

В. С. КАЗАЧКОВ, А. А. КУЗНЕЦОВ, С. И. ПЕТРОВ, В. Т. ЧЕРЕМИСИН

**ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И СПОСОБЫ
ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЯ**

ОМСК 2002

Министерство путей сообщения Российской Федерации
Омский государственный университет путей сообщения

В. С. КАЗАЧКОВ, А. А. КУЗНЕЦОВ, С. И. ПЕТРОВ, В. Т. ЧЕРЕМИСИН

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И СПОСОБЫ
ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЯ

Учебное пособие

Рекомендовано учебно-методическим объединением в качестве
учебного пособия для вузов железнодорожного транспорта

Омск 2002

УДК 621.317

Электрические измерения и способы обработки результатов наблюдения: Учебное пособие / В. С. Казачков, А. А. Кузнецов, С. И. Петров, В. Т. Черемисин. Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2002. 130 с.

Рассмотрены виды и методы электрических измерений. Приведена классификация средств измерений с примерами проектирования и расчета. Показаны правила обработки результатов измерений. Приведены элементы теории, типовые примеры, задания для самостоятельной работы, а также методические указания для проведения лабораторных работ по дисциплине "Метрология и электрические измерения".

Пособие предназначено для студентов очной и заочной форм обучения.

Библиогр.: 10 назв. Табл. 48. Черт. 41.

Рецензенты: канд. техн. наук, доцент А. П. Сухогузов;

зам. директора Омского центра метрологии, стандартизации и сертификации В. И. Коваль;

руководитель департамента электрификации и электроснабжения
МПС РФ Г. Б. Якимов.

ISBN 5-94941-006-8

© Омский гос. университет
путей сообщения, 2002

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	5
1. Методы измерения электрических величин	6
1.1. Основные сведения из теории	6
1.2. Задание для самостоятельного решения	16
1.3. Примеры решения задач	19
1.4. Лабораторная работа 1. Определение метрологических характеристик электроизмерительных приборов	21
1.5. Лабораторная работа 2. Поверка амперметра и вольтметра методом сличения	25
1.6. Лабораторная работа 3. Измерение средних сопротивлений одинарным мостом постоянного тока	29
1.7. Лабораторная работа 4. Измерения при помощи электронного осциллографа	32
2. Средства электрических измерений	36
2.1. Основные сведения из теории	36
2.2. Задания для самостоятельного решения	48
2.3. Лабораторная работа 5. Применение масштабных измерительных преобразователей	58
2.4. Лабораторная работа 6. Измерение мощности в трехфазной цепи ..	62
2.5. Лабораторная работа 7. Поверка однофазного электронного счетчика	67
2.6. Лабораторная работа 8. Измерение полных сопротивлений электронными приборами	72
3. Обработка результатов наблюдения	80
3.1. Основные сведения из теории	80
3.2. Задания для самостоятельного решения	94
3.3. Лабораторная работа 9. Измерение сопротивлений методом двух приборов	98
3.4. Лабораторная работа 10. Обработка результатов однократных наблюдений	103
3.5. Лабораторная работа 11. Статистическое моделирование метрологических характеристик средств измерения	109
3.6. Лабораторная работа 12. Обработка результатов линейных косвенных измерений	122
Библиографический список	129

ВВЕДЕНИЕ

На предприятиях железнодорожного транспорта широко используются различные виды средств измерения. При выполнении любого измерения предполагается проведение планирования и постановки эксперимента с последующей обработкой результата.

Внедрение стандартов серии ИСО-9000 требует обеспечения качества на различных стадиях производства, обслуживания и снабжения железнодорожного транспорта. Важное место отводится единству и метрологическому обеспечению выполняемых измерений.

Правильность планирования и проведения измерительного эксперимента в условиях железнодорожного транспорта имеет важное значение, потому что результаты измерения имеют не только количественное, но и стоимостное выражение. Так, при неправильной организации учета потребляемой электроэнергии на железнодорожном транспорте, которая за 2002 год составила около 31 млрд кВт·ч по России, потери могут значительно превышать затраты на правильную организацию измерений. Выполнение требований точности при измерениях в устройствах автоматики и телемеханики обеспечивает безопасность перевозок.

Целью данного учебного пособия является оказание помощи студентам при выполнении лабораторных работ, индивидуальных заданий, в овладении практическими навыками при организации измерений и обработке их результатов.

Материал в пособии представлен тремя разделами: методы измерения электрических величин, средства электрических измерений и обработка результатов наблюдения.

Каждый раздел пособия построен следующим образом. После основных сведений из теории следует индивидуальное задание, приводятся примеры расчета и лабораторные работы по разделу.

Настоящее пособие может быть использовано студентами как очной, так и заочной формы обучения. Студентам заочного обучения рекомендуются задачи из раздела "Задания для самостоятельного решения" (стр. 16, 48, 94). Номера вариантов выбираются в соответствии с двумя последними цифрами шифра студента.

При выполнении заданий следует соблюдать требования стандартов по оформлению электрических схем и пояснительной записки.

1. МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН

1.1. Основные сведения из теории

Чтобы ответить на вопрос "что измеряем ?", необходимо параметру модели сопоставить измеряемую величину. Например, исследуемый объект – переменный ток, измеряемая величина – амплитудное значение тока (I_m), модель – мгновенные значения переменного тока, описываемые синусоидой:

$$i = I_m \sin(\omega t + \alpha). \quad (1.1)$$

Для обеспечения единства измерений требуется значения измеряемых величин выражать в единицах физических величин, применяемых в России. Согласно ГОСТ 8.417-81 "ГСИ. Единицы физических величин" основными единицами являются: метр (м) – единица длины; килограмм (кг) – единица массы; секунда (с) – единица времени; ампер (А) – единица силы тока; кельвин (К) – единица термодинамической температуры; моль (моль) – единица количества вещества; кандела (кд) – единица силы света.

Ответ на вопрос "как измеряем ?" содержится в рассмотрении видов и методов измерения.

В зависимости от способа обработки экспериментальных данных измерений для получения результата различают следующие виды измерений – прямые, косвенные, совместные, совокупные и измерения корреляционно связанных величин.

