

*Тема: АБТ нинг математик
моделли ҳақида умумий
тушунчалар*

Toshkent-2012

Режа:

- АРТнинг статик ва динамик тенгламалари. Чизиқлантириш
- Лаплас тасвир алмашилиш оператори
- Узатиш функцияси
- Андозали таъсирлар
- АРТ нинг характеристикалари

АРТнинг динамик ва статик тенгламалари. Чизиқлантириш

Математик модел АРТ нинг тахлил қилиш назарияси асосини ташкил қилади.

АРТ нинг математик ифодаси унинг элемент (звено)ларининг математик ифодалари асосида тузилади..

Статик моделда хар бир звено алгебраик тенгламалр орқали ифодаланади.

Динамик моделда эса хар бир звено дифференциал тенгламалар орқали ифодаланади.

АРТнинг динамик ва статик тенгламалари. Чизиқлантириш

Хар қандай звено (тизим) киришдаги x сигнални чиқиш сигнали y га алмаштиради, яъни

$$y(t) = A * x(t).$$

Бу ерда A – кириш ва чиқиш сигналларининг ўзаро боғлиқлигини ҳисобга олувчи оператор; $x(t) \in X$, $y(t) \in Y$.

Бошқариш тизими (элементи)нинг кириш ва чиқиш сигналларининг ўзаро мослигини аниқловчи операторга *тизимнинг оператори ёки тизимнинг математик ифодаси* дейилади.

АРТнинг динамик ва статик тенгламалари. Чизиқлантириш

Агар звено иккинчи даражали дифференциал тенглама билан ифодаланса, у холда бу тенглама қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$a_0 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + a_1 \frac{dy_1}{dt} + a_2 y_1 = b_0 \frac{dU_1}{dt} + b_1 U_1 + f$$

Умумий кўринишда бу тенглама: $F(y, \dot{y}, \ddot{y}, u, \dot{u}) + f = 0$ бу ерда y – звенонинг чиқиш сигнали; u и f – звенонинг кириш сигнали; \dot{y} ва \dot{u} - кириш ва чиқиш сигналларининг вақт бўйича биринчи даражали хосиласи; \ddot{y} - чиқиш сигналининг вақт бўйича иккинчи даражали хосиласи.

Бу тенглама кириш сигналининг ихтиёрий қийматида звенода кечадиган жараёнларни ифодалайди ва *динамик тенглама* деб юритилади.

АРТнинг динамик ва статик тенгламалари. Чизиқлантириш

Кириш сигналининг қийматлари ўзгармас бўлганда, $u = u^0$ ва $f = f^0$, звенода кечадиган жараён вақт ўтиши билан барқарорлашади, звенонинг чиқишидаги сигнал ўзгармас қийматга эга бўлади $y = y^0$.

У холда $F(y_0, 0, 0, u^0, 0) + f^0 = 0$.

Бу тенглама звенонинг статик ҳолатини, яъни жараённинг барқарорлашган режимини ифодалайди ва бу тенглама *статик тенглама* деб аталади.

АРТнинг динамик ва статик тенгламалари. Чизиқлантириш

Реал ҳолатларда АБТ (АРТ) ночизиқли дифференциал тенгламалар билан ифодаланади. Тизимни таҳлил қилиш жараёниларини осонлаштириш мақсадида ночизиқли дифференциал тенгламалар чизиқлантирилади, яъни ночизиқли дифференциал тенгламалар тизимдаги жараёнларни тақрибий ифодалайдиган чизиқли дифференциал тенгламаларга алмаштирилади.

Ночизиқли тенгламаларни чизиқли тенгламаларга алмаштириш жараёнига *чизиқлантириш* дейилади.

Лаплас тасвир алмашиниши оператори

Чизиқли автоматик ростлаш ва бошқариш назариясида АБТ (АРТ) нинг тахлил қилишнинг частотали усулидан кенг фойдаланилади. Бу усул оператор формада ифодаланган дифференциал тенгламаларни тахлил қилишга асосланган.

Оператор формадаги дифференциал тенгламалар ҳақиқий ўзгарувчилар билан эмас, Лаплас ёки Карсон оператори орқали аниқланган тасвир орқали ифодаланади.

Лаплас тасвир алмашиниши оператори

Вақтнинг функцияси бўлган ҳақиқий ўзгарувчи $f(t)$ оригинал дейилади, унинг Лаплас оператори бўйича алмаштирилгани $F(p)$ тасвир дейилади, бу ерда p – комплекс ўзгарувчи.

