_k) + c[\varphi_k(p)\nabla(u(p) - \varphi_k(p))]S(p) \quad (2.71)$$

где $R_1(p)$ – нулевая матрица, $c = 1 \nabla - 1$.

4. Определяется изображение по Лапласу функции $\varphi(p)$

$$\varphi_{k+1} = x_1(p).$$

5. Выполняется обратное преобразование Лапласа для соотношения (2.71):

$$X(t) = D(t - t_k)X(t_k) + [R(t - t_k)\nabla R_1(t - t_k)]u(t_k) + cD_k(t - t_k). \quad (2.72)$$

где

$$D_k(t - t_k) = L^{-1}\{\varphi_k(p)S(p)\}\nabla L^{-1}\{[u(p) - \varphi_k(p)]S(p)\}.$$

6. Определяются значения переменных состояния в момент $t = t_{k+1}$ из соотношения (2.72)

$$X(t_{k+1}) = Q(t_{k+1} - t_k)X(t_k) + [R(t_{k+1} - t_k)\nabla R_1(t_{k+1} - t_k)]u(t_k) + cD_k(t_{k+1} - t_k). \quad (2.73)$$

7. Переход к пункту 3. Алгоритма

Пример 2.4.1.

Требуется определить выходной сигнал системы (рис.2.6), если в момент времени $t=0$ на вход системы подается воздействие $u(t)=1(t)$, параметры звеньев равны $k=1$, $a=0$, $b=2$, $\tau=0.5$ с. Начальные условия – нулевые, начальная функция, заданная на начальном множестве равна $\phi_0(t) = 0$.

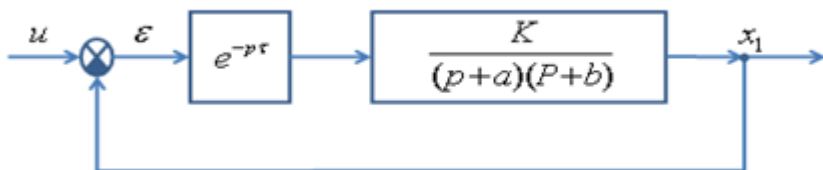


Рис 2.6. Двумерная система с запаздыванием по управлению

Используя структурную схему системы и учитывая, что звено запаздывания задерживает сигнал ошибки на время τ , построим граф систем для отрезка времени $[0, \tau]$ (рис. 2.7).

Из рассмотрения графа находим $x_1(p) = x_2(p) = 0$,

$$\varepsilon(p) = u(p) - x_1(p) = 1/p \quad \phi_1(p) = \varepsilon(p) = 1/p;$$

$$x_1(t) = x_2(t) = 0, x_1(\tau) = x_2(\tau) = 0.$$

Для отрезка времени $[\tau, 2\tau]$ структура графа будет прежней, (смотрите топологическую модель системы рис.2.8).

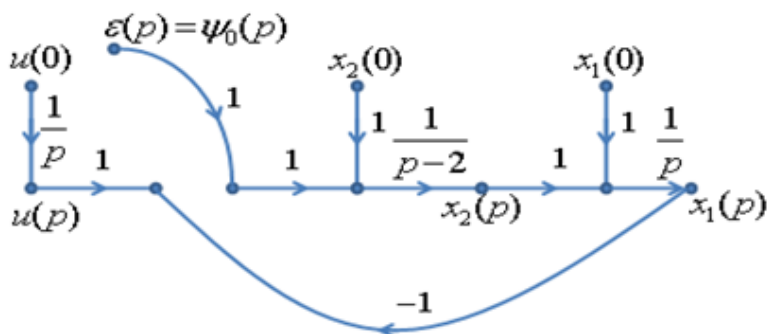


Рис 2.7. Графовая модель системы 2- го порядка с запаздыванием по управлению

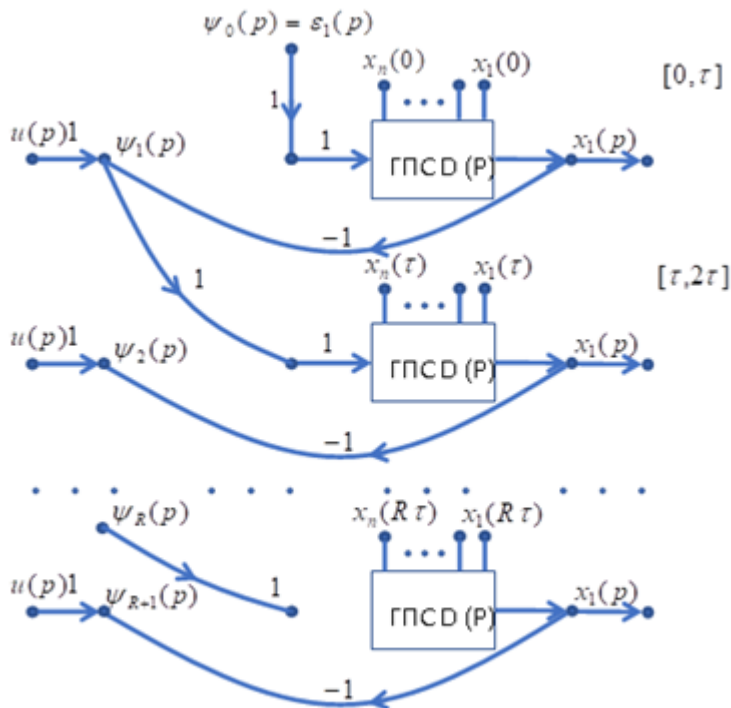


Рис 2.8. Динамическая графовая модель двумерной системы с запаздыванием по управлению.

При переходе от одного временного отрезка к другому только меняется значение сигнала $\varepsilon(p)$. Тогда из рассмотрения графа легко записать, что

$$x_1(p) = \frac{1}{p(p+2)} \quad \phi_1(p) = \frac{1}{p^2(p+2)},$$

$$x_2(p) = \frac{1}{p+2} \quad \phi_1 = \frac{1}{p(p+2)},$$

$$\varepsilon(p) = 1/p - \frac{1}{p^2(p+2)}; \quad \phi_2(p) = \varepsilon(p)$$

Перехода к оригиналам, будем иметь:

$$x_1(t) = 0.25e^{-2(t-0.5)} - 0.25 + 0.5(t - 0.5);$$

$$x_2(t) = 0.5(1 - e^{-2(t-0.5)}).$$

На конце отрезка $[\tau, 2\tau]$ значения переменных состояния будут равны

$$x_2(2\tau) = x_1(1) = 0.092; \quad x_2(2\tau) = x_2(1) = 0.316.$$

Контрольные вопросы.

1. Звено переменного запаздывания.
2. Условия физической реализуемости звена переменного запаздывания.
3. Нелинейное запаздывание.
4. Линейная система с переменным запаздыванием в цепи обратной связи.
5. Алгоритм расчета процессов в линейной непрерывной системе с переменным запаздыванием

2.5. Моделирование многомерных линейных непрерывных систем с запаздыванием

Уравнение состояния многомерной линейной непрерывной системы с переменным запаздыванием имеет вид

$$\frac{dx}{dt} = AX(t) + BU(t) + CX(t - \tau(t)). \quad (2.74)$$

$$Y(t) = HX(t). \quad (2.75)$$

где $X(t)$ – вектор состояния системы, $U(t)$ – вектор входных воздействий, $Y(t)$ – вектор выходных величин.

Обобщение уравнения (2.74) на случай, когда имеется k векторов с различными запаздыванием, может быть сделано следующим образом. Введем вектор

$$X(t - \tau_i(t)) = \begin{bmatrix} x_1(t - \tau_i(t)) \\ x_2(t - \tau_i(t)) \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ x_n(t - \tau_i(t)) \end{bmatrix}$$

где $\tau_i(t)$ – переменное запаздыванием, различное для каждого из векторов и матрицы

$$x_t = \begin{bmatrix} c_{11}^t & c_{12}^t & \dots & c_{1n}^t \\ c_{21}^t & c_{22}^t & \dots & c_{2n}^t \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{n1}^t & c_{n2}^t & \dots & c_{nn}^t \end{bmatrix},$$

где индекс над буквой c указывает на принадлежность этого элемента данной матрице. Тогда уравнение (2.74) можно записать в следующем виде:

$$\frac{dx}{dt} = AX(t) + BU(t) + \sum_{i=1}^k C_i x(t - \tau_i(t)) \quad (2.77)$$

Для отыскания решения уравнения (2.74) необходима задать n начальных функций $\varphi_i(t)$, которые удобно записать в виде матрицы столбца

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_1(t) \\ \varphi_2(t) \\ \dots \dots \\ \varphi_n(t) \end{bmatrix}$$

На основании свойств начальной функции должны иметь место равенства

$$\Phi(t_0) = X(t_0),$$

$$\Phi(t) = \begin{cases} \Phi(t), & t \in E_0 \\ 0, & t \geq t_0 \end{cases}.$$

Многомерная система сохраняет все основные черты простых структур, поэтому протекающие в них процессы принципиально остаются теми же, что были в упомянутых параграфах. Но задача исследования многомерных систем усложняется тем, что к влиянию запаздываний добавляются взаимосвязи по входам и выходам. В этом отношении целесообразным является использование графовых моделей, являющихся наиболее удобным способом представления всех взаимосвязей по многочисленным каналам управления.

Для большей наглядности рассмотрение начнем с двумерной системы с запаздыванием по состоянию, а затем сделаем обобщение на n -мерный случай. В соответствии со свойствами системы с запаздыванием в момент времени t_0 на входе системы начнут действовать два сигнала – входное воздействие $W(t) = \{u_1(t), u_2(t)\}$ и начальная функция $\Phi(t) = \{\varphi_1(t), \varphi_2(t)\}$. Для каждого сепаратного канала действие начальной функции

завершается в некоторые моменты времени t_b^1 и t_b^1 : действие входного сигнала $W(t)$ продолжается на всем промежутке с учетом этих физических особенностей. Модель двумерного объекта управления получается объединением моделей двух сепаратных и двух перекрестных каналов передач:

$$G_t = G_t^{rr} U G_t^{rk} \quad (2.78)$$

$$r = 1.2; k = 1.2; r \neq k.$$

$$\text{где } G_t^{rr} = (X^{rr}(t_0) X^{rr}(p) V^{rr}) \quad (2.79)$$

модели сепаратных каналов передачи сигналов;

здесь: $X^{rr}(t_0) = \{x_t^{rr}(t_0)\}$.

$$X^{rr}(p) = \{x_t^{rr}(p)\};$$

$$V^{rr} = \{x_t^{rr}(t_0) x_m^{rr}(p) a_{ml}^{rr}(p)\}$$

$$r=1.2; m=1.2 \dots n.$$

$$t=1.2 \dots n; l=1.2, \dots n.$$

Графовые модели перекрестных каналов.

$$G_t^{rk} = (X^{rr}(t_0).X^{kr}(p).V^{rk}). \quad (2.80)$$

Здесь

$$X^{rk}(t_0) = \{x_i^{rk}(t_0)\};$$

$$X^{rk}(p) = \{x_i^{rk}(p)\};$$

$$V^{rk} = \{x^{rk}(t), x^{rk}(p), a^{rk}(p)\}.$$

$$\text{где } r = 1.2; k = 1.2; r \neq k; m = 1.2 \dots n$$

$$t=1.2 \dots n; l=1.2, \dots n.$$

С учетом этих обозначений

$$G_t = (X((t_0), X(p), V)$$

$$X(t_0) = X^{rr}(t_0) U X^{rk}(t_0);$$

$$X(p) = X^{rr}(p) U X^{rk}(p);$$

$$V = V^{rr} U V^{rk}.$$

Графовые модели запаздывания сигналов определим в виде

$$G^\varphi = (\varphi^r(p), e^r, V^\varphi),$$

где $\varphi^r(p)$ – узел (вершина), моделирующий запаздывающий сигнал, взвешенный изображением по Лапласу запаздывающего сигнала, представляющий отрезок непрерывной функции.

e^r – изображение по Лапласу сигнала ошибки в r -м канале передачи; $V^\varphi = \{\varphi^r(p), e^r(p), -1\}$.