Прямое измерение – это измерение, при котором значение величины находят непосредственно из опытных данных в результате выполнения измерения.

Пример прямого измерения – измерение вольтметром напряжения источника.

Косвенное измерение – это измерение, при котором искомое значение величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям. При косвенном измерении значение измеряемой величины получают путем решения уравнения

$y = F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ – значения величин, полученные в результате прямых измерений.

Пример косвенного измерения – сопротивление резистора находят из выражения $R = \frac{U}{I}$, в которое подставляют результат прямых измерений падения напряжения U и протекающего через резистор тока I .

Для определения погрешностей измерения при косвенном виде измерений используется зависимость:

$$\Delta y = \frac{|\partial y|}{|\partial x_1|} \cdot \Delta x_1 + \frac{|\partial y|}{|\partial x_2|} \cdot \Delta x_2 + \dots, \quad (1.2)$$

где $\frac{|\partial y|}{|\partial x_1|}, \frac{|\partial y|}{|\partial x_2|} \dots$ – модули частных производных функции по переменным $x_1, x_2 \dots$;

$\Delta x_1, \Delta x_2 \dots$ – абсолютные погрешности прямых измерений.

Например: $y = 4ax^3 + 5Z$; $\Delta y = |4x^3| \cdot \Delta a + |12ax^2| \cdot \Delta x + 5 \cdot \Delta Z$.

Более подробно обработка результатов косвенных измерений описана в п. 3.1.6.

Совместные измерения – одновременные измерения значений нескольких неоднородных величин для определения зависимости между ними.

Например, требуется определить градуировочную характеристику термосопротивления. Выбирается зависимость вида $R_t = R_0(1 + At + Bt^2)$. Измеряется сопротивление при трех различных значениях температуры. Из системы трех уравнений определяют R_0, A, B .

Совокупные измерения – одновременные измерения нескольких значений одноименных величин, при которых искомое значение находят решением системы уравнений, составленных по результатам прямых измерений различных сочетаний значений этих величин.

Например, необходимо измерить сопротивления R_{ab}, R_{bc}, R_{ca} , включенные по схеме треугольника. Прямым методом измеряют сопротивления $R_{ax1}, R_{ax2}, R_{ax3}$ (рис.1.1), составляют систему уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} R_{ex1} = \frac{(R_{bc} + R_{ca})R_{ab}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}; \\ R_{ex2} = \frac{(R_{ab} + R_{ca})R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}; \\ R_{ex3} = \frac{(R_{ab} + R_{bc})R_{ca}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ca}}. \end{cases} \quad (1.3)$$

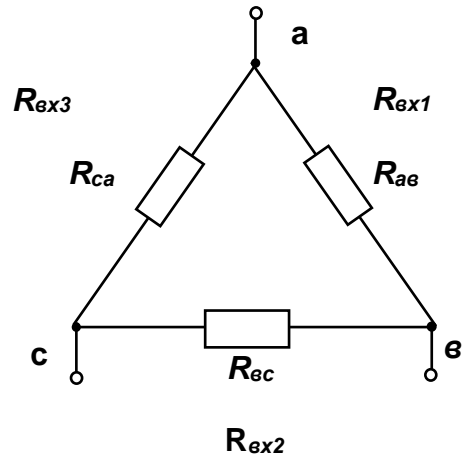


Рис. 1.1. Пример совокупного метода измерения

Решение системы уравнений (1.3) позволяет найти искомые сопротивления R_{ab}, R_{bc}, R_{ca} .

Измерение корреляционно связанных величин – измерение значений семейства функций $x_k(t)$ и $y_k(t)$, являющихся реализациями процессов P_x и P_y с целью установления взаимосвязи между ними.

Наличие взаимосвязи выражается в том, что в определенный момент времени t_0 существует такой параметр, при котором реализации процессов P_x и P_y совмещаются наилучшим способом.

Параметр, характеризующий "связь" между двумя процессами, выражается коэффициентом корреляции. Для дискретно заданных реализаций процессов коэффициент корреляции ρ определяется следующей зависимостью [1]:

$$\rho = \frac{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k(t)y_k(t)}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |x_k(t)|^2 \cdot \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n |y_k(t)|^2}}, \quad (1.4)$$

где n – число составляющих реализаций физического процесса.

Если $\rho = 1$, то случайные функции $x(t)$, $y(t)$ называются полностью коррелированными, если $\rho = 0$, то процессы являются не коррелированными между собой.

Примерами физических процессов и их реализации являются, например, изменение температуры воздуха как функция высоты k -го слоя во времени – $x_k(t)$ – или изменение амплитуд гармонических составляющих напряжения в тяговой сети $u_k(t)$ при прохождении электровоза на заданном участке.

Методы измерения выделяются в зависимости от их взаимодействия с мерой, их классификация показана на рис.1.2.

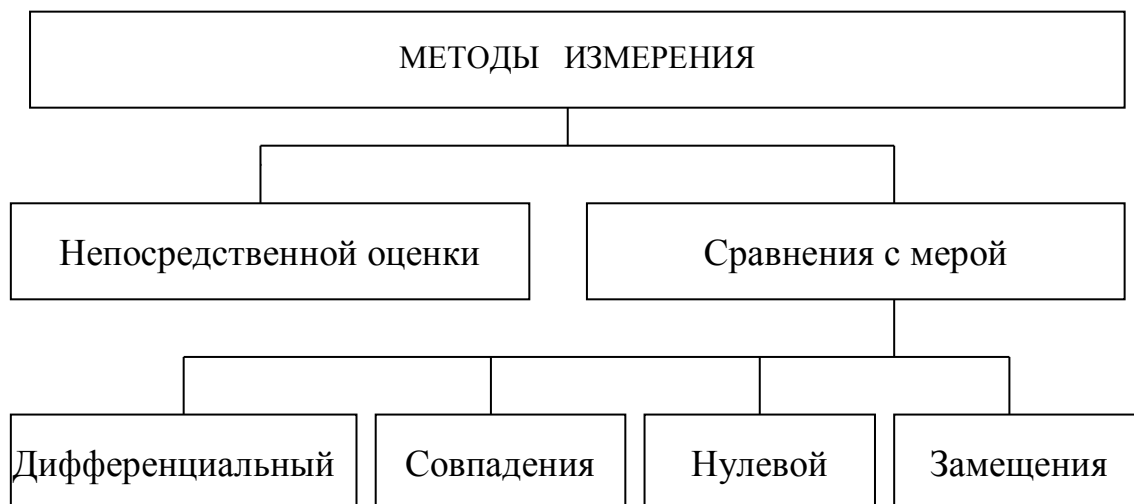


Рис. 1.2. Классификация методов измерения

При **методе непосредственной оценки** значение измеряемой величины определяется по отсчетному устройству измерительного прибора, шкала которого заранее проградуирована при помощи многозначной меры.