Лаплас тасвир алмашиниш оператори

Вақтнинг функцияси бўлган ҳақиқий ўзгарувчи кўринишидаги функцияни оператор формадиги функцияга алмаштиришга **Лаплас тасвир алмашиниши** дейилади ва бу оператор қуйидаги тенглама орқали ифодаланади:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt$$

Бу ерда **f(t)** – ҳақиқий ўзгарувчи, **F(p)** – комплексли ўзгарувчи, **p=δ+jω**.

f(t) функция –оригинал, **F(p)**- функция тасвир ёки Лаплас тасвири дейилади.

Лаплас тасвир алмашиниш оператори қисқартирилиб қуйидаги шаклларда ёзилиши мумкин:

$$F(p) \Rightarrow f(t); F(p) \rightarrow f(t); F(p) = L\{f(t)\},$$

Бу ерда **L** –Лаплас оператори.

Лаплас тасвир алмашиниш оператори

Агар оригинал функциянинг тасвири мавжуд бўлса, у холда тасвирнинг оригинали ҳам мавжуд бўлади, яъни тасвирдан тескари Лаплас алмашиниш оператори орқали оригинални аниқлаш мумкин:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma_0 - j\infty}^{\sigma_0 + j\infty} F(p) e^{pt} dt$$

$$f(t) = L^{-1}\{F(p)\}$$

Лаплас тасвир алмашиниши оператори

Мисол:

$$f(t) = 1$$

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} dt = -\frac{1}{p} \left(\left. \begin{matrix} t=\infty \\ t=0 \end{matrix} \right) \right) = \frac{1}{p}$$

Агар $y(t) = \frac{dx}{dt}$,

бошланғич шартлар нолга тенг бўлганда $Y(p) = PX(p)$. Бу ердан аён бўладики $d/dt \equiv P$.

Узатиш функцияси

Агар объект иккинчи даражали дифференциал тенглама билан ифодаланса:

$$a_0 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_2 y = b_0 \dot{u} + b_1 u$$

дифференциаллаш белгиси d/dt ни оператор белгиси P га алмаштириб, қуйидагини хосил қиламиз

$$a_0 P^2 Y + a_1 P Y + a_2 Y = b_0 P U + b_1 U$$

$$(a_0 P^2 + a_1 P + a_2) Y = (b_0 p + b_1) U$$

Узатиш функцияси

Бу ерда

$(a_0P^2 + a_1P + a_2) = A(p)$ - звенонинг оператори (звенонинг чиқишидаги қийматнинг дифференциал оператори);

$(b_0p + b_1) = B(p)$ - ташқи таъсир оператори (звенонинг киришидаги таъсирнинг дифференциал оператори). Юқорида келтирилган белгилар орқали тенгалмани қисқача қуйидагича ёзиш мумкин: $A(p)Y(p) = B(p)U(p)$

Бу тенгламалар символли ёки оператор формада ёзилган тенглама дейилади.

Узатиш функцияси

Звено операторининг ташқи таъсир операторига нисбатига *узатиш функцияси* ёки *оператор формадаги узатиш функцияси* дейилади.

Узатиш функцияси

Бошланғич шартлари нолга тенг бўлганда, звенонинг чиқиш сигналининг Лаплас тасвирини звенонинг кириш сигналининг Лаплас тасвирига нисбати звенонинг узатиш функцияси дейилади:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_0 p + b_1}{a_0 p^2 + a_1 p + a_2};$$

$$W(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 s + b_1}{a_0 s^2 + a_1 s + a_2}.$$

Узатиш функцияси

Дифференциал тенгламаларнинг ифодаланиши:

Иккинчи даражали дифференциал тенгламанинг

$$a_0 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_2 y = b_0 \dot{u} + b_1 u$$

стандарт формадаги кўриниши

$$T_0^2 \ddot{y} + T_1 \dot{y} + y = k_1 (T_2 \dot{u} + u)$$

Бу ерда $T_0^2 = \frac{a_0}{a_2}; \quad T_1 = \frac{a_1}{a_2}; \quad k_1 = \frac{b_1}{a_2}; \quad T_2 = \frac{b_0}{b_1};$

T_0 , T_1 ва T_2 доимийлар вақт катталиги ва улар доимий вақт дейилади, k_1 —узатиш (кучайтириш) коэффициентлари.