Модели входных сигналов строятся аналогично моделям непрерывного объекта управления.

Если в системе имеет место запаздывание управляющих сигналов, то в этом случае графовые модели запаздывающих сигналов определяются в виде

$$G_\Phi^{rr} = \{\Phi^{rr}(p), \gamma^{rr}(p), V_\Phi^{rr}\}.$$

$$G_\Phi^{rk} = \{\Phi^{rk}(p), \gamma^{rk}(p), V_\Phi^{rk}\};$$

где

$$\Phi^{rr}(p) = u^r(p) = \Phi^{rr}(p),$$

$$\Phi^{rk}(p) = u^r(p) = \Phi^{rk}(p),$$

$$y^{rr}(p) = (\Phi^{rr}(p), \gamma^{rr}(p), 1).$$

$$V^{rr}(p) = (\Phi^{rk}(p), \gamma^{rk}(p), 1)$$

С учетом изложенного можно сформулировать следующий алгоритм построения графовой модели и исследования динамики рассмотренных многомерных случаев процессов с запаздываниями.

Алгоритм 1.3.

1. Величины запаздываний упорядочиваются в порядке возрастания их значений:

$$\tau^* = \tau_1^*, \tau_2^*, \dots \dots \tau_N^*.$$

2. Строятся графовые модели отдельных элементов системы: модели входных сигналов, модели запаздывающих сигналов, модель непрерывного объекта управления.

3. Полученные графы объединяются в общую топологическую модель системы с учетом интервала наблюдения системы на оси τ^* .

а) $G_t^c - G_t^f \cup G_t^{3c} \cup G_t$ – при запаздывании по

состоянию.

б) $G_t^c - G_t^f \cup G_t^{3c} \cup G_t$ – при запаздывании по

управлению.

4. В соответствии с моментами времени $\tau_t^* \in \tau^*$ по полученному графу составляются соотношения для определения переменных состояния и координат выхода системы

$$X^{rr}(p) - u^{rr}(p)X^{rr}(\tau) + [R^{rr}(p)UR1^{rr}(p)] * u^r(\tau) + c\varphi^r(p)S^{rr}(p). \quad (2.81)$$

$$X^{rk}(p) - Q^{rk}(p)X^{rk}(\tau) + [R^{rk}(p)UR1^{rk}(p)]$$

Контрольные вопросы.

1. Уравнение состояния многомерной линейной непрерывной системы с переменным запаздыванием.
2. Двумерная система с запаздыванием по состоянию.
3. Алгоритм расчета процессов в двумерной системе с запаздыванием по состоянию.
4. Графовая модель двумерной системы с запаздыванием по управлению.

Список литературы

1. Вдовин, В.М. Теория систем и системный анализ: Учебник для бакалавров / В.М. Вдовин, Л.Е. Суркова, В.А. Валентинов. - М.: Дашков и К, 20XX. - 644 с.
2. Волкова, В.Н. Теория систем и системный анализ: Учебник для бакалавров / В.Н. Волкова, А.А. Денисов. - М.: Юрайт, 2010. - 616 с.
3. Горохов, А. В. Основы системного анализа : учебное пособие для вузов / А. В. Горохов. — Москва : Издательство Юрайт, 2010. — 140 с.
4. Дрогобыцкий, И.Н. Системный анализ в экономике: Учебник для студентов вузов / И.Н. Дрогобыцкий. - М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. - 423 с.
5. Иванчина Э. Д. Системный анализ процессов и аппаратов химической технологии : учебное пособие для вузов / Э. Д. Иванчина, Е. С. Чернякова, Н. С. Белинская, Е. Н. Ивашкина. — 2-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 20XX; Томск : Изд-во Томского политехнического университета. — 114 с.
6. Кузнецов В. В. Системный анализ : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. В. Кузнецов [и др.] ; под общей редакцией В. В. Кузнецова. — Москва: Издательство Юрайт, 20XX. — 270 с.
7. Качала, В.В. Теория систем и системный анализ: Учебник для студентов образовательных учреждений среднего профессионального образования / В.В. Качала. - М.: ИЦ Академия, 20XX. - 272 с.
8. Кириллов, В.И. Квалиметрия и системный анализ: Учебное пособие / В.И. Кириллов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, Нов. знание, 20XX. - 440 с.
9. Тимченко, Т.Н. Системный анализ в управлении: Учебное пособие / Т.Н. Тимченко. - М.: ИД РИОР, 20XX. - 161 с.
12. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования, издание третье, исправленное. Москва,

- издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 2007
13. Гайдук, А.Р. Теория автоматического управления в примерах и задачах с решениями в MATLAB: Учебное пособие. 3-е изд., - СПб.: Лань, 2016
 14. Гурецкий Х. Анализ и синтез систем с запаздыванием. М.:Наука, 2001
 15. Громов Ю.Ю. и др. Системы автоматического управления с запаздыванием. Учеб. пособие – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007
 16. Ерофеев, А.А. Теория автоматического управления: Учебник для вузов - СПб.: Политехника, 2008
 17. Кадыров А.А. Топологический расчет систем автоматического управления: учебное пособие. Ташкент, 2003
 18. Кадыров А.А. Машинные методы моделирования и исследования структурно- сложных систем. Ташкент, 2005
 19. Солодов А.В., Солодова Е.А. Системы с переменным запаздыванием. Москва, издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 2007.
 20. Убайдуллаева Ш.Р. Использование метода динамических графовых моделей для расчета линейных систем с запаздыванием. Научно-технический журнал “Современные материалы, техника и технологии”, №5(8), декабрь 2016 г., Россия, Курск
 21. Убайдуллаева Ш.Р. Графовое моделирование двумерной линейной стационарной системы автоматического управления с постоянным запаздыванием. Научно-технический журнал “Современные материалы, техника и технологии”, №5(8), декабрь 2016 г., Россия, Курск
 22. Убайдуллаева Ш.Р. Графовое моделирование двумерной линейной стационарной системы автоматического управления с постоянным запаздыванием. Журнал “ВестСовременные материалы, техника и технологии”, №5(8), декабрь 2016 г., Россия, Курск
 23. Убайдуллаева Ш.Р. Сравнительный анализ решения линейного дифференциального уравнения 1- го порядка с запаздыванием методом шагов и методом графовых моделей. Научный журнал

«Вестник Бухарского государственного университета», №4, декабрь 2018 г.

24. Убайдуллаева Ш.Р. Моделирование линейных непрерывных систем с постоянным запаздыванием на базе динамических графов. Международный научный журнал «Путь науки», №12

Пример №2

Для двумерной системы с частотно-импульсными модуляторами ЧИМ₁, ЧИМ₂, представленный на рис.2.1, требуется на основе модели в виде импульсного потокового графа рассчитать значения выходных координат $y^1(t)$, $y^2(t)$ при заданных значениях длительности импульсов $\tau^1 = \tau^2 = \tau = 0,1$; входных воздействиях

$f^1(t) = f^2(t) = f(t) = 4$ и передаточных функциях

$$W^1(p) = \frac{5}{p+1}; \quad W^{21}(p) = \frac{2}{p+1}; \quad W^{12}(p) = \frac{3}{p+1};$$

$$W^2(p) = \frac{4}{p+1}.$$

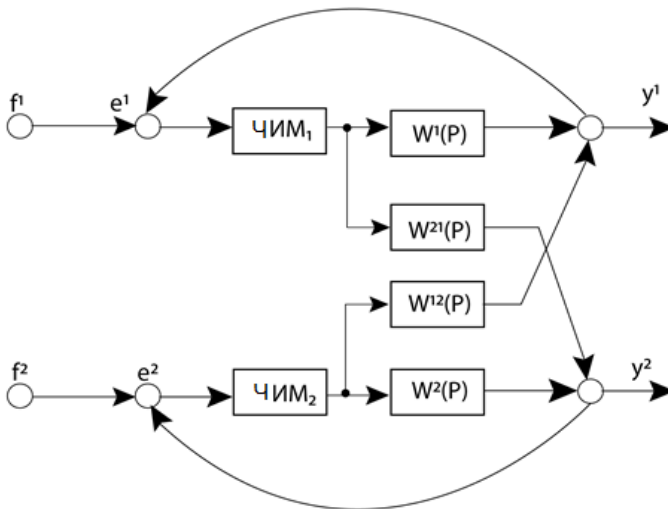


Рис.2.1. Структурная схема двумерной системы с частотно-импульсной модуляцией

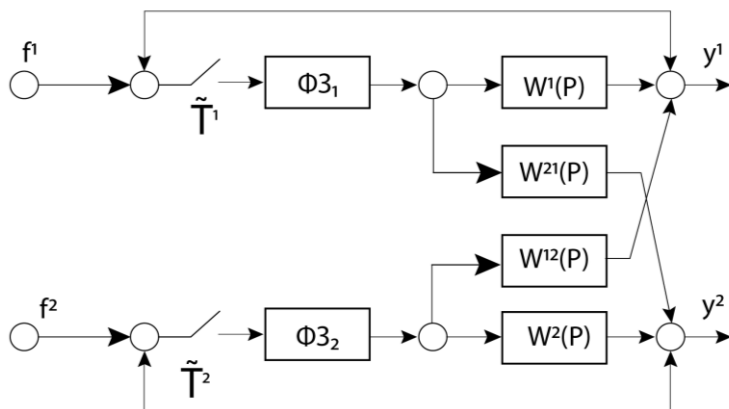


Рис.2.2. Структурная схема эквивалентной двумерной частотно-импульсной системы с формирующими звеньями

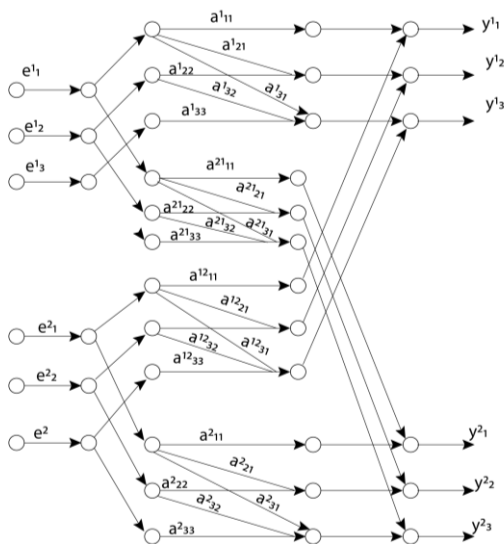


Рис. 2.3. Фрагмент импульсного потокового двумерный ЧИС

Импульсы длительностью $\tau = 0,1$, на выходе модуляторов ЧИМ₁, ЧИМ₂ учтём путём введения в исходную структуру системы формирующих звеньев $\Phi 3_1$, $\Phi 3_2$ с передаточными функциями

$$W_{\Phi 3}^1 = W_{\Phi 3}^2 = W_{\Phi 3} = \frac{1 - e^{-p\tau}}{p}.$$

В итоге структура системы преобразуется к виду, представленному на рисунке 2.2 .

На рисунке $\tilde{T}_i^1, \tilde{T}_i^2$ - нестационарных периоды повторения идеальных импульсных элементов, $\tilde{T}_i^1, \tilde{T}_i^2$ является нелинейными функциями сигналов ошибки e_i^1, e_i^1 :

$$\tilde{T}_i^1 = \Psi[e_i^1]; \quad \tilde{T}_i^2 = \Psi[e_i^2].$$

С учётом введенных формирующих звеньев передаточные функции каналов передач (приведенные непрерывные части-ПНЧ) принимают вид:

$$W_{\text{ПНЧ}}^1(p) = \frac{1 - e^{-p\tau}}{p} \cdot \frac{5}{p+1}; \quad W_{\text{ПНЧ}}^{21}(p) = \frac{1 - e^{-p\tau}}{p} \cdot \frac{2}{p+1};$$

$$W_{\text{ПНЧ}}^{12}(p) = \frac{1 - e^{-p\tau}}{p} \cdot \frac{3}{p+1}; \quad W_{\text{ПНЧ}}^2(p) = \frac{1 - e^{-p\tau}}{p} \cdot \frac{4}{p+1}.$$

В дальнейшем изложении индекс "ПНЧ" будем опускать. С целью определения импульсных переходных функций каналов передач перейдём от изображений к оригиналам. В итоге получим:

$$W^1(t) = 0,525e^{-t}; \quad W^{21}(t) = 0,21e^{-t}; \quad W^{12}(t) = 0,315e^{-t};$$

$$W^2(t) = 0,42e^{-t}.$$

Импульсный потоковый граф, рассматриваемой двумерной частотно-

импульсной системы представлен на рисунке 2.3.