Методы сравнения с мерой основаны на применении в схеме измерения меры известной величины, однородной с измеряемой.

При **нулевом методе** измерения разность измеряемой и известной величин сводится к нулю, что фиксируется нуль-индикатором – высокочувствительным прибором.

При высокой точности мер и высокой чувствительности нуль-индикатора может быть достигнута высокая точность измерений.

Широкое применение метод нашел для измерения сопротивлений с помощью одинарных мостов постоянного тока.

Одинарными мостами называют четырехплечие мосты с питанием от источника постоянного тока. Они применяются для точных измерений сопротивлений.

Принципиальная схема моста Р-333 приведена на рис.1.3.

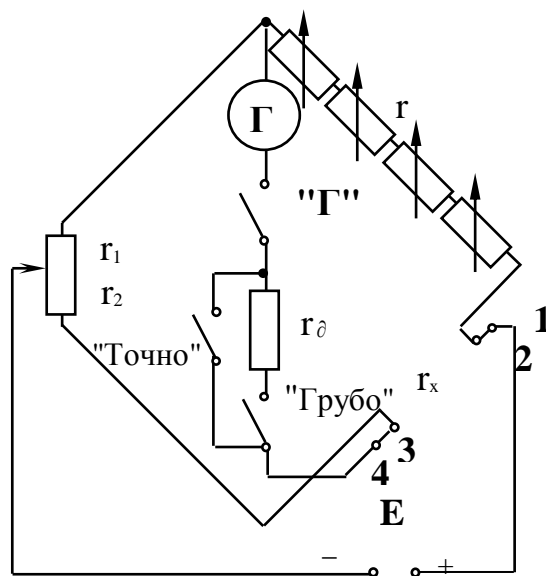


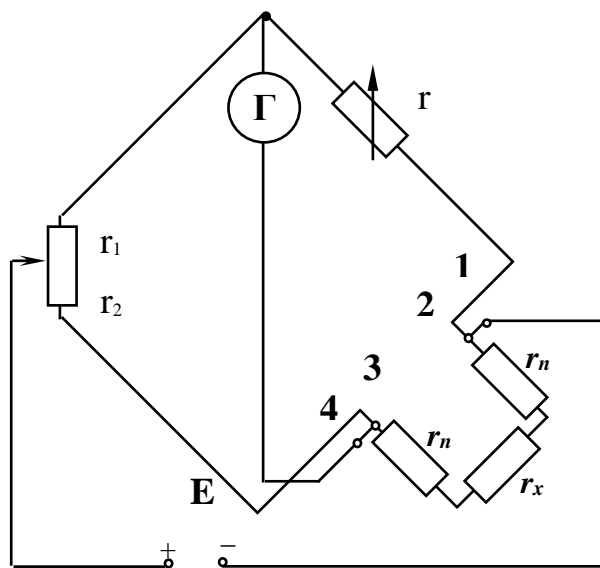
Рис. 1.3. Принципиальная схема одинарного моста Р-333

Сопротивления r_x , r_1 , r_2 и r составляют плечи моста. Сравнительное плечо r представляет собой четырехдекадный плавнорегулируемый магазин сопротивлений с верхним пределом измерения 9999 Ом ($1000 \times 9 + 100 \times 9 + 10 \times 9 + 9$). Плечи отношения r_1/r_2 содержат восемь катушек сопротивлений. При помощи переключателя плеч различные комбинации соединений этих катушек позволяют получить $r_1/r_2 = n = 100; 10; 1; 0,01; 0,001; 0,0001$. В диагонали моста включаются источник питания и нуль-индикатор. Внутренняя батарея питания, состоящая из пяти элементов, расположена в касете на лицевой панели моста. В качестве нуль-индикатора в мост вмонтирован магнитоэлектрический гальванометр, включаемый в схему при помощи кнопок "Г" и "Грубо" или "Т" и "Точно". Измеряемое сопротивление подключается к мосту с помощью зажимов "1 – 2 – 3 – 4".

Измерение сопротивления r_x состоит в том, что при нажатой кнопке "Г", а затем "Т" изменяют r , r_1 , r_2 и добиваются равновесия моста (отсутствия тока гальванометра). При этом

$$r_x r_2 = r_1 r ; \quad (1.5)$$

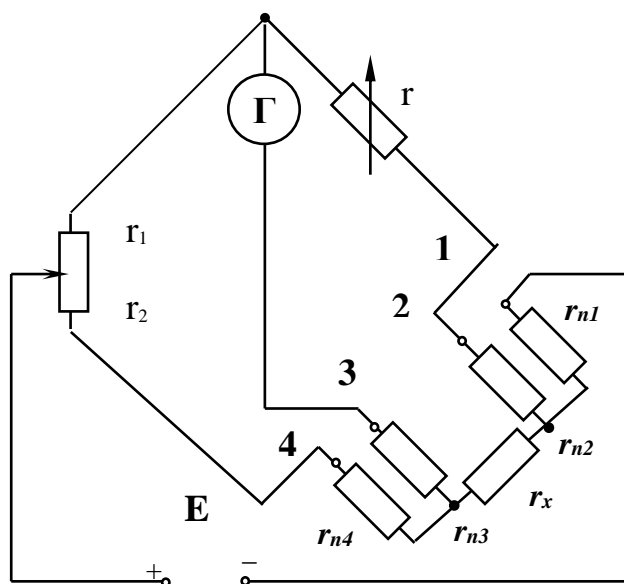
$$r_x = \frac{r_1}{r_2} r = nr . \quad (1.6)$$



При измерении сопротивлений от 10 до 9999 Ом r_x подключается к зажимам 2 – 3, а 1 – 2 замыкаются переключкой, зажимы 3 – 4 при этом соединяются автоматически (рис.1.4). В данном случае r_x измеряется вместе с сопротивлениями контактов и соединительных проводов $r_{п}$.