Узатиш функцияси

$$T_0^2 \ddot{y} + T_1 \dot{y} + y = k_1 (T_2 \dot{u} + u)$$

дифференциал тенгламанинг СИМВОЛЛИ
формадаги ифодаси қуйидагича:

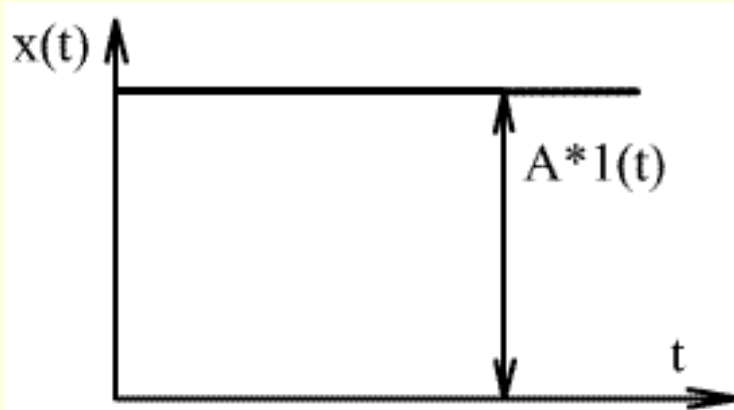
$$(T_0^2 P^2 + T_1 P + 1)Y(p) = k_1 (T_2 P + 1)U(p)$$

Бу ерда

$$W(p) = \frac{Y(\delta)}{U(\delta)} = \frac{k_1 (T_2 p + 1)}{T_0^2 p^2 + T_1 p + 1}.$$

Андозали таъсирлар

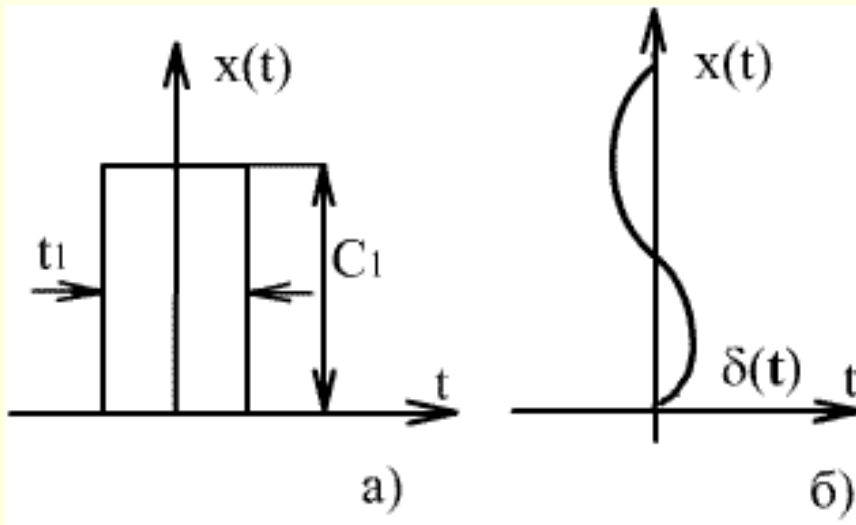
(Бир) поғонали таъсир



$$X(t) = \begin{cases} A \cdot 1(t), & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Андозали таъсирлар