Передачи дуг $a_{ij}^1, a_{ij}^2, a_{ij}^{12}, a_{ij}^{21}$ импульсного потокового являются

дискретными значениями импульсных переходных функций

$W^1(t), W^2(t), W^{12}(t), W^{21}(t)$. Значения этих передач определяется

для каждого момента замыкания сепаратных каналов пошагово и попеременно, в зависимости от значений t_i^1, t_i^2 .

РЕШЕНИЕ:

Первый шаг

$$y_1^1 = 0; \quad e_1^1 = f_1^1 - y_1^1 = 4; \quad T_1^1 = \frac{2}{|e_1^1| + 0,1} = \frac{2}{4,1} = 0,488;$$

$$t_1^1 = 0; \quad t_2^1 = T_1^1 = 0,488.$$

$$y_1^2 = 0; \quad e_1^2 = 4; \quad f_1^2 = 4; \quad T_1^2 = \frac{2}{|e_1^2| + 0,1} = 0,488;$$

$$t_1^2 = 0; \quad t_2^2 = T_1^2 = 0,488.$$

Второй шаг

$$y_2^1 = a_{21}^1 \bullet e_1^1 + a_{21}^{12} \bullet e_1^2 = 0,324 \bullet 4 + 0,195 \bullet 4 = 2,076$$

$$a_{21}^1 = 0,525 \bullet e^{-t_1^1} = 0,525 \bullet e^{-0,488} = 0,525 \bullet 0,618 = 0,324;$$

$$a_{21}^{12} = 0,315 \bullet e^{-t_2^2} = 0,315 \bullet e^{-0,488} = 0,195;$$

$$y_2^2 = a_{21}^2 \bullet e_1^2 + a_{21}^{21} \bullet e_1^1 = 0,26 \bullet 4 + 0,13 \bullet 4 = 1,56;$$

$$a_{21}^2 = 0,42 \bullet e^{-t_1^1} = 0,42 \bullet 0,618 = 0,26;$$

$$a_{21}^{21} = 0,21 \bullet e^{-t_1^1} = 0,21 \bullet 0,618 = 0,13;$$

$$e_2^1 = f_2^1 - y_2^1 = 4 - 2,076 = 1,924;$$

$$T_2^1 = \frac{2}{|e_2^1| + 0,1} = \frac{2}{2,024} = 0,988;$$

$$t_2^1 = T_1^1 + T_2^1 = 0,488 + 0,988 = 1,476.$$

$$e_2^2 = f_2^2 - y_2^2 = 4 - 1,56 = 2,44;$$

$$T_2^2 = \frac{2}{|e_2^2| + 0,1} = \frac{2}{2,44 + 0,1} = 0,787;$$

$$t_2^2 = T_1^2 + T_2^2 = 0,488 + 0,787 = 1,275.$$

Третий шаг

На этом шаге необходимо сравнить t_2^1 и t_2^2 , $t_2^2 < t_2^1$. Поэтому расчёты начинаем с каналов A^2 , A^{21} .

$$y_3^2 = (a_{31}^2 \cdot e_1^2 + a_{32}^2 \cdot e_2^2) + (a_{31}^{21} \cdot e_1^1 + a_{32}^{21} \cdot e_2^1) = 0,1176 \cdot 4 + 0,19 \cdot 2,44 + 0,059 \cdot 4 + 0,095 \cdot 7,924 = 7,352;$$

$$a_{31}^2 = W^2(T_1^2 + T_2^2) = 0,42 \cdot e^{-1,275} = 0,1176;$$

$$a_{32}^2 = W^2(T_2^2) = 0,42 \cdot e^{-0,787} = 0,19;$$

$$a_{31}^{21} = W^{21}(T_1^2 + T_2^2) = 0,421 \cdot e^{-1,275} = 0,059;$$

$$a_{32}^{21} = W^{21}(T_2^2) = 0,21 \cdot e^{-0,787} = 0,095.$$

$$e_3^2 = f_3^2 - y_3^2 = 4 - 1,352 = 2,648;$$

$$T_3^2 = \frac{2}{|e_3^2| + 0,1} = \frac{2}{2,748} = 0,728;$$

$$t_3^2 = T_1^2 + T_2^2 + T_3^2 = 2.$$

Четвертый шаг

Сравниваем t_3^2 и t_2^1 . Так как $t_2^1 < t_3^2$ на данном шаге расчеты ведем по сепаратному каналу W^1 и перекрестному каналу W^{12} .

$$y_3^1 = (a_{31}^1 \cdot e_1^1 + a_{32}^1 \cdot e_2^1) + (a_{31}^{12} \cdot e_1^2 + a_{32}^{12} \cdot e_2^2) = 0,12 \cdot 4 + 0,1947 \cdot 1,324 + 0,0718 \cdot 4 + 0,1168 \cdot 2,44 = 1,425;$$

$$a_{31}^1 = W^1(T_1^1 + T_2^1) = 0,525 \cdot e^{-1,476} = 0,525 \cdot 0,228 = 0,12;$$

$$a_{32}^1 = W^1(T_2^1) = 0,525 \cdot e^{-0,988} = 0,525 \cdot 0,371 = 0,1947;$$

$$a_{31}^{12} = W^{12}(T_1^1 + T_2^1) = 0,315 \cdot e^{-1,476} = 0,315 \cdot 0,228 = 0,0718;$$

$$a_{32}^{12} = W^{12}(T_2^1) = 0,315 \cdot e^{-0,988} = 0,315 \cdot 0,371 = 0,1168.$$

$$e_3^1 = f_3^1 - y_3^1 = 4 - 1,425 = 2,575;$$

$$T_3^1 = \frac{2}{|e_3^1| + 0,1} = \frac{2}{2,675} = 0,747;$$

$$t_3^1 = T_1^1 + T_2^1 + T_3^1 = 2,223.$$

Пятый шаг

Сравниваем t_3^2 и t_3^1 . Так как $t_3^2 < t_3^1$ расчёт ведем для каналов $W^2(t)$ и $W^{21}(t)$.

$$\begin{aligned} y_4^2 &= (a_{41}^2 \cdot e_1^2 + a_{42}^2 \cdot e_2^2 + a_{43}^2 \cdot e_3^2) + (a_{41}^{21} \cdot e_1^1 + a_{42}^{21} \cdot e_2^1 + a_{43}^{21} \cdot e_3^1) = \\ &= 0,0507 \cdot 4 + 0,0924 \cdot 2,44 + 0,202 \cdot 2,648 + 0,0283 \cdot 4 + 0,0462 \cdot 1,924 + \\ &+ 0,101 \cdot 2,575 = 7,449. \end{aligned}$$

$$a_{41}^2 = W^2(T_1^2 + T_2^2 + T_3^2) = 0,42 \cdot e^{-2} = 0,42 \cdot 0,135 = 0,0567;$$

$$a_{42}^2 = W^2(T_2^2 + T_3^2) = 0,42 \cdot e^{-1,512} = 0,42 \cdot 0,22 = 0,0924;$$

$$a_{43}^2 = W^2(T_3^2) = 0,42 \bullet e^{-0,728} = 0,42 \bullet 0,481 = 0,202;$$

$$a_{41}^{21} = W^{21}(T_1^2 + T_2^2 + T_3^2) = 0,21 \bullet e^{-2} = 0,21 \bullet 0,135 = 0,0283$$

$$a_{42}^{21} = W^{21}(T_2^2 + T_3^2) = 0,21 \bullet e^{-1,512} = 0,21 \bullet 0,22 = 0,0462;$$

$$a_{43}^{21} = W^{21}(T_3^2) = 0,21 \bullet e^{-0,728} = 0,21 \bullet 0,481 = 0,101;$$

$$e_4^2 = f_4^2 - y_4^2 = 4 - 1,449 = 2,551;$$

$$T_4^2 = \frac{2}{|e_4^2| + 0,1} = \frac{2}{2,651} = 0,754;$$

$$t_4^2 = T_1^2 + T_2^2 + T_3^2 + T_4^2 = 0,488 + 0,787 + 0,728 + 0,754 = 2,757.$$

Шестой шаг

Сравниваем t_4^2 и t_3^1 .

$$t_4^2 = 2,757; \quad t_3^1 = 2,223.$$

Так как $t_3^1 < t_4^2$, расчёт на данном шаге выполняет для каналов $W^1(t)$ и $W^{12}(t)$.

$$a_{41}^1 = W^1(T_1^1 + T_2^1 + T_3^1) = 0,525 \bullet e^{-2,223} = 0,525 \bullet 0,108 = 0,0567;$$

$$a_{42}^1 = W^1(T_2^1 + T_3^1) = 0,525 \bullet e^{-1,735} = 0,525 \bullet 0,175 = 0,092;$$

$$a_{43}^1 = W^1(T_3^1) = 0,525 \bullet e^{-0,747} = 0,525 \bullet 0,472 = 0,2478$$

$$a_{41}^{12} = W^{12}(T_1^1 + T_2^1 + T_3^1) = 0,315 \bullet e^{-2,223} = 0,315 \bullet 0,108 = 0,034;$$

$$a_{42}^{12} = W^{12}(T_2^1 + T_3^1) = 0,315 \bullet e^{-1,735} = 0,315 \bullet 0,175 = 0,053;$$

$$a_{43}^{12} = W^{12}(T_3^1) = 0,315 \bullet e^{-0,747} = 0,315 \bullet 0,472 = 0,1487.$$

$$y_4^1 = (a_{41}^1 \bullet e_1^1 + a_{42}^1 \bullet e_2^1 + a_{43}^1 \bullet e_3^1) + (a_{41}^{12} \bullet e_1^2 + a_{42}^{12} \bullet e_2^2 + a_{43}^{12} \bullet e_3^2) = \\ = 0,0567 \bullet 4 + 0,092 \bullet 1,924 + 0,2478 \bullet 2,576 + 0,034 \bullet 4 + \\ + 0,055 \bullet 2,44 + 0,1487 \bullet 2,648 = 1,703.$$

$$e_4^1 = f_4^1 - y_4^1 = 4 - 1,703 = 2,297;$$

$$T_4^1 = \frac{2}{|e_4^1| + 0,1} = \frac{2}{2,397} = 0,834;$$

$$t_4^1 = T_1^1 + T_2^1 + T_3^1 + T_4^1 = 3,057.$$

Седьмой шаг

Сравниваем t_4^1 и t_4^2 . Так как $t_4^2 < t_4^1$ ($t_4^2 = 2,757$; $t_4^1 = 3,057$),

расчёты на данном шаге выполняет для каналов $W^2(t)$ и $W^{21}(t)$.