Рис. 1.4. Двухпроводная схема включения моста

Вносимая погрешность незначительна, так как схема применяется при r_x , больших 10 Ом. При измерении мостом малых сопротивлений (меньше 10 Ом) на результат измерения существенное влияние оказывает сопротивление соединительных проводов и контактов. Для уменьшения этого влияния используют четырехпроводную схему включения (рис.1.5), снимая переключку 1 – 2.



Сопротивления двух соединительных проводов r_{n2} , r_{n4} (от зажимов 2 и 4) входят в сопротивления плеч моста r , r_1 , значения последних значительно больше сопротивлений проводов. Сопротивления двух других проводов r_{n1} , r_{n3} (от зажимов 1 и 3) включены в цепь источника питания гальванометра. В уравнение равновесия они не входят и, следовательно, не вносят погрешности в результат измерения r_x .

Рис. 1.5. Четырехпроводная схема моста

При **дифференциальном методе** разность измеряемой величины и величины известной определяется при помощи измерительного прибора.

Примером измерения дифференциальным методом является измерение напряжения U_x постоянного тока при помощи дискретного делителя R напряжения U и вольтметра V (рис.1.6)

Неизвестное напряжение

$$U_x = U_o + \Delta U_x, \quad (1.7)$$

где U_o – известное напряжение на делителе;

ΔU_x – разность напряжений, измеренная вольтметром.

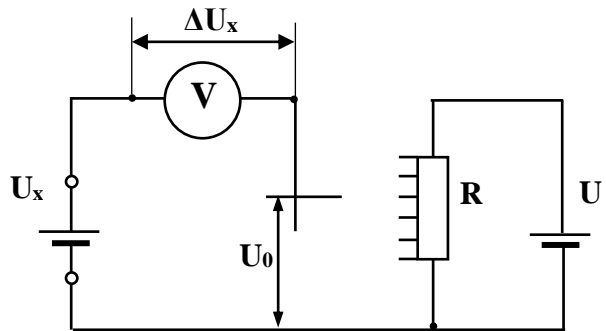


Рис.1.6. Схема измерения напряжения дифференциальным методом

Широкое применение дифференциальный метод нашел в компенсационных приборах. Принципиальная схема высокоомного компенсатора постоянного тока приведена на рис. 1.7.

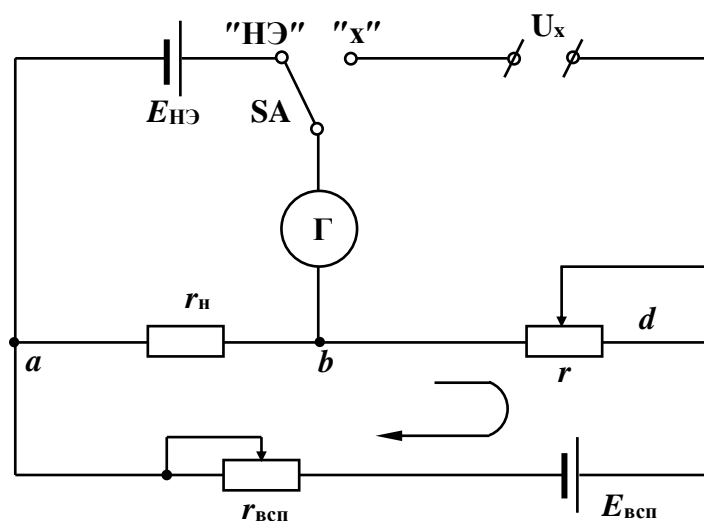


Рис. 1.7. Принципиальная схема высокоомного компенсатора

Образцовые сопротивления r_n и r , вспомогательный источник $E_{всп}$ и регулируемое сопротивление $r_{всп}$ образуют рабочую цепь. Измерение при помощи компенсатора начинают с установки рабочего тока в этой цепи. Переключатель SA ставят в положение "НЭ", при этом гальванометр Γ подключается последовательно с нормальным элементом $E_{нэ}$, являющимся образцовой мерой ЭДС. Изменяя $r_{всп}$, устанавливают такой ток через сопротивления r_n и r , при котором выполняется условие

$$U_{ab} = Ir_n = E_{нэ}, \quad (1.8)$$

и ток через гальванометр будет равен нулю. В этом случае ЭДС нормального элемента $E_{нэ}$ компенсируется падением напряжения, созданным рабочим током I на сопротивлении r_n .

Установив рабочий ток, подключив к зажимам U_x измеряемое напряжение и поставив переключатель SA в положение "х", изменяют сопротивление r до тех пор, пока гальванометр не покажет отсутствие тока. В этом случае измеряемая ЭДС E_x (или измеряемое напряжение U_x) компенсируется падением напряжения, созданным рабочим током на сопротивлении r_{bd} . Тогда

$$U_{bd} = Ir_{bd} = U_x, \quad (1.9)$$

при этом величина $r_{всп}$ не должна изменяться. Решая совместно уравнения (1.8) и (1.9), получим:

$$U_x = \frac{E_{нэ}}{r_n} \cdot r_{bd}. \quad (1.10)$$

Основным достоинством компенсационного метода является то, что при компенсации от источника измеряемой ЭДС или напряжения не потребляется ток, т. е. величина ЭДС или напряжения измеряется без погрешностей, обусловленных потреблением электрической энергии компенсатором. Кроме того, измеряемые E_x или U_x сравниваются непосредственно с ЭДС нормального элемента, поэтому измерения на компенсаторе обеспечивают высокую точность, которую нельзя достигнуть при работе с приборами непосредственной оценки, что позволяет использовать его для проверки лабораторных приборов.