Импульсли таъсир



$$t_1 \rightarrow 0$$

$$C_1 \rightarrow \infty$$

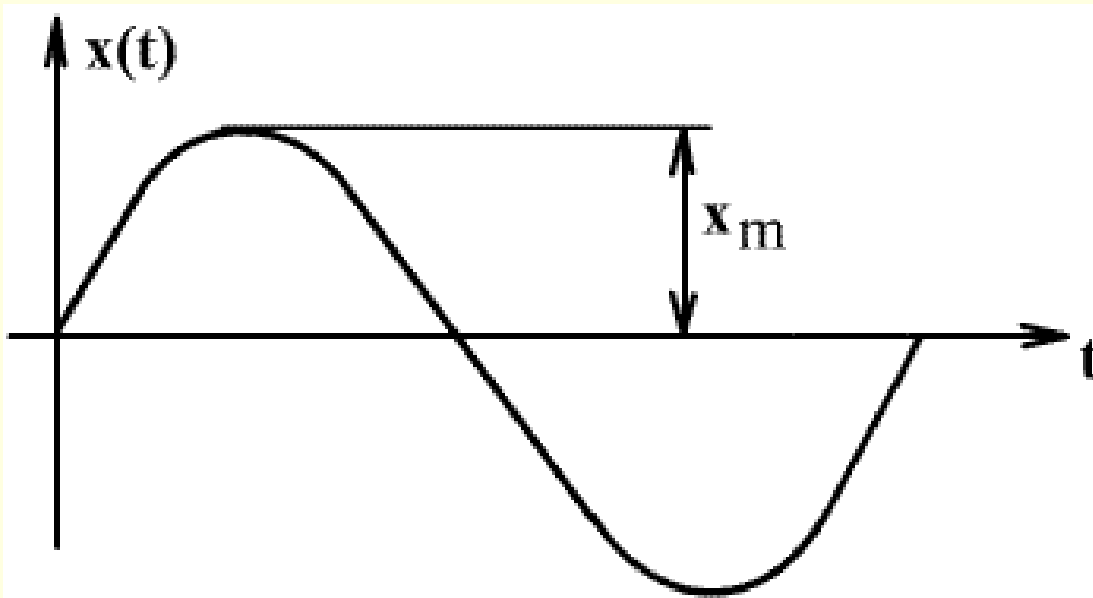
$$t_1 C_1 = 1$$

$$X(t) = \delta(t):$$

$$\int_0^{\infty} \sigma(t) dt = 1$$

Андозали таъсирлар

Синусоидал (гармоник) таъсир

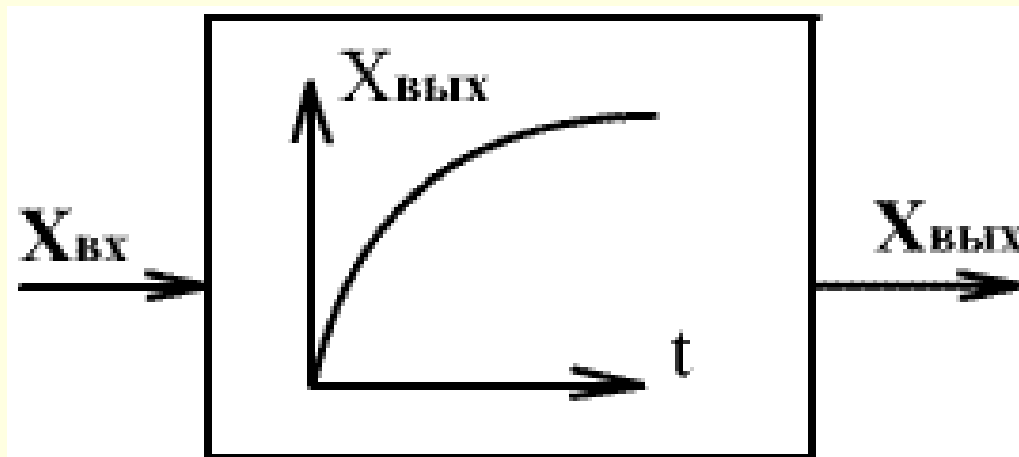


$$X(t) = \sin(\omega t)$$

АРТ нинг характеристикалари

Хар бир автоматик тизим мустақил иш бажарувчи бир нечта ўнлаб элемент (звено)лардан ташкил топади. Бу элементларда биронта физик катталиқнинг қийматини ўзгариши бошқа физик катталиқларнинг қийматига таъсир қилади.

Звенолардаги жараёнларни ифодаловчи физик катталиқлар иккига бўлинади: *сабаб ва натижа*. Бошқа бир физик катталиқнинг ўзгаришига *сабаб* бўлган физик катталиққа звенонинг *кириши*даги катталиқ дейилади, *кириш* таъсирининг *натижасига* звенонинг *чиқиши*даги катталиқ дейилади.