$$y_5^2 = (a_{51}^2 \bullet e_1^2 + a_{52}^2 \bullet e_2^2 + a_{53}^2 \bullet e_3^2 + a_{54}^2 \bullet e_4^2) + (a_{51}^{21} \bullet e_1^1 + a_{52}^{21} \bullet e_2^1 + a_{53}^{21} \bullet e_3^1 + a_{54}^{21} \bullet e_4^1) =$$

$$= 0,0269 \bullet 4 + 0,0437 \bullet 2,44 + 0,0982 \bullet 2,648 + 0,198 \bullet 2,551 \\ + 0,01344 \bullet 4 + 0,0218 \bullet 1,924 +$$

$$+ 0,0491 \bullet 2,575 + 2,297 \bullet 0,099 = 1,428$$

$$a_{51}^2 = W^2(T_1^2 + T_2^2 + T_3^2 + T_4^2) = 0,42 \bullet e^{-2,752} = 0,42 \bullet 0,064 = 0,0269;$$

$$a_{52}^2 = W^2(T_2^2 + T_3^2 + T_4^2) = 0,42 \bullet e^{-2,269} = 0,42 \bullet 0,104 = 0,0437;$$

$$a_{53}^2 = W^2(T_3^2 + T_4^2) = 0,42 \bullet e^{-1,452} = 0,42 \bullet 0,234 = 0,0982$$

$$a_{54}^2 = W^2(T_4^2) = 0,42 \bullet e^{-0,754} = 0,42 \bullet 0,472 = 0,198;$$

$$a_{51}^{21} = W^{21}(T_1^2 + T_2^2 + T_3^2 + T_4^2) = 0,21 \bullet e^{-2,572} = 0,21 \bullet 0,04 = 0,0134;$$

$$a_{52}^{21} = W^{21}(T_2^2 + T_3^2 + T_4^2) = 0,21 \bullet e^{-2,269} = 0,0218$$

$$a_{53}^{21} = W^{21}(T_3^2 + T_4^2) = 0,21 \bullet e^{-1,452} = 0,0491;$$

$$a_{54}^{21} = W^{21}(T_4^2) = 0,21 \bullet e^{-0,754} = 0,099.$$

$$e_5^2 = f_5^2 - y_5^2 = 4 - 1,428 = 2,572;$$

$$T_5^2 = \frac{2}{|e_5^2| + 0,1} = \frac{2}{2,672} = 0,748$$

$$t_5^2 = T_1^2 + T_2^2 + T_3^2 + T_4^2 + T_5^2 = t_4^2 + 0,748 = 2,752 + 0,748 = 3,505.$$

Сравнение t_4^1 и t_5^2 показывает, что $t_4^1 < t_5^2$ ($t_4^1 = 3,057$; $t_5^2 = 3,505$), поэтому на следующем шагу расчеты ведутся для каналов $W^1(t)$ и $W^{12}(t)$.

Восьмой шаг

$$y_5^1 = (a_{51}^1 \bullet e_1^1 + a_{52}^1 \bullet e_2^1 + a_{53}^1 \bullet e_3^1 + a_{54}^1 \bullet e_4^1) + (a_{51}^{12} \bullet e_1^2 + a_{52}^{12} \bullet e_2^2 + a_{53}^{12} \bullet e_3^2 + a_{54}^{12} \bullet e_4^2)$$

$$a_{51}^1 = W^1(T_1^1 + T_2^1 + T_3^1 + T_4^1) = 0,525 \bullet e^{-3,057} = 0,024;$$

$$a_{52}^1 = W^1(T_2^2 + T_3^2 + T_4^2) = 0,525 \bullet e^{-2,569} = 0,04;$$

$$a_{53}^1 = W^1(T_3^1 + T_4^1) = 0,525 \bullet e^{-1,581} = 0,525 \bullet 0,205 = 1,07;$$

$$a_{54}^1 = W^1(T_4^1) = 0,525 \bullet e^{-0,834} = 0,525 \bullet 0,046 = 0,229;$$

$$a_{51}^{12} = W^{12}(T_1^1 + T_2^1 + T_3^1 + T_4^1) = 0,315 \bullet e^{-3,057} = 0,0145$$

$$a_{52}^{12} = W^{12}(T_2^1 + T_3^1 + T_4^1) = 0,315 \bullet e^{-2,269} = 0,024;$$

$$a_{53}^{12} = W^{12}(T_3^1 + T_4^1) = 0,315 \cdot e^{-1,581} = 0,064;$$

$$a_{54}^{12} = W^{12}(T_4^1) = 0,315 \cdot e^{-0,834} = 0,137.$$

$$y_5^1 = (a_{51}^1 \cdot e_1^1 + a_{52}^1 \cdot e_2^1 + a_{53}^1 \cdot e_3^1 + a_{54}^1 \cdot e_4^1) + (a_{51}^{12} \cdot e_1^2 + a_{52}^{12} \cdot e_2^2 + a_{53}^{12} \cdot e_3^2 + a_{54}^{12} \cdot e_4^2) =$$

$$= 0,024 \cdot 4 + 0,04 \cdot 1,924 + 0,107 \cdot 2,575 + 0,229 \cdot 2,297 + 0,0145 \cdot 4 + 0,024 \cdot 2,44 +$$

$$+ 0,064 \cdot 2,648 + 0,1376 \cdot 2,551 = 1,61.$$

$$e_5^1 = f_5^1 - y_5^1 = 4 - 1,61 = 2,39;$$

$$T_5^1 = \frac{2}{|e_5^1| + 0,1} = \frac{2}{2,49} = 0,8;$$

$$t_6^1 = T_1^1 + T_2^1 + T_3^1 + T_4^1 + T_5^1 = 0,488 + 0,988 + 0,747 + 0,834 + 0,8 = 3,86.$$

ПРИМЕЧАНИЕ

Для удобства расчетов начальное (нулевое) значение переменных при использовании импульсных потоковых графов обозначено с индексом "1". То есть, $t_1, y_1^1, y_1^2, e_1^1, e_1^2$ - соответствуют начальному (нулевому) моменту времени. Поэтому имеются следующие соответствие между переменными, участвующими в расчетах

методом импульсных потоковых графов и методом графов переходных состояний.

Метод импульсных потоковых графов (ИПГ)		Метод графов переходных состояний (ГПС)	
y_1^1	y_1^2	$y^1(0)$	$y^2(0)$
y_2^1	y_2^2	$y^1(t_1^1)$	$y^2(t_1^2)$
y_3^1	y_3^2	$y^1(t_2^1)$	$y^2(t_2^2)$
y_4^1	y_4^2	$y^1(t_3^1)$	$y^2(t_3^2)$
y_5^1	y_5^2	$y^1(t_4^1)$	$y^2(t_4^2)$

Как видно, расчеты на основе обоих типов динамических графов совпадают. Однако, есть целесообразные области применения каждого их графовых моделей. Расчеты по методу импульсных потоковых графов целесообразно использовать при непрерывных частях, заданных своими импульсными переходными функциями и при нулевых начальных условиях. При ненулевых начальных условиях целесообразно применение графов переходных состояний.

Пример 3. Требуется исследовать характер переходных процессов частотно-импульсной системе второго порядка на базе графа переходных состояний. Структурная схема системы представлена на рисунке 31. Характеристики системы, следующие:

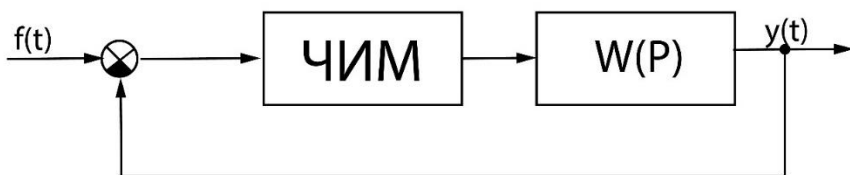


Рис.3.1. Структурная схема частотно-импульсной системы.

- входная воздействие $f(t)=4$;
- выходная координата $x_1(t)$;
- сигнал ошибки $e(t) = f(t) - x_1(t)$;
- передаточная функция системы

$$W(p) = \frac{5}{p(p+0,5)};$$

- ЧИМ генерирует импульсы $\tau = 0,1$;

➤ Период повторения импульсов является нелинейной функцией сигнала ошибки и определяется из соотношения $T = \frac{2}{|e(t)| + 0,1}$;

➤ момент появления импульса в n -ный момент времени определяется следующим образом:

$$t_n = \sum_{j=1}^{n-1} T_j; \quad T_j = \psi[e_j(t_j)]$$

Решение: Исходя из заданных характеристик частотно-импульсной системы, строим её развернутый граф переходных состояний (рис.3.2.) и определяет передачи графа.

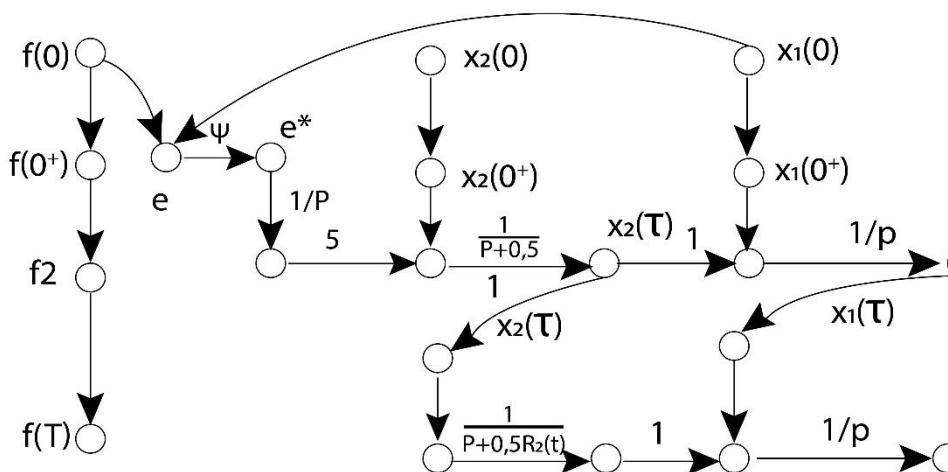


Рис.3.2. Граф переходных состояний частотно-импульсной системе второго порядка

$$\frac{x_i(\tau)}{x_i(0)} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} \right\} = 1$$

$$\frac{x_1(\tau)}{x_2(0)} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p(p+0,5)} \right\} = 2(1 - e^{-\frac{\tau}{2}}) = 2(1 - e^{-\frac{0,1}{2}}) = 0,098;$$

$$\frac{x_1(\tau)}{e(0)} = L^{-1} \left\{ \frac{5}{p^2(p+0,5)} \right\} = 5 \cdot 2(\tau - 2 + 2e^{-\frac{\tau}{2}}) = 5 \cdot 2(0,1 - 2 + 2 \cdot 0,95)$$

;

$$\frac{x_1(\tau)}{x_2(0)} = L^{-1} \left\{ \frac{5}{p(p+0,5)} \right\} = 5 \bullet 2(1 - e^{-\frac{\tau}{2}}) = 0,49;$$

$$\frac{x_2(\tau)}{x_2(0)} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p+0,5} \right\} = e^{-\frac{\tau}{2}} = 0,951;$$

$$\frac{x_1(T)}{x_1(\tau)} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} \right\} = 1;$$

$$\frac{x_1(T)}{x_1(\tau)} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p(p+0,5)} \right\} = 2(1 - e^{-\frac{\tau}{2}});$$

$$\frac{x_2(T)}{x_1(\tau)} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p+0,5} \right\} = e^{-\frac{(T-\tau)}{2}}.$$

После определения передач дуг графа можно построить двудольный граф переходных состояний (рис. 3.3.).

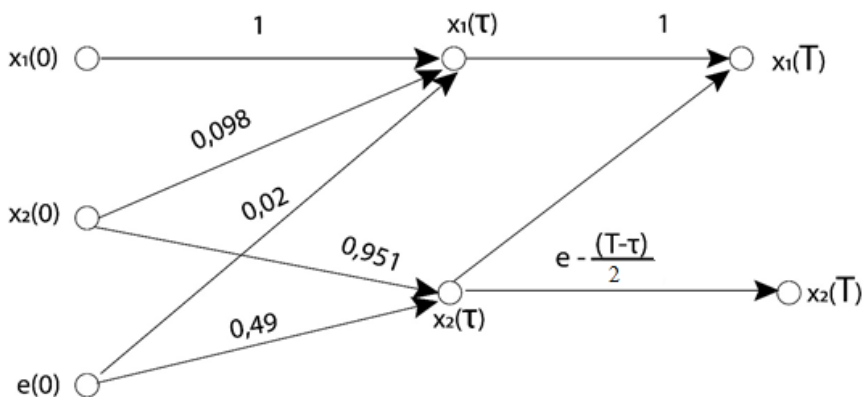


Рис.3.3. Двудольный граф переходных состояний частотно-импульсной системе второго порядка

Пользуясь данным графом, осуществим расчёт процессов частотно-импульсной системы.