При **методе замещения** производится поочередное подключение на вход прибора измеряемой и известной величин, по двум показаниям прибора оценивается значение известной величины.

Высокая точность измерения достигается в том случае, когда прибор на выходе дает одинаковые показания измеряемой и известной величин. Примером метода замещения является схема для измерения неизвестного сопротивления электронным осциллографом по измеренным падениям напряжения на образцовом и неизвестном сопротивлениях.

Для измерения активных и комплексных сопротивлений методом сравнения с известным сопротивлением R_0 применяют схему, приведенную на рис.1.8. При измерении активного сопротивления r_x ключ K должен быть замкнут. На вход осциллографа поочередно подается падение напряжения на r_x или r_0 . Регулировкой r_0 добиваются равенства этих напряжений, что соответствует $r_x = r_0$.

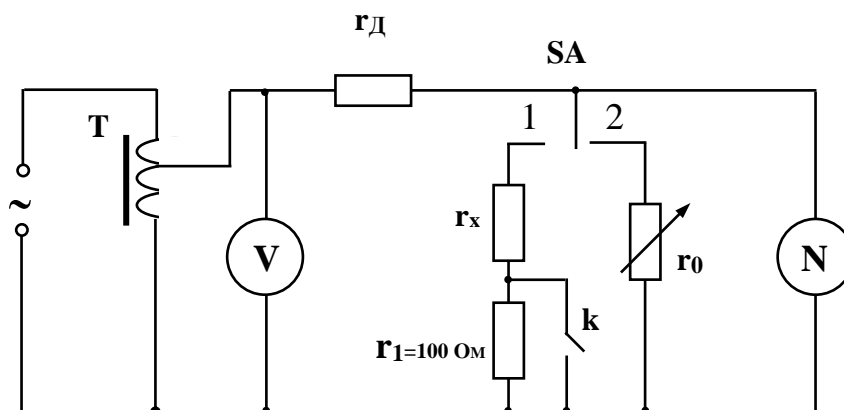


Рис. 1.8. Схема измерения сопротивления методом замещения

Для измерения комплексного сопротивления в схеме (см. рис. 1.8) вместо r_x включается неизвестное сопротивление z_x и аналогично предыдущему определяются значения r_{01} и r_{02} для замкнутого и разомкнутого ключа K .

По известному r_1 и полученным значениям r_{01} и r_{02} графически или аналитически определяются составляющие комплексного сопротивления (r и x).

1. Радиусом $OB = mr_{01}$ проводится окружность с центром O в начале координат (рис.1.9), здесь m – масштаб сопротивления.
2. По оси абсцисс влево от точки O откладывается

$$OA = m \cdot r_1.$$

3. Считая точку A центром, радиусом $AB = mr_{12}$ проводят дугу до пересечения с окружностью (B, D). Точка B соответствует индуктивному, а точка D – емкостному характеру измеряемого сопротивления.

4. Отрезок OB (или OD) проектируется на ось координат. Тогда искомые значения r и x можно определить так:

$$r = \frac{OM}{m}; \quad x = \frac{ON}{m}.$$

Для определения необходимых величин можно воспользоваться соотношениями, полученными на основании рассмотренных геометрических построений:

$$r = \frac{r_{02}^2 + r_1^2 + r_{01}^2}{2r_1}; \quad x = \sqrt{r_{01}^2 - r^2}. \quad (1.11)$$

Рассмотренный метод позволяет производить измерение сопротивлений от единиц ом до сотен килоом в диапазоне частот до 100 кГц.

При методе совпадения измеряют разность между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой, используя совпадение отметок шкал или периодических сигналов. Примером этого метода является измерение индуктивности при помощи электронного прибора Е7-9 резонансного типа. При совпадении измеряемой индуктивности с образцовой индикаторная лампа прекращает мигание и переходит в режим свечения. Измеряемая индуктивность получается равной известной индуктивности прибора, участвующей в измерении.

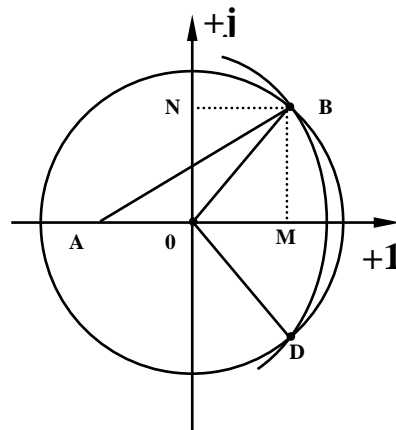


Рис.1.9. Определение комплексного сопротивления методом замещения

1.2. Задание для самостоятельного решения

1.2.1. Задача №1. Определение погрешности результата косвенных измерений

Задание. Для измерения сопротивления или мощности косвенным методом использовались два прибора: амперметр и вольтметр магнитоэлектрической системы.

Данные приборов, их показания, при которых производилось измерение, приведены в табл. 1.1.

Т а б л и ц а 1.1

Исходные данные для задачи №1

Наименование заданной величины	Предпоследняя цифра шифра	Последняя цифра шифра									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Предел измерения $U_{\text{ном}}$, В	–	150	250	15	30	50	75	100	150	250	300
Класс точности γ , %	–	0,2	0,5	0,2	0,5	1,0	0,2	1,0	0,5	1,0	0,5
Показание вольтметра U , В	0; 5	140	200	8	28	20	70	90	100	245	250
	1; 6	120	210	10	26	25	65	80	110	230	210
	2; 7	130	220	12	24	30	60	70	120	200	270
	3; 8	110	230	14	22	35	55	60	130	225	290
	4; 9	100	240	15	25	40	50	50	140	201	260
Предел измерения $I_{\text{ном}}$, А	–	0,75	1,5	3	7,5	0,3	1,5	0,75	0,3	15	3
Класс точности γ , %	–	0,5	1,0	1,0	1,5	0,2	0,5	0,2	0,2	1,5	1,5
Показание амперметра I , А	0; 9	0,6	1,2	1	2	0,15	1,2	0,74	0,2	5	2,2
	1; 8	0,5	0,9	2	4	0,2	1,4	0,68	0,18	7	2,8
	2; 7	0,7	0,8	2,5	6	0,25	0,8	0,66	0,26	9	1,9
	3; 6	0,55	0,7	1,5	5	0,18	1	0,70	0,24	11	1
	4; 5	0,85	1,0	0,5	1	0,28	0,9	0,6	0,16	13	2,6

Определить:

- а) величину сопротивления и мощность по показаниям приборов;
- б) максимальные абсолютные погрешности амперметра и вольтметра;
- в) абсолютную погрешность косвенного метода;
- г) относительную погрешность измерения;
- д) пределы действительных значений измеряемых физических величин.