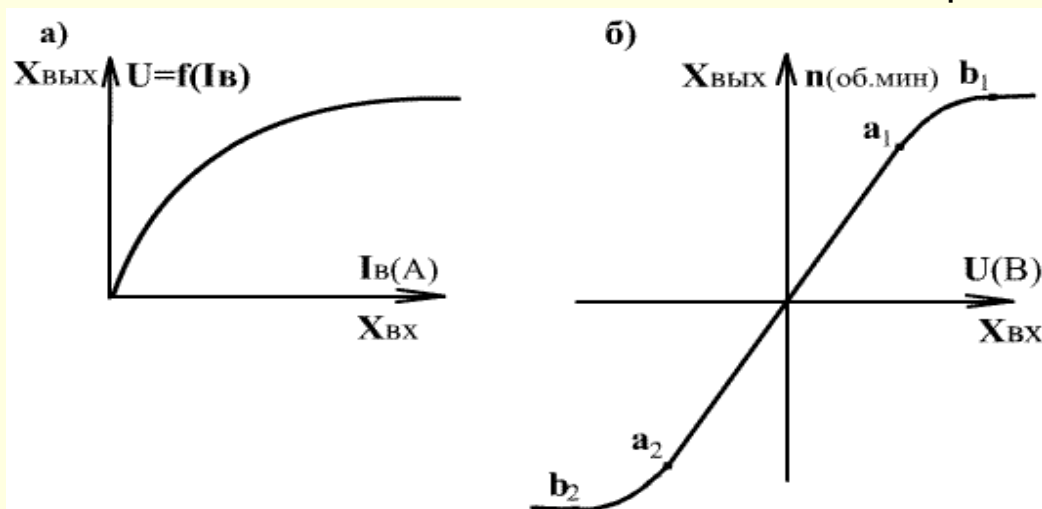


АРТ нинг характеристикалари

- Статик характеристикалар
- Динамик характеристикалар
- Частотали характеристикалар

АРТ нинг характеристикалари

Звенонинг хар хил барқарорлашган ҳолатларида кириш ва чиқиш сигналларининг ўзаро боғлиқлигини ифодаловчи эгри чизиққа шу звенонинг **статик характеристаси** дейилади: $X_{\text{ЧИК}} = f(X_{\text{КИР}})$.



АРТ звеноларининг статик характеристикалари

а) генераторнинг статик характеристикаси

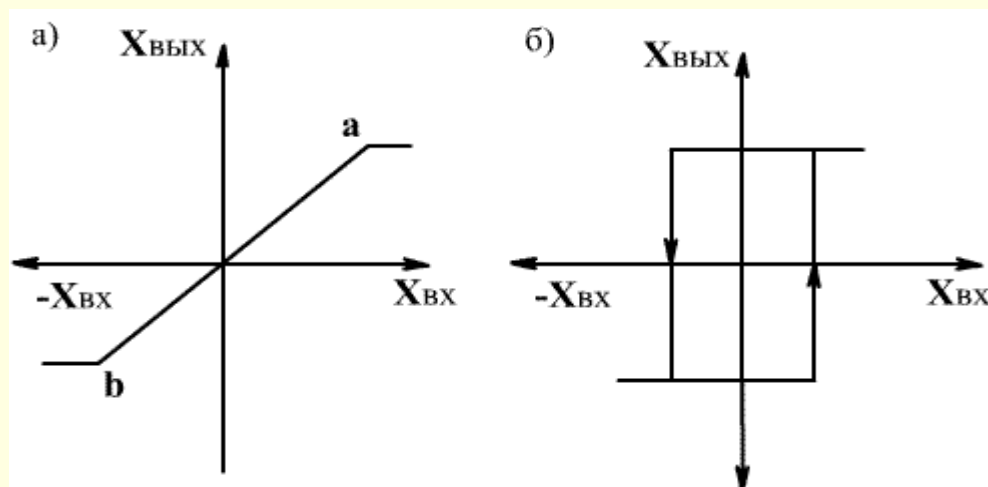
б) доимий ток электрмоторининг статик характеристикаси

АРТ нинг характеристикалари

Статик характеристикалар

Агар звонинг статик характеристикаси чизиқли тенглама билан ифодаланса, бу звенога *чизиқли звено* дейилади: $X_{\text{чиқ}} = a + KX_{\text{кир}}$, бу ерда a – ўлчами $X_{\text{чиқ}}$ мос келадиган ўзгармас қийматга эга бўлган коэффициент; K - ўлчами $\Delta X_{\text{чиқ}} / \Delta X_{\text{кир}}$ мос келадиган ўзгармас қийматга эга бўлган коэффициент (a).

Статик тенграмаси ночизиқли тенграмалар билан ифодаланган звенолар *ночизиқли звенолар* дейилади (б).