Первый шаг

$$x_1(0) = 0; \quad x_2 = 0; \quad e(0) = f(0) - x_i(0) = 4;$$

$$T_0 = \frac{2}{|e(0)| + 0,1} = \frac{2}{4,1} = 0,488;$$

$$t_1 = T_0 = 0,488;$$

Второй шаг

$$x_1(\tau) = 0,02 \bullet e(0) = 0,02 \bullet 4 = 0,08;$$

$$x_2(\tau) = 0,49 \bullet e(0) = 0,9 \bullet 4 = 1,96;$$

$$x_1(t_1) = 1 \bullet x_1(\tau) + 2(1 - e^{-\frac{T_0 - \tau}{2}}) \bullet x_2(\tau) = 0,08 + 2(1 - e^{-\frac{(0,488 - 0,1)}{2}}) \bullet 1,96 =$$

$$x_2(t_1) = e^{-\frac{(T_0 - \tau)}{2}} \bullet x_2(\tau) = 0,825 \bullet 1,96 = 1,62$$

$$e(t_1) = 4 - 0,766 = 3,234;$$

$$T_1 = \frac{2}{|e(T_1)| + 0,1} = \frac{2}{3,341} = 0,6;$$

$$t_2 = T_0 + T_1 = 0,488 + 0,6 = 1,088;$$

Третий шаг

$$x_1(t_1 + \tau) = x_1(t_1) \bullet 1 + x_2(t_1) \bullet 0,098 + e(t_1) \bullet 0,02 = 0,766 + 1,62 \bullet 0,098 +$$

$$x_2(t_1 + \tau) = x_2(t_1) \bullet 0,351 + e(t_1) \bullet 0,49 = 1,62 \bullet 0,951 + 3,224 \bullet 0,49 = 3,1$$

$$x_1(t_2) = 1 \bullet x_1(t_1 + \tau) + 2(1 - e^{-\frac{T_1 - \tau}{2}}) \bullet x_2(t_1 + \tau) = 0,988 + 2(1 - e^{-\frac{(0,6 - 0,1)}{2}}) \bullet$$

$$x_2(t_2) = x_2(t_1 + \tau) \bullet e^{\frac{T_1 - \tau}{2}} = 3,12 \bullet 0,778 = 2,427;$$

$$e(t_2) = f(t_2) - x_1(t_2) = 4 - 2,37 = 1,63;$$

$$T_2 = \frac{2}{|e(t_2)| + 0,1} = \frac{2}{1,63 + 0,1} = 1,156;$$

$$t_3 = T_0 + T_1 + T_2 = 0,488 + 0,6 + 1,156 = 2,244;$$

Четвёртый шаг

$$x_1(t_2 + \tau) = x_1(t_2) \bullet 1 + x_2(t_1) \bullet 0,098 + e(t_2) \bullet 0,02 = 2,37 + 2,427 \bullet 0,098 +$$

$$x_2(t_2 + \tau) = x_2(t_2) \bullet 0,951 + e(t_2) \bullet 0,49 = 2,427 \bullet 0,951 + 1,63 \bullet 0,49 = 3,$$

$$x_1(t_3) = x_1(t_2 + \tau) \bullet 1 + x_2(t_2 + \tau) \bullet 2(1 - e^{\frac{(T_2 - \tau)}{2}}) = 2,64 + 3,106 \bullet 2(1 - e^{\frac{(T_2 - \tau)}{2}})$$

$$x_2(t_3) = x_2(t_2 + \tau) \bullet e^{\frac{(T_2 - \tau)}{2}} = 3,106 \bullet 0,59 = 1,832;$$

$$e(t_3) = f(t_3) - x_1(t_3) = 4 - 5,19 = 1,19;$$

$$T_3 = \frac{2}{|e(t_3)| + 0,1} = \frac{2}{2,19} = 1,55;$$

$$t_4 = T_0 + T_1 + T_2 + T_3 = 3,794;$$

Пятый шаг

$$x_1(t_3 + \tau) = x_1(t_3) \bullet 1 + x_2(t_3) \bullet 0,098 + e(t_3) \bullet 0,02 = 5,19 + 1,832 + 0,098$$

$$x_2(t_3 + \tau) = x_2(t_3) \bullet 0,951 + e(t_3) \bullet 0,49 = 1,742 + (-0,583) = 1,159;$$

$$x_1(t_4) = x_1(t_3 + \tau) \bullet 1 + x_2(t_3 + \tau) \bullet 2(1 - e^{\frac{(T_3 - \tau)}{2}}) = 5,3457 + 1,159 \bullet 2(1 - e^{\frac{(T_3 - \tau)}{2}})$$

$$e(t_4) = f(t_4) - x_1(t_4) = 4 - 6,536 = -2,536;$$

$$T_4 = \frac{2}{|e(t_4)| + 0,1} = \frac{2}{2,536 + 0,1} = 0,758;$$

$$t_5 = \sum_{j=0}^4 T_j = 4,55;$$

$$x_2(t_4) = x_2(t_3 + \tau) \bullet e^{\frac{(T_3 - \tau)}{2}} = 1,159 \bullet e^{\frac{(1,55 - 0,1)}{2}} = 0,563;$$

Шестой шаг

$$x_1(t_4 + \tau) = x_1(t_4) * 1 + x_2(t_4) * 0,098 + e(t_4) * 0,02 = 6,536 + 0,563 * 0,098 + 0,02 = 6,597;$$

$$x_2(t_4 + \tau) = x_2(t_4) * 0,951 + e(t_4) * 0,49 = 0,707;$$

$$x_1(t_5) = 1 * x_1(t_4 + \tau) * 1 + x_2(t_4 + \tau) * 2(1 - e^{\frac{(T_4 - \tau)}{2}}) = 6,541 + (-0,707) * 2 = 4,127;$$

$$e(t_5) = f(t_5) - x_1(t_5) = 4 - 6,121 = -2,121;$$

$$T_5 = \frac{2}{|e(t_5)| + 0,1} = \frac{2}{2,121 + 0,1} = 0,9;$$

$$t_6 = \sum_{j=0}^5 T_j = 5,45;$$

$$x_2(t_5) = x_2(t_4 + \tau) \bullet e^{\frac{(T_4 - \tau)}{2}} = 0,707 \bullet e^{\frac{(0,758 - 0,1)}{2}} = 0,512;$$

Седьмой шаг

$$x_1(t_5 + \tau) = x_1(t_5) \bullet 1 + x_2(t_5) \bullet 0,098 + e(t_5) \bullet 0,02 = 6,121 - 0,098 \bullet 0,512 + 0,02 = 6,03;$$

$$x_2(t_5 + \tau) = x_2(t_5) \bullet 0,951 + (-e(t_5)) \bullet 0,49 = -0,512 \bullet 0,951 - 2,121 \bullet 0,49 = -1,571;$$

$$x_1(t_6) = x_1(t_5 + \tau) \bullet 1 + 2(1 - e^{\frac{(T_5 - \tau)}{2}}) \bullet x_2(t_5 + \tau) = 6,03 + 2(1 - e^{\frac{(0,9 - 0,1)}{2}}) \bullet (-1,571) = 4,023;$$

$$e(t_6) = f(t_6) - x_1(t_6) = 4 - 5,023 = -1,023;$$

$$t_7 = T_0 + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 = 7,23;$$

$$T_5 = \frac{2}{|e(t_6)| + 0,1} = \frac{2}{1,023 + 0,1} = 1,78;$$

$$x_2(t_6) = x_2(t_5 + \tau) \bullet e^{\frac{-(T_5 - \tau)}{2}} = -1,526 \bullet 0,67 = -1,022;$$

Пример 3а. Исследование переходного процесса одномерной частотно-импульсной системы с использованием графа переходных состояний.

Структурная схема системы дана на рис.3.4.

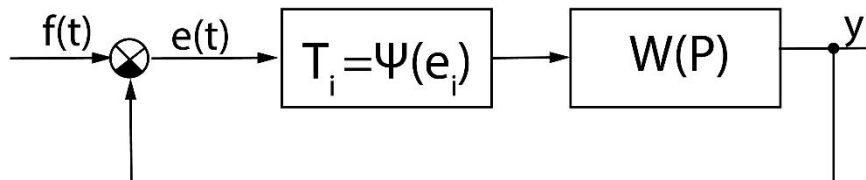


Рис.3.4. Структурная схема одномерной частотно-импульсной системы

Характеристики системы следующие:

f - входное воздействие, $f=4$;

τ - длительность импульсов на выходе модулятора, $\tau = 0,1$;

y - выходная координата;

$e_j = (f_j - y_j)$ - сигнал ошибки в j -ый момент времени

T_j - длительность j -го интервала времени, является нелинейной функцией сигнала ошибки. В данной задаче

$$T_j = \frac{2}{|e_j| + 0,1},$$

t_j - момент появления j -го импульса на выходе модулятора, $t_n = \sum_{j=0}^{n-1} T_j$.

Передаточная функция объекта управления

$$W(p) = \frac{2}{p+1}$$

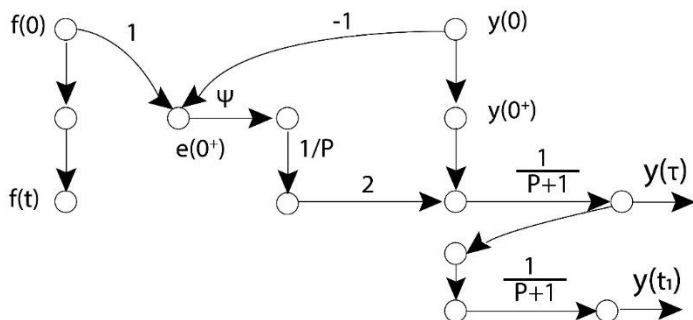
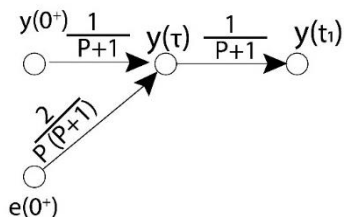


Рис.3.5. Развернутая графовая модель одномерной частотно-импульсной системы

а)



б)

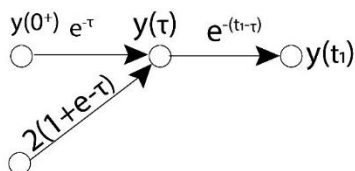


Рис.3.6. Двудольный граф системы с передачами в виде изображений (а),

Двудольный граф системы с передачами в виде оригиналов (б).

Развернутая графовая модель системы имеет вид, представленный на рис. 3.5. На рис.3.6, а и 3.6,

б представлены двудольные графы, полученные из развернутой графовой модели при вычислении коэффициентов передач дуг графа.

$$\frac{y(\tau)}{y(0^t)} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p+1} \right\} = e^{-\tau} \Big|_{\tau=0,1} = 0,904;$$

$$\frac{y(\tau)}{e^*(0^t)} = L^{-1} \left\{ \frac{2}{p(p+1)} \right\} = 211 \cdot e^{-\tau} \Big|_{\tau=0,1} = 0,192;$$

$$\frac{y(t_1)}{y(\tau)} = L^{-1} \left\{ \frac{2}{p+1} \right\} = e^{-(t_1-\tau)}.$$

Расчет процессов.