1.2.2. Методические указания по решению задачи №1

При косвенных измерениях искомое значение величины y определяется на основании математической зависимости, связывающей эту величину с несколькими величинами (x_1, x_2, \dots, x_m) , измеряемыми прямыми методами. При этом погрешности прямых измерений приводят к тому, что окончательный результат имеет погрешность.

Максимальные абсолютные погрешности амперметра и вольтметра определяются так:

$$\Delta I = \pm \frac{\gamma I_{ном}}{100}, \quad (1.12)$$

$$\Delta U = \pm \frac{\gamma U_{ном}}{100}, \quad (1.13)$$

где γ – приведенная погрешность измерительного прибора, равная классу точности прибора;

$I_{ном}$, $U_{ном}$ – номинальное значение тока и напряжения соответственно.

Формулы для расчета абсолютных и относительных погрешностей результата косвенных измерений приведены в табл.1.2.

1.3. Примеры решения задач

Задача 1. Определить абсолютную и относительную погрешность косвенного метода измерения мощности при следующих данных приборов и их показаниях:

$$I = 2A; I_{ном} = 3A; \gamma = 1\%;$$

$$U = 50B; U_{ном} = 100B; \gamma = 2,5\%.$$

Решение:

а) значение мощности по показаниям приборов $P = UI = 100$ Вт;

б) предельные абсолютные погрешности измерительных приборов:

$$\text{амперметра} - \Delta I = \gamma \frac{I_{ном}}{100} = \pm 0,03 \text{ A};$$

$$\text{вольтметра} - \Delta U = \gamma \frac{U_{ном}}{100} = \pm 2,5 \text{ B};$$

в) абсолютная погрешность косвенного измерения мощности

$$\delta_p = \pm \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} = \pm 0,05;$$

д) действительное значение мощности $P = (100 \pm 5)$ Вт.

Задача 2. Для определения напряжения смещения нуля исследуется схема измерительного усилителя, представленного на рис. 1.10. Известны математическое ожидание и средние квадратические отклонения источников тока и ЭДС, определяющих дрейф: $m_I = 1$ мкА, $m_E = 1$ мВ, $\sigma_I = 0,6$ мкА, $\sigma_E = 0,4$ мВ. Определить математическое ожидание m и среднее квадратическое отклонение σ напряжения смещения нуля $U_{вых}$ (при отсутствии входного напряжения), считая операционный усилитель идеальным, причем $R1 = 1$ кОм, $R2 = 10$ кОм.

Р е ш е н и е. Напряжение на выходе выражается зависимостью

$$U_{\text{вых}} = IR_2 + E(R_2 / R_1 + 1). \quad (1.14)$$

Искомые величины можно рассчитать по формулам:

$$m = m_I R_2 + m_E (R_2 / R_1 + 1); \quad (1.15)$$

$$m = 1 \cdot 10^{-6} \cdot 10 \cdot 10^3 + 1 \cdot 10^{-3} (10 \cdot 10^3 / 1 \cdot 10^3 + 1) = 21 \text{ мВ};$$

$$\sigma = \sqrt{\left(\frac{\partial U_{\text{вых}}}{\partial I}\right)^2 \sigma_I^2 + \left(\frac{\partial U_{\text{вых}}}{\partial E}\right)^2 \sigma_E^2}; \quad (1.16)$$

$$\sigma = \sqrt{(R_2)^2 \sigma_I^2 + \left(\frac{R_2}{R_1} + 1\right)^2 \sigma_E^2}; \quad (1.17)$$

$$\sigma = \sqrt{(10 \cdot 10^3)^2 (0,6 \cdot 10^{-6})^2 + \left(\frac{10 \cdot 10^3}{1 \cdot 10^3} + 1\right)^2 (0,4 \cdot 10^{-3})^2} = 7 \text{ мВ}.$$

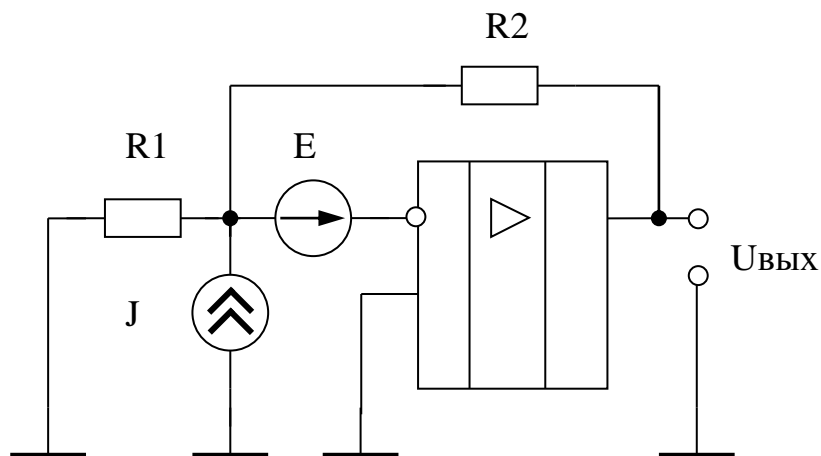


Рис. 1.10. Схема проведения эксперимента

1.4. Лабораторная работа 1

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРИБОРОВ

Цель работы: изучение и определение погрешностей измерительных приборов и их технических характеристик.