АРТ звеноларининг статик характеристикаларидан намуналар

АРТ нинг характеристикалари

Динамик характеристикалар

Звенонинг киришидаги таъсири $X(t)$ янги қиймат қабул қилганда, унинг чиқишидаги $Y(t)$ сигнални вақт бўйича ўзгаришини кўрсатувчи эгри чизиққа *динамик (вақт) характеристикаси* дейилади.

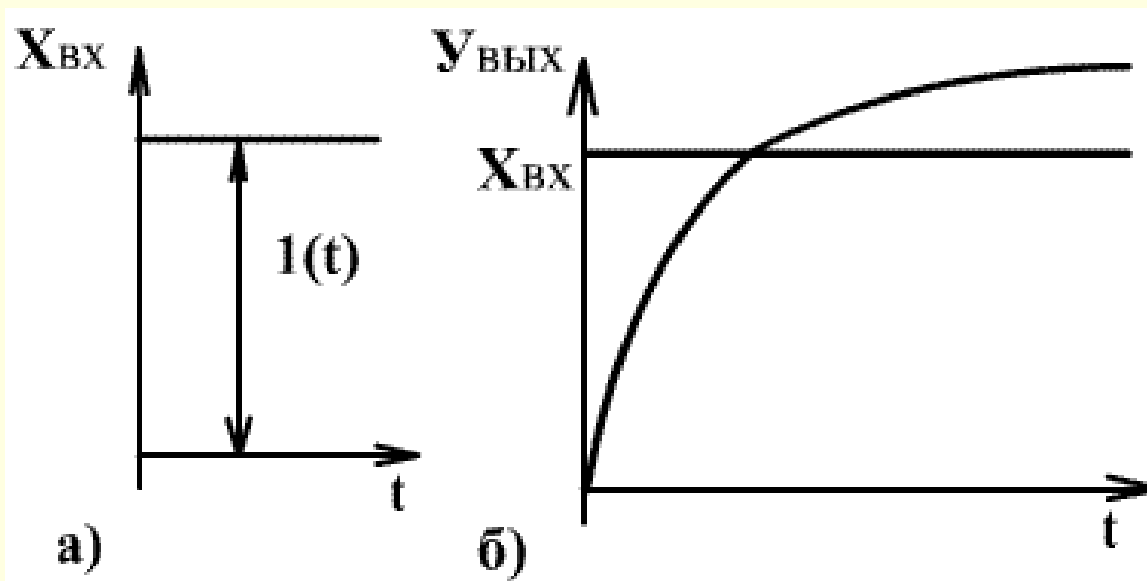
Звенонинг динамик характеристикасининг формасини аниқлаш учун унинг киришига *поғонали ёки импульсли* сигнал берилади.

АРТ нинг характеристикалари

Динамик характеристикалар

Звенонинг поғонали сигналга реакцияси ўтиш жараёни характеристикаси дейилади:

$$y(t) = h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} W(p) \right\}$$

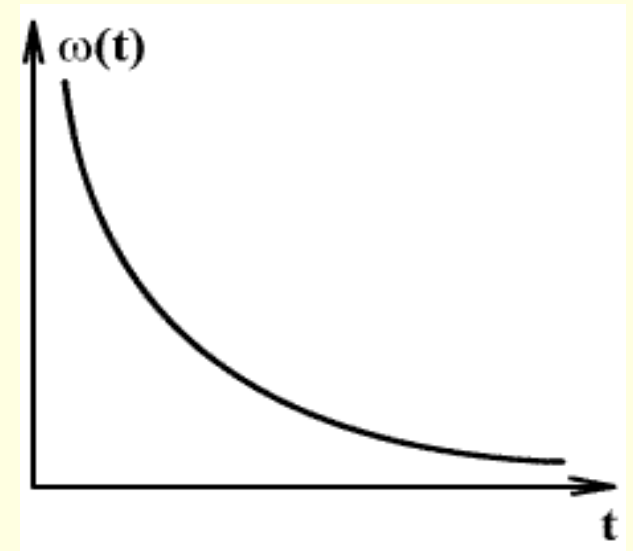
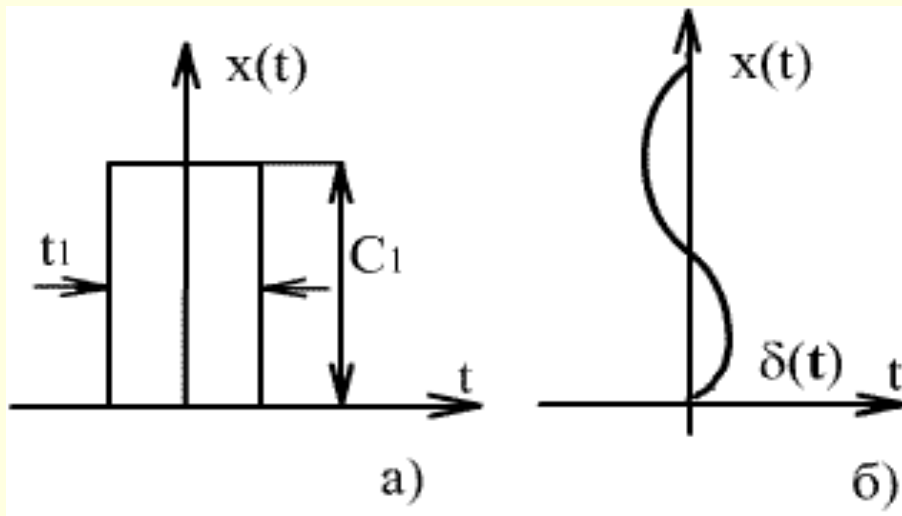