Первый шаг

$$f(0) = 4; \quad e^*(0) = f(0) - y(0);$$

$$y(0) = 0; \quad t_1 = T_0;$$

$$T_0 = \frac{2}{|e(1)| + 0,1} = 0,488;$$

Второй шаг

$$y(\tau) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p+1} \right\} y(1) + L^{-1} \left\{ \frac{2}{p(p+1)} \right\} \bullet e^*(1)$$

$$y(\tau) = 0,192 \bullet 4 = 0,768;$$

$$y(t_1) = e^{-(t_1-\tau)} \bullet y(\tau) \quad \text{или}$$

$$y(t_1) = e^{-(t_1-\tau)} \bullet y(\tau) = e^{-(0,488-0,1)} y(\tau) = 0,678 \bullet 0,768 = 0,52;$$

$$e(t_1) = f(t_1) - y(t_1) = 4 - 0,52 = 3,48$$

$$T_1 = \frac{2}{|e(t_2)| + 0,1} = \frac{2}{3,58} = 0,558;$$

$$t_2 = T_0 + T_2 = 0,488 + 0,558 = 1,046;$$

Третий шаг

$$y(t_1 + \tau) = y(t_2)e^{-\tau} + 2(1 - e^{-\tau}) \bullet e^*(t_2) = 0,904 \bullet 0,52 + 0,192 \bullet 3,48 = 1,1$$

;

$$y(t_2) = e^{-(T_2 - \tau)} \bullet y(t_2 + \tau) = e^{-(1,558 - 0,1)} \bullet 1,138 = 0,63 \bullet 1,138 = 0,717;$$

$$e^*(t_2) = f(t_2) - y(t_2) = 4 - 0,717 = 3,283;$$

$$T_2 = \frac{2}{|e^*(t_3)| + 0,1} = \frac{2}{3,383} = 0,591;$$

$$t_3 = T_0 + T_1 + T_2 = 0,48 + 0,558 + 0,591 = 1,637;$$

Четвёртый шаг

$$y(t_2 + \tau) = e^{-\tau} \bullet y(t_2) + 2(1 - e^{-\tau})e^*(t_2) = 0,904 \bullet 0,717 + 0,192 \bullet 3,283 =$$

$$y(t_3) = e^{-(T_2 - \tau)} \bullet y(t_2 + \tau) = e^{-(0,591 - 0,1)} \bullet 1,278 = 0,61 \bullet 1,278 = 0,779;$$

$$e^*(t_3) = f(t_3) - y(t_3) = 4 - 0,779 = 3,221;$$

$$T_3 = \frac{2}{|e^*(t_4)| + 0,1} = \frac{2}{3,321} = 0,602;$$

$$t_4 = T_0 + T_1 + T_2 + T_3 = 1,637 + 0,602 = 2,239;$$

Пятый шаг

$$y(t_3 + \tau) = e^{-\tau} \bullet y(t_3) + 2(1 - e^{-\tau})e^*(t_3) = 0,904 \bullet 0,779 + 0,192 \bullet 3,22 = 1,$$

$$y(t_4) = e^{-(T_3 - \tau)} \bullet y(t_3 + \tau) = e^{-(0,6 - 0,1)} \bullet 1,32 = 0,606 \bullet 1,32 = 0,799;$$

$$e^*(t_4) = f(t_4) - y(t_4) = 4 - 0,799 = 3,201;$$

$$T_4 = \frac{2}{|e^*(t_5)| + 0,1} = \frac{2}{3,301} = 0,606;$$

$$t_5 = T_0 + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = 2,842;$$

Шестой шаг

$$y(t_4 + \tau) = e^{-\tau} \bullet y(t_4) + 2(1 - e^{-\tau})e^*(t_4) = 0,904 \bullet 0,799 + 0,192 \bullet 3,201 =$$

$$y(t_5) = e^{-(T_4 - \tau)} \bullet 1,336 = 0,606 \bullet 1,336 = 0,81;$$

$$e^*(t_5) = f(t_5) - y(t_5) = 4 - 0,81 = 3,19;$$

$$T_5 = \frac{2}{|e^*(t_6)| + 0,1} = \frac{2}{3,29} = 0,61;$$

$$t_6 = T_0 + T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 = 3,452;$$

Седьмой шаг

$$y(t_5 + \tau) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p+1} \right\} \bullet y(t_0) + L^{-1} \left\{ \frac{2}{p(p+1)} \right\} \bullet e^*(t_6) = e^{-\tau} \bullet 0,81 + 0,19$$

$$y(t_6) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p+1} \right\} \bullet y(t_5 + \tau) + = e^{-(T_6 - 0,1)} \bullet y(t_5 + \tau) = e^{-0,51} \bullet y(t_5 + \tau)$$

$$e^*(t_6) = f(t_6) - y(t_6) = 4 - 0,806 = 3,194;$$

$$T_6 = \frac{2}{|e^*(t_7)| + 0,1} = \frac{2}{3,294} = 0,607;$$

$$t_7 = \sum_{j=0}^{7-1} T_j = 4,059;$$

Результатов расчёта процесса с точностью до сотых долей полностью совпадают с результатами, полученными на базе импульсных потоковых графов. Кривые процессов $y(t)$, $y(t + \tau)$ представлены на рис. 3.7.

Анализ переходных процессов в одномерной системе с ЧИМ. Сравнительный анализ метода фазового пространства и метода динамических графовых моделей.

При исследовании нелинейных импульсных систем одним из наиболее удобных, на наш взгляд, методов анализа является метод фазового пространства, хотя в случае анализа непрерывных или импульсных линейных систем он чаще всего не может конкурировать с прекрасно разработанным математическим аппаратом непрерывного или дискретного преобразования Лапласа.

Рассмотрим нелинейную импульсную систему содержащую импульсный модулятор (ИМ) и непрерывную линейную часть (НЛЧ), которая состоит из линейных стационарных звеньев с сосредоточенными параметрами и имеет дробно-рациональную передаточную функцию

$$G(p) = \frac{B_l(p)}{A_m(p)} = \frac{\sum_{j=0}^l b_j s^j}{\sum_{i=0}^m a_i s^i}, \quad (2.20)$$

где a_i, b_j - постоянные коэффициенты; $a_m = 1$; $l < m$; m -порядок НЛЧ.

Поведение импульсных систем обычно рассматривают в дискретные моменты времени $t = t_n$ ($n=0, 1, 2, \dots$), соответствующие моментам

срабатывания импульсного модулятора. Если модулятор генерирует импульсы конечной длительности, то момент t_n совмещается с началом (предним фронтом) n -го импульса.

Фазовое пространство импульсной системы. Импульсный модулятор не повышает порядка системы, поэтому размерность ее фазового пространства определяется порядком НЛЧ (числом m).

В качестве координат фазового пространства импульсной системы часто выбирают решетчатые функции $x^{(i)}(t_n)$ ($i = 0, 1, \dots, m-1$). Такое пространство мы будем называть естественным фазовым пространством импульсной системы и обозначать символом

$$E^m = \{x_n\}, (2.21)$$

где $x_n = (x_n, x_n', \dots, x_n^{(m-1)})$ - вектор-столбец координат;
 $x_n = \lim_{0 < \varepsilon \rightarrow 0} x^{(i)}(t_n - \varepsilon) = x^{(i)}(t_n).$

Вместо функций $x_n^{(i)}$ иногда применяют их различные линейные комбинации

$$y_{n,i} = \sum_{j=0}^{m-1} c_{ij} x_n^{(j)}. (2.22)$$

Пространство с координатами $y_{n,i}$ ($i = 0, 1, \dots, m-1$) представляет собой линейное преобразование пространства E^m и обозначается символом

$$E_c^m = \{Cx_n\}, (2.23)$$

где $C = \|c_{ij}\|_0^{m-1}$ - невырожденная числовая матрица.

Кроме естественного фазового пространства E^m и его линейных преобразований E_c^m , будем использовать также разностное фазовое пространство с координатами $x_{n+i} (i = 0, 1, \dots, m-1)$, которое обозначим

$$D^m = \left\{ \overset{\vee}{x}_n \right\}, (2.24)$$

где $\overset{\vee}{x}_n = (x_n, x_{n+1}, \dots, x_{n+m-1})$.

Координаты пространства D^m представляют собой значения решетчатой функции x_n , описывающей процесс на выходе НЛЧ в дискретные моменты времени $t = t_n (n = 0, 1, 2, \dots)$.

Иногда для описания импульсных систем используют функцию x_n и ее разности от 1-го до $(m-1)$ -го порядка: $x_n, \Delta x_n, \dots, \Delta^{m-1} x_n$, которые связаны со значениями функции $x_{n+i} (i = 0, 1, \dots, m-1)$ следующими соотношениями

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_n &= x_{n+1} - x_n; \\ \Delta^2 x_n &= x_{n+2} - 2x_{n+1} + x_n; \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta^i x_n &= \sum_{k=0}^i (-1)^k C_i^k x_{n+i-k}, \end{aligned} \right\} (2.25)$$

где $C_i^k = \frac{i!}{k!(i-k)!}$ - биномиальные коэффициенты.

Из равенств (2.25) следует, что вектор-столбец $(x_n, \Delta x_n, \dots, \Delta^{m-1} x_n)$ представляет собой линейное преобразование $R x_n$ вектора $\overset{\vee}{x}_n$. Ему соответствует

фазовое пространство, которое, следуя принятой нами символике, обозначим

$$D_R^m = \left\{ R x_n^\vee \right\}. \quad (2.26)$$

Если положить $C_i^k = 0$ при $k < 0$, то из формул (2.25) получим

$$R = \left\| (-1)^{i-j} C_i^{i-j} \right\|_0^{m-1}. \quad (2.27)$$

Разностное фазовое пространство D^m и его линейное преобразование D_R^m являются естественным обобщением известного понятия разностной фазовой плоскости, которое часто встречается в литературе.

Разностные уравнения и фазовые траектории нелинейных импульсных систем. Разностным уравнением нелинейной импульсной системы называется рекуррентное соотношение вида

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad (2.28)$$

где $f(x_n)$ - однозначная нелинейная вектор-функция x_n , ограниченная на любом ограниченном множестве значений x_n .

Решение уравнения (2.28) представляет собой счетное множество значений x_n ($n = 0, 1, 2, \dots$), которому в фазовом пространстве системы (2.28) соответствует фазовая траектория. Фазовое пространство (как естественное, так и разностное) непрерывно, а фазовые траектории импульсной системы (2.28) представляют собой дискретные (счетные) точечные множества. В соответствии с

теоремой о существовании и единственности решений, которая сохраняет силу для разностных уравнений, каждой точке x_0 , задающей начальные условия импульсной системы (2.28), соответствует одна и только одна фазовая траектория. Другими словами, две фазовые траектории системы либо вовсе не имеют общих точек, либо тождественны друг другу.

В зависимости от того, какое из фазовых пространств (E^m, D^m) используется для описания системы будем различать разностные уравнения в естественном фазовом пространстве, в разностном фазовом пространстве, и т.д.

Общая форма разностных уравнений нелинейных импульсных систем в естественном фазовом пространстве. Рассмотрим нелинейную импульсную систему и предположим для простоты (в последующих параграфах это допущение будет снято), что ИМ генерирует мгновенные δ -импульсы. На интервале между n -м и $(n+1)$ -м импульсами непрерывная линейная часть системы находится в состоянии свободного движения, которое, в силу формулы, описывается следующим выражением:

$$x(t) = H(t - t_n)x_n^+; \quad t_n < t \leq t_{n+1}, \quad (2.29)$$

где $x_n^+ = \lim_{0 < \varepsilon \rightarrow 0} x(t_n + \varepsilon)$; $H(t - t_n) = \exp[A(t - t_n)]$ - переходная матрица НЛЧ; A -сопровождающая

матрица характеристического полинома $A_m(s)$ передаточной функции (2.20).

Вектор x_n^+ определяется значением вектора x_n и параметрами управляющего δ -импульса, который поступает на вход НЛЧ в момент $t = t_n$. Так как НЛЧ линейна, то всегда можно найти такой вектор-столбец b_n , зависящий от параметров n -го импульса, что

$$x_n^+ = x_n + b_n \quad (2.30)$$

Вектор b_n будем называть в дальнейшем вектором смены состояний системы.