1.4.1. Основные теоретические положения

Погрешность измерений – это отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины. Различают абсолютную, относительную и приведенную погрешность измерительных приборов.

Абсолютная погрешность прибора Δ – это разность между показанием прибора X и истинным значением X_0 измеряемой величины:

$$\Delta = X - X_0. \quad (1.18)$$

Относительная погрешность прибора – это отношение абсолютной погрешности к истинному значению измеряемой величины, выраженное в процентах:

$$\delta = \frac{\Delta}{X_0} 100\%. \quad (1.19)$$

Для практических расчетов в знаменателе формулы (1.19) истинное значение X_0 заменяется результатом измерения X .

Отношение абсолютной погрешности к нормирующему значению X_N , выраженное в процентах, называется приведенной погрешностью:

$$\gamma = \frac{\Delta}{X_N} 100\%. \quad (1.20)$$

Для приборов с нулевой отметкой на краю шкалы нормирующее значение X_N равно конечному значению диапазона измерений.

Основная наибольшая допустимая приведенная погрешность характеризует цифру класса точности прибора:

$$\gamma_{\delta} = \frac{\Delta_{max}}{X_N} 100\% \leq K_n, \quad (1.21)$$

где Δ_{max} – наибольшая допустимая абсолютная погрешность;
 K_n – цифра класса точности средства измерения.

Постоянной прибора C (ценой деления) называется количество единиц измеряемой величины, приходящееся на одно деление шкалы:

$$\begin{aligned} \text{для амперметра, А/дел.,} \quad C_I &= \frac{I_{ном}}{\alpha_{max}}; \\ \text{для вольтметра, В/дел.,} \quad C_U &= \frac{U_{ном}}{\alpha_{max}}; \\ \text{для ваттметра, Вт/дел.,} \quad C_W &= \frac{U_{ном} I_{ном}}{\alpha_{max}}, \end{aligned} \quad (1.22)$$

где $I_{ном}$, $U_{ном}$ – номинальные значения тока и напряжения приборов;
 α_{max} – максимальное число делений шкалы прибора.

Величина S , обратная постоянной прибора, называется чувствительностью прибора:

$$S = \frac{1}{C}. \quad (1.23)$$

1.4.2. Порядок выполнения работы

1) Собрать электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 1.11.

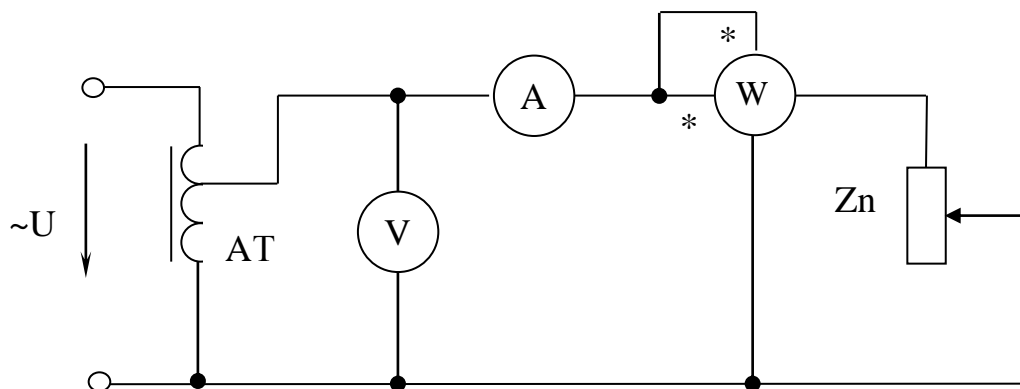


Рис. 1.11. Схема проведения эксперимента

2) Снять показания амперметра, вольтметра и ваттметра при двух значениях нагрузки, указанных преподавателем.

3) Используя обозначения на шкалах измерительных приборов, для каждого из них вычислить постоянную C , чувствительность S , наибольшую допустимую абсолютную погрешность Δ_{max} .

4) По результатам измерений вычислить относительную погрешность по (1.16) в числителе, в качестве Δ выбрать Δ_{max} , X_0 принять равным измеренному значению X , предполагая, что показания приборов являются достоверными.

5) По результатам измерений и вычислений заполнить табл. 1.4 и 1.5.

6) Провести анализ относительной погрешности δ в зависимости от измеряемой величины X . Сделать вывод о подборе предела измерения.

1.4.3. Контрольные вопросы

1) Миллиамперметр рассчитан на ток $I = 500$ мА и имеет постоянную по току $C_I = 5$ мА/дел. Определить максимальное число делений и ток в цепи, если стрелка отклонилась на 60 делений.

2) Шкала амперметра с пределом измерения 5 А разбита на 100 делений. Определить цену деления и ток в цепи, если указатель отклонился на 55 делений.

3) Определить предел измерения вольтметра, если $\alpha_{max} = 150$ дел., $C_U = 0,1$ В/дел.

4) Определить постоянную ваттметра, если $U_{ном} = 75$ В, $I_{ном} = 25$ А, $\alpha_{max} = 100$ дел.

5) Определить максимальную абсолютную погрешность ваттметра класса точности 0,5 с $U_{ном} = 150$ В, $I_{ном} = 2$ А.

Т а б л и ц а 1.4

Технические характеристики средств измерения

Наименование прибора	Система прибора	Класс точности	Диапазон измерений	Заводской номер
Амперметр				
Вольтметр				
Ваттметр				

Т а б л и ц а 1.5

Результаты измерений в различных точках шкалы приборов

Наименование прибора	Класс точности прибора	Внутреннее сопротивление	Номинальное значение X_N , А, В, Вт	Максимальное число делений шкалы α_{max}	Постоянная прибора C , А/дел., В/дел., Вт/дел.	Чувствительность прибора S , дел./А, дел./В, дел./Вт.	Наибольшая допустимая погрешность Δ_{max} , А, В, Вт	Показание прибора X		Относительная погрешность δ , %
								дел.	А, В, Вт	
Вольтметр										
Амперметр										
Ваттметр										

1.5. Лабораторная работа 2

ПОВЕРКА АМПЕРМЕТРА И ВОЛЬТМЕТРА МЕТОДОМ СЛИЧЕНИЯ

Цель работы: изучение методики поверки измерительных приборов методом сличения.