АРТ нинг характеристикалари

Динамик характеристикалар

Звенонинг импульсли сигналга реакцияси импульсли ўтиш жараёни характеристикаси ёки салмоқ функцияси дейилади:

$$y(t) = \varpi(t) = L^{-1} \{ P * W(P) \}$$



АРТ нинг характеристикалари

Частотали характеристикалар

Звенонинг частотали характеристикасини қуриш учун унинг киришига A_1 амплитудали синусодиал тебранувчи сигнал берилади $X(t)=A_1\sin(\omega t+\varphi_1)$.

Частотанинг хар хил қийматларида амплитуданинг кучайиши, яъни A_2/A_1 , ва фаза бўйича сигналларнинг силжиш бурчаги, яъни $B = \varphi_1 - \varphi_2$ аниқланади.

АРТ нинг характеристикалари

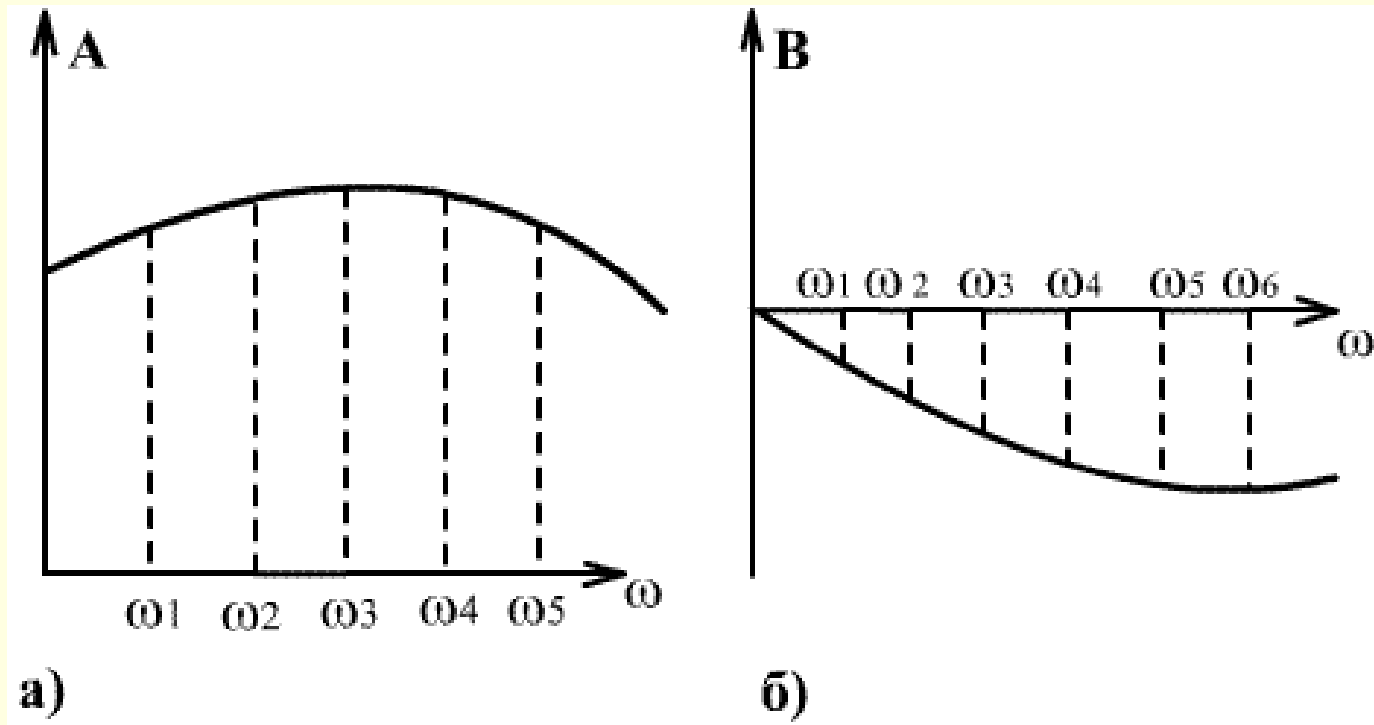
Частотали характеристикалар

Амплитуда кучайиши A_2/A_1 ни частотага боғлиқ холда ўзгаришини кўрсатувчи эгри чизиққа *амплитуда частотали характеристика* (АЧХ) дейилади.

Фаза бўйича сигналларнинг силжиш бурчаги $\Phi = \varphi_1 - \varphi_2$ ни частотага боғлиқлигини кўрсатувчи эгри чизиққа *фазовий частотали характеристика* (ФЧХ) дейилади.