Произведем в формуле (2.29) подстановки (2.30) и $t = t_{n+1}$. Тогда

$$x_{n+1} = H_n(x_n + b_n), \quad (2.31)$$

где $H_n = H(T_n)$; $T_n = \Delta t_n = t_{n+1} - t_n$.

Выражение (2.31) для любого n позволяет вычислить вектор x_{n+1} по известному x_n и поэтому является разностным уравнением системы. Следовательно, для того чтобы записать разностное уравнение системы в естественном фазовом пространстве E^m , достаточно определить ее переходную матрицу H_n и вектор смены состояний b_n .

Перепишав равенство (2.30) в виде

$$x_n = x_n^+ - b_n$$

и подставив выражение (2.32) в разностное уравнение (2.31), получим новое разностное уравнение

$$x_{n+1}^+ = H_n x_n^+ + b_{n+1} \quad (2.33)$$

которое описывает поведение системы в дискретные моменты времени $t = t_n^+ = t_n + 0 (n = 0, 1, 2, \dots)$. Уравнение (2.33) менее удобно, чем уравнение (2.31), так как оно содержит в правой части вектор смены состояний b_{n+1} , который зависит от параметров $(n+1)$ -го управляющего δ -импульса. Поэтому, хотя никакой принципиальной разницы между обоими уравнениями не существует, в настоящей книге отдано предпочтение уравнению (2.31), описывающему поведение системы в дискретные моменты временны

$$t = t_n = t_n - 0 (n = 0, 1, 2, \dots).$$

Связь разностных уравнений нелинейных импульсных систем в естественном и разностном фазовых пространствах. Покажем, что от уравнения (2.31) в естественном фазовом пространстве всегда, и притом единственным образом, можно перейти к соответствующему уравнению в разностном пространстве $D^m(D_R^m)$.

Составим следующую систему матричных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} x_{n+1} &= H_n(x_n + b_n) \\ x_{n+2} &= H_{n+1}(x_{n+1} + b_{n+1}) \\ &\dots \\ x_{n+m} &= H_{n+m-1}(x_{n+m-1} + b_{n+m-1}) \end{aligned} \right\} \quad (2.35)$$

которую приведем к каноническому виду, раскрыв скобки в правой части и перенеся члены, содержащие

$$x_{n+i} (i = 0, 1, \dots, m-1),$$

в левую часть:

$$H_n \tau_n = h_n, \quad (2.36)$$

где $\tau_n = (x_{n+1})$, $I = 0, 1, \dots, m$ – блочный вектор-столбец размера $1 \times m(m+1)$; $h_n = (H_{n+i} b_{n+i})$, $I = 0, 1, \dots, m-1$ – блочный вектор-столбец размера $1 \times m^2$; H_n – блочная прямоугольная матрица размера

$$m^2 \times m(m+1)$$

$$H_n = \begin{vmatrix} -H_n & E & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -H_{n+1} & E & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -H_{n+2} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -H_{n+m-1} & E \end{vmatrix} \quad (2.36)$$

Ранг блочной прямоугольной матрицы H_n равен числу ее строк, т.е. $r = m^2$. Действительно, вычеркивая в формуле (2.36) последний (первый) блочный столбец, получаем верхнюю (нижнюю) квазитреугольную матрицу порядка m^2 с невырожденными блоками на главной диагонали. Более того, так как все ненулевые блоки матрицы H_n невырождены и расположены в двух косых рядах, то все ее столбцы линейно независимы и, следовательно, все миноры порядка m^2 отличны от нуля. Это означает, что любые m^2 переменных

столбца τ_n можно выразить, и притом единственным образом, через остальные m переменных

[15]. Поэтому, положив известными переменные $x_{n+i} (i = 0, 1, \dots, m-1)$ и решив систему (2.35) относительно переменной x_{n+m} , получим

$$x_{n+m} = \sum_{i=0}^{m-1} a_{i,n} x_{n+i} + c_n, \quad (2.37)$$

или в матричной форме

$$\overset{\vee}{x}_{n+1} = A_n \overset{\vee}{x}_n + c_n, \quad (2.38)$$

$$x_{n+1} = A_n x_n + c_n$$

где

$$A_n = \left\| \begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ a_{0,n} & a_{1,n} & a_{2,n} & \dots & a_{m-1,n} \end{array} \right\|; \quad c_n = \left\| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ c_n \end{array} \right\|, \quad (2.39)$$

а функции $a_{i,n} (i = 0, 1, \dots, m-1)$ и c_n можно найти, решив систему уравнений (2.35).

Таким образом, уравнение (2.38), которое описывает поведение системы в разностном фазовом пространстве D^m , всегда, и притом

единственным образом, можно получить из уравнения (2.31), описывающего ту же систему в естественном фазовом пространстве E^m .

Пример 1. Рассчитаем переходной процесс в частотно- импульсной системе с идеальным частотно- импульсным модулятором (ЧИМ) (рис.1).

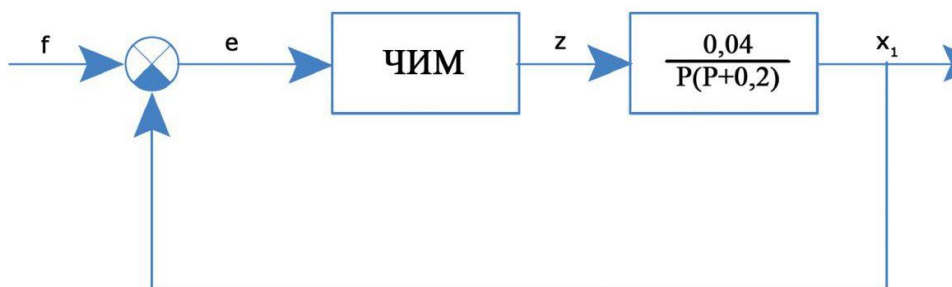


Рис.1. Структурная схема частотно- импульсной системы с идеальным частотно- импульсным модулятором (ЧИМ).

Входной сигнал $u(t)=1(t)$ и характеристики звеньев системы следующие:

$$G(p) = \frac{0,04}{p(p+0,2)}; \quad T_n = \frac{2,5}{0,1+|e_n|}; \quad z_n = \text{sign} e_n; \quad \Delta = 0$$

$$T_n = t_{n+1} - t_n.$$

Вариант 1. Метод фазового пространства.

По формулам (2.18а) и (2.18б) и таблицам обратного преобразования Лапласа находим:

$$H(t-t_0) = \|h_{rk}(t-t_0)\|_0^{m-1}$$

$$h_{rk}(t-t_0) = L^{-1} \left\{ p^{r-k-1} \left[1 - \frac{A_k(p)}{A_m(p)} \right] \right\}; \quad r \leq k;$$

$$h_{rk}(t-t_0) = L^{-1} \left\{ p^{r-k-1} \left[\frac{A_k(p)}{A_m(p)} \right] \right\}; \quad r > k;$$

$$h_{0,0}(t) = L^{-1} \left(\frac{1}{p} \right) = 1;$$

$$h_{0,1}(t) = L^{-1} \left[\frac{1}{p(p+a)} \right] = \frac{1}{a}(1-d);$$

$$h_{1,0} = 0; h_{1,1} = L^{-1} \left(\frac{1}{p+a} \right) = d;$$

$$g(t) = L^{-1}[G(s)] = L^{-1} \left[\frac{k}{p(p+a)} \right] = \frac{k}{a}(1-d)$$

$$g'(t) = \frac{d}{dt} \left[\frac{k}{a}(1-d) \right] = kd,$$

$$\text{Где } d = e^{-\alpha t}.$$

Подставив полученные выражения в формулу (2.57), получим искомое разностное уравнение

$$x_{n+1} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a}(1-d_n) \\ 0 & d_n \end{pmatrix} \left(x_n + \begin{pmatrix} 0 \\ k \end{pmatrix} z_n \right)$$

**

$$\text{Где } d_n = d(T_n) = e^{-\alpha T_n}.$$

Запишем матричное уравнение ** в виде системы 2-х уравнений:

$$\begin{aligned} x(t_{n+1}) &= x(t_n) + \frac{1}{\alpha}(1-d) \left[x'(t_n) + kz_n \right]; \\ x'(t_{n+1}) &= d \left[x'(t_n) + kz_n \right] \end{aligned}$$

Входной сигнал $u(t)=1(t)$ и характеристики звеньев системы следующие:

$$G(p) = \frac{0,04}{p(p+0,2)}; \quad T_n = \frac{2,5}{0,1+|e_n|}; \quad z_n = \text{sign} e_n; \quad \Delta = 0$$

$$T_n = t_{n+1} - t_n.$$

Решение:

Для $n=0$ имеем

$$e_0 = u_0 - x_0 = 1 - 0 = 1; \quad z_0 = \text{sign}(e_0) = 1;$$

$$T_0 = \frac{2,5}{0,1 + |e_0|} = 2,272; \quad t_1 = t_0 + T_0 = 2,272;$$

$$x_1 = x_0 + \frac{1}{0,2} (1 - e^{-0,2T_0}) [x_0' + 0,04z_0] = x_0 + 5(1 - e^{-0,2T_0})x_0' + 0,02(1 - e^{-0,2T_0})z_0 = 0,073;$$

$$x_0' = e^{-0,2T_0} [x_0' + 0,04z_0] = 0,025.$$

Для $n=1$ имеем

$$e_1 = u_1 - x_1 = 1 - 0 = 1; \quad z_1 = \text{sign}(e_1) = 1;$$

$$T_1 = \frac{2,5}{0,1 + |e_1|} = 2,434; \quad t_2 = t_1 + T_1 = 4,707;$$

$$x_2 = x_1 + \frac{1}{0,2} (1 - e^{-0,2T_1}) [x_1' + 0,04z_1] = x_1 + 5(1 - e^{-0,2T_1})x_1' + 0,02(1 - e^{-0,2T_1})z_1 = 0,199;$$

$$x_1' = e^{-0,2T_1} [x_1' + 0,04z_1] = 0,040.$$

Для $n=2$ имеем

$$e_2 = u_2 - x_2 = 1 - 0 = 1; \quad z_2 = \text{sign}(e_2) = 1;$$

$$T_2 = \frac{2,5}{0,1 + |e_2|} = 2,775; \quad t_3 = t_2 + T_2 = 7,482;$$

$$x_3 = x_2 + \frac{1}{0,2}(1 - e^{-0,2T_2})[x_2' + 0,04z_2] = x_1 + 5(1 - e^{-0,2T_2})x_2' + 0,02(1 - e^{-0,2T_2})z_2 = 0,3698$$

$$x_2'(t_1) = e^{-0,2T_0}[x_1' + 0,04z_1] = 0,046.$$

Вариант 2. Метод динамических графовых моделей.

Решение:

$$e(t_0^+) = u(t_0) - x_1(t_0) = 1; \quad z(t_0^+) = \text{signe}(t_0^+) = 1;$$

$$T_0 = \frac{2,5}{0,1 + |e_n|} = \frac{2,5}{0,1 + |e(t_0^+)|} = 2,272 ;$$

$$t_1 = t_0 + T_0 = 2,272.$$

Строим графовую модель системы для отрезка времени $t_0 < t \leq t_1$ (рис.2).

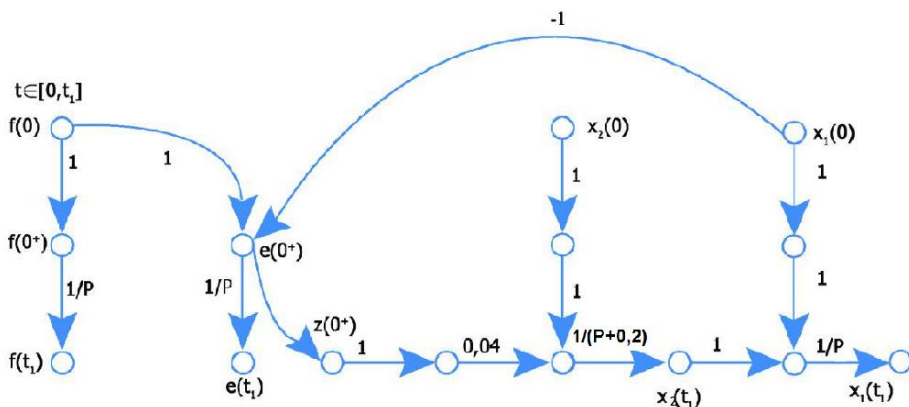


Рис.2. Графовая модель системы для отрезка времени $t_0 < t \leq t_1$

На основании графовой модели для переменных состояния системы в момент переключения $t=t_1$ записываем следующие выражения:

$$x_2(t_1) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p+0,2} \right\} [x_2(t_0) + 0,04z(t_0^+)]$$

$$x_1(t_1) = x_1(t_0) + L^{-1} \left\{ \frac{1}{p(p+0,2)} \right\} [x_2(t_0) + 0,04z(t_0^+)]$$

В общем случае для отрезка времени $t \in [t_k, t_{k+1}]$ графовая модель системы имеет вид, представленный на рис.3.

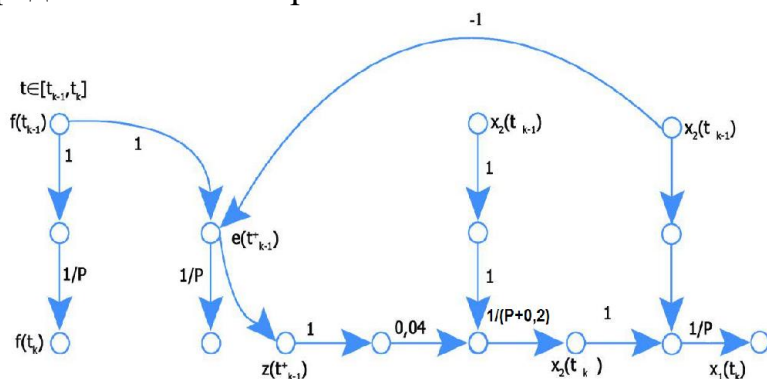


Рис.3.

На основании графовой модели, представленной на рис.3 для всех последующих моментов переключения импульсного элемента t_{i+1} ($i=1,2$, значения переменных состояния определяем из выражений:

$$x_2(t_{i+1}) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p+0,2} \right\} [x_2(t_i) + 0,04z(t_i^+)] = e^{-0,2T_i} [x_2(t_i) + 0,04z(t_i^+)]$$

$$x_1(t_{i+1}) = x_1(t_i) + L^{-1} \left\{ \frac{1}{p(p+0,2)} \right\} [x_2(t_i) + 0,04z(t_i^+)] = x_1(t_i) + (1 - e^{-0,2T_0}) [5x_2(t_i) + 0,2z(t_i^+)]$$

Для $t=t_1$ имеем

$$x_2(t_1) = e^{-0,2T_0} [x_2(t_0) + 0,04z(t_0^+)] = 0,025389$$

$$x_1(t_1) = x_1(t_0) + (1 - e^{-0,2T_0}) [5x_2(t_0) + 0,2z(t_0^+)] = 0,073053$$

$$e(t_1^+) = u(t_1) - x_1(t_1) = 0,926947,$$

$$z(t_1^+) = \text{sign}e(t_1^+) = 1;$$

$$T_1 = \frac{2,5}{0,1 + |e(t_1^+)|} = 2,4344 ; \quad t_2 = t_1 + T_1 = 4,707127$$

Для $t=t_2$ имеем

$$x_2(t_2) = e^{-0,2T_1} [x_2(t_1) + 0,04z(t_1^+)] = 0,040184$$

$$x_1(t_2) = x_1(t_1) + (1 - e^{-0,2T_1}) [5x_2(t_1) + 0,2z(t_1^+)] = 0,199078$$

$$e(t_2^+) = u(t_2) - x_1(t_2) = 0,800922$$

$$z(t_2^+) = \text{sign}e(t_2^+) = 1;$$

$$T_2 = \frac{2,5}{0,1 + |e(t_2^+)|} = 0,80092 \quad t_3 = t_2 + T_2 = 7,48206$$

$$t_3 = t_2 + T_2 = 7,48206$$

Таблица 1

j	t_j	$u(t_j)$	$x_2(t_j)$	$x_1(t_j)$	$e(t_j)$	$z(t_j)$	T_j
0	0	1	0	0	1	1	2,272727
1	2,272727	1	0,025389	0,073053	0,926947	1	2,4344
2	4,707127	1	0,040184	0,199078	0,800922	1	2,774934
3	7,48206	1	0,046032	0,369838	0,630162	1	3,4239
4	10,90596	1	0,043378	0,583112	0,416888	1	4,836638
5	15,7426	1	0,031692	0,841542	0,158458	1	9,67275
6	25,41535	1	0,010359	1,148207	-0,14821	-1	10,07225
7	35,4876	1	-0,00395	1,01977	-0,01977	-1	20,87337
8	56,36097	1	-0,00068	0,80338	0,19662	1	8,428295
9	64,78927	1	0,007288	0,963562	0,036438	1	18,32334
10	83,1126	1	0,001211	1,193944	-0,19394	-1	8,505016
11	91,61762	1	-0,00708	1,035395	-0,03539	-1	18,46451
12	110,0821	1	-0,00117	0,805861	0,194139	1	8,49939
13	118,5815	1	0,007094	0,96453	0,03547	1	18,45423
14	137,0357	1	0,001175	1,194125	-0,19412	-1	8,499793
15	145,5355	1	-0,00709	1,035465	-0,03546	-1	18,45497
16	163,9905	1	-0,00117	0,805874	0,194126	1	8,499764
17	172,4903	1	0,007093	0,964535	0,035465	1	18,45492
18	190,9452	1	0,001175	1,194126	-0,19413	-1	8,499766
19	199,445	1	-0,00709	1,035465	-0,03547	-1	18,45492
20	217,8999	1	-0,00117	0,805874	0,194126	1	8,499766
21	226,3996	1	0,007093	0,964535	0,035465	1	18,45492
22	244,8546	1	0,001175	1,194126	-0,19413	-1	8,499766

Таким образом, находим последовательно значения переменных состояния системы $x_1(t)$, $x_2(t)$ в момент времени t_3 , сигнал ошибки в момент последующего замыкания импульсного элемента $e(t_3^+)$, выходной сигнал ЧИМ $z(t_3^+)$ и т.д.

Расчет переходного процесса в данной системе с ЧИМ на основании ее графовой модели выполнен в Microsoft Excel (таблица 1). По результатам расчета получен графики выходной координаты системы. На рис. 4 представлен график переходного процесса в системе на отрезке времени $t \in [0, 150]$. Последний график полностью совпадает с графиком переходного процесса (рис.6, кривая 1), полученным на основании уравнений системы в разностном фазовом пространстве [Кунцевич, с.116].

На рис.5 представлен график переходного процесса в заданной системе на отрезке времени $t \in [0, 230]$.

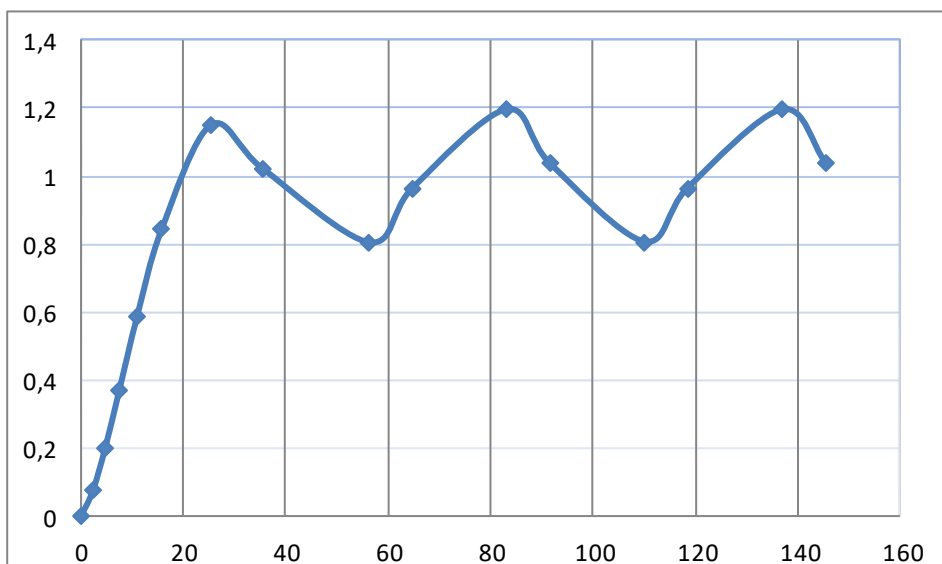


Рис.4. График переходного процесса в частотно- импульсной системе на отрезке времени $t \in [0, 150]$, полученный на основании графовой модели.

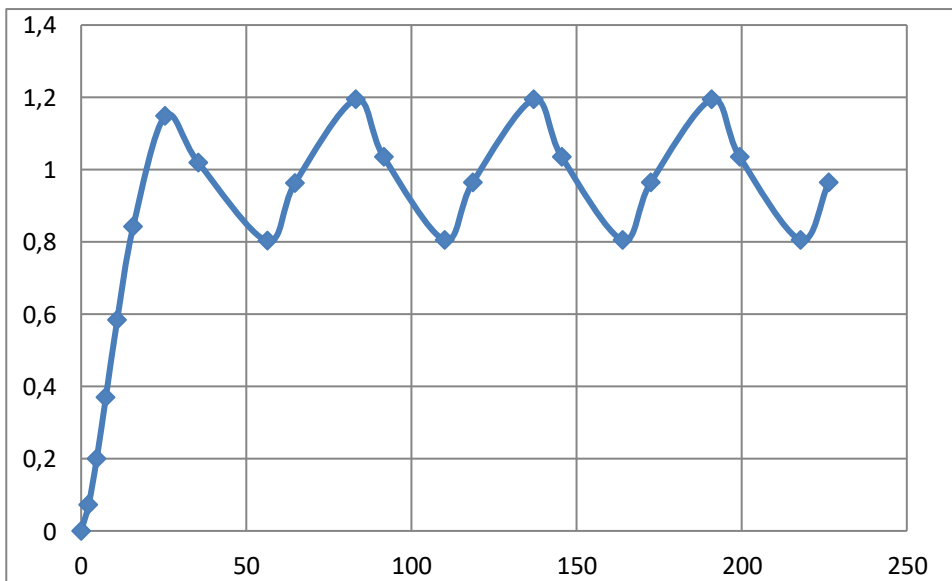


Рис.5 График переходного процесса в частотно-импульсной системе на отрезке времени $t \in [0, 230]$.

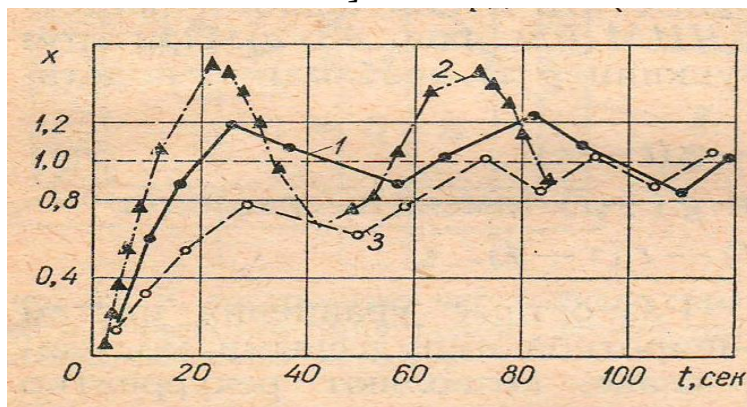


Рис.6. График переходного процесса частотно- импульсной системе

системе (кривая 1) на отрезке времени $t \in [0, 120]$, полученный на основании уравнения системы в разностном фазовом пространстве.