АРТ нинг характеристикалари

Частотали характеристикалар

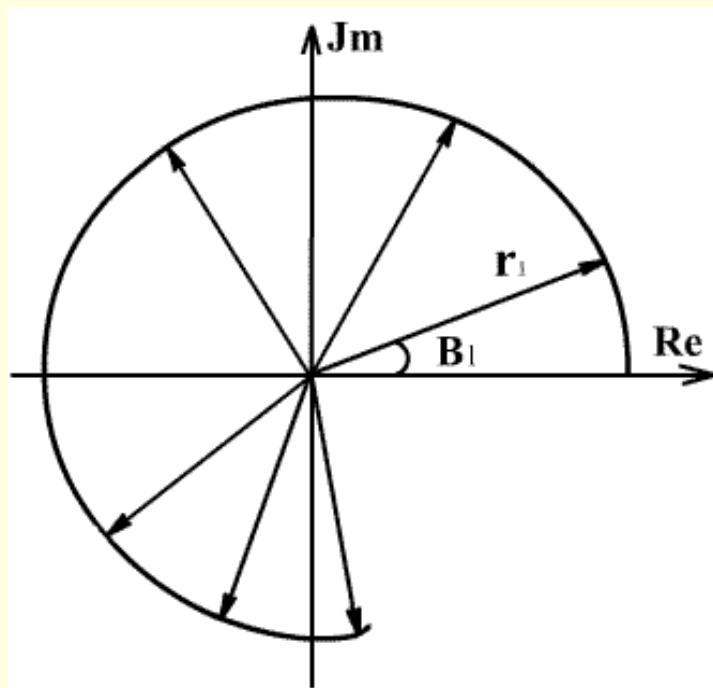


Звенонинг амплитуда частотали (а) ва фазовий частотали (б) характеристикалари

АРТ нинг характеристикалари

Частотали характеристикалар

АЧХ ва ФЧХ ларни битта графикда умумлаштириш мумкин. Хосил бўлган эгри чизиққа *амплитуда-фазовий частотали характеристика (АФЧХ)* ёки қисқача *амплитуда-фазовий характеристика (АФХ)* дейилади.



$$r_1 = \frac{A_2}{A_1}$$

$$B_1 = \varphi_1 - \varphi_2$$

Звенонинг амплитуда-фазовий характеристикаси

АРТ нинг характеристикалари

Частотали характеристикалар

Звенонинг узатиш функциясига нисбатан частотали характеристикаларнинг тенгламалари қуйидагича аниқланади:

$$W(p) = \frac{Y_{чик}(p)}{X_{кир}(p)}; \quad p \rightarrow j\omega.$$

$$W(j\omega) = \frac{Y_{чик}(j\omega)}{X_{кир}(j\omega)}.$$

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$$

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \operatorname{arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)}$$