1.5.1. Основные теоретические положения

Под поверкой средств измерения понимается определение погрешностей средств измерения и установление их пригодности к применению.

Поверка измерительного прибора в большинстве случаев осуществляется путем сличения его показаний с показаниями образцового прибора. Образцовые приборы подбираются по роду тока, номинальной величине, классу точности. Допускаемая погрешность образцового прибора должна быть по крайней мере в пять раз меньше допускаемой погрешности поверяемого.

Точность измерительных приборов определяется приведенной погрешностью, которая на всех отметках рабочей шкалы не должна превышать значения цифры класса точности данного прибора.

Вариация показаний b определяется как разность действительных значений измеряемой величины при одном и том же показании прибора:

$$b = |X_{o.m} - X_{o.b}|, \quad (1.24)$$

где $X_{o.m}$, $X_{o.b}$ – показания образцового прибора при подводе указателя поверяемого прибора к отметке шкалы со стороны больших и соответственно меньших значений.

Допускаемая вариация показаний b не должна превышать предела допускаемой основной абсолютной погрешности

$$\Delta_{доп} = \pm 0,01 K_n X_N, \quad (1.25)$$

где K_n – число, обозначающее класс точности поверяемого прибора;

X_N – нормирующее значение, которое принимается равным конечному диапазону измерений для приборов, имеющих нулевую отметку в начале шкалы.

Поправка Π к поверяемому прибору – это разность между показаниями образцового X_0 и поверяемого X приборов или абсолютная погрешность, взятая с обратным знаком:

$$\Pi = X_0 - X = -\Delta. \quad (1.26)$$

1.5.2. Порядок выполнения работы

1) Произвести внешний осмотр поверяемых приборов с целью выявления механических повреждений. Проверить работу корректора, который должен позволять смещать указатель прибора в обе стороны от нулевой отметки на 5% длины шкалы. Установить стрелку на нулевую отметку. Установить приборы в рекомендуемое для них положение. Паспортные данные занести в табл. 1.4 (см. лаб. раб. 1).

2) Собрать экспериментальную установку для поверки амперметра (рис. 1.12), вольтметра (рис. 1.13). Реостат r_2 служит для грубой регулировки, его сопротивление в 10 – 20 раз больше сопротивления r_1 , позволяющего плавно изменять измеряемую величину. Подать питание на установку и убедиться в возможности плавной регулировки показаний в пределах всей шкалы поверяемого прибора. Прогреть прибор номинальным током в течение 15 мин.

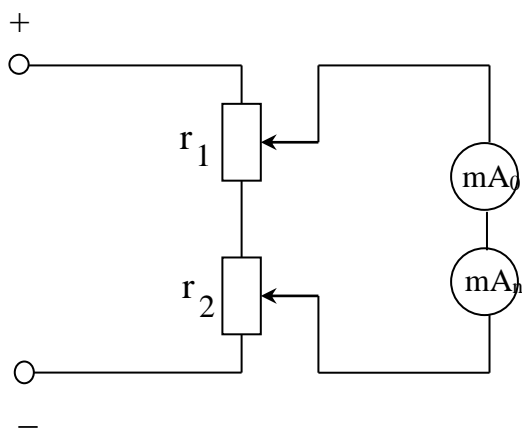


Рис. 1.12. Схема поверки амперметра

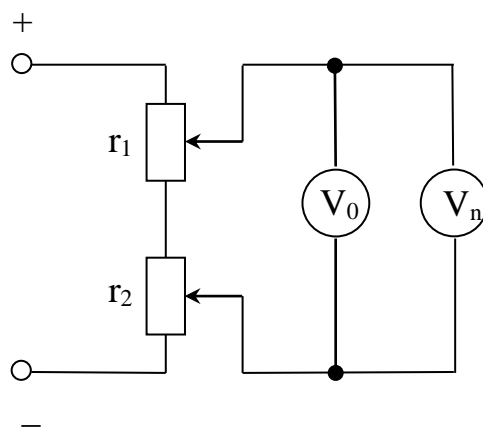


Рис. 1.13. Схема поверки вольтметра

3) Определить приведенные погрешности на каждом оцифрованном делении поверяемого прибора два раза: сначала при возрастании измеряемой величины от нуля до наибольшего значения по шкале, а затем на тех же оцифрованных делениях при убывании X от наибольшего значения по шкале до нуля.

Если случайно пройдена желаемая отметка шкалы, то нужно вернуться к исходному положению (к началу или концу шкалы) и снова подвести указатель к нужной отметке.

4) Определить невозвращение указателя к нулевой отметке. Для этого измеряемую величину нужно плавно уменьшить от максимального значения до нуля, затем, отключив питание с установки, отметить невозвращение указателя к нулевой отметке.

5) Вычислить абсолютные, приведенные погрешности и вариации b по выражениям (1.18), (1.20) и (1.24). При расчете поправки Π по уравнению (1.26), необходимо принимать среднее значение для каждой пары действительных значений X_0 , полученных на соответствующем оцифрованном делении шкалы. Результаты измерений и вычислений занести в табл. 1.6.

6) По результатам поверки сделать заключение о том, не превосходят ли полученные вариации пределов допускаемых для поверяемого прибора абсолютных погрешностей. Сравнивая величину K_n с максимальной приведенной погрешностью, установить, соответствует ли прибор обозначенному на нем классу точности. Сделать общий вывод о возможности дальнейшей эксплуатации поверяемого прибора.

1.5.3. Контрольные вопросы

1) По каким характеристикам подбираются образцовые и поверяемые приборы?

2) Что называется поправкой и вариацией?

3) Что называют приведенной, основной и дополнительной погрешностью?

4) Что означает цифра класса точности?

1.6. Лабораторная работа 3

ИЗМЕРЕНИЕ СРЕДНИХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ОДИНАРНЫМ МОСТОМ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Цель работы: изучение одинарного моста Р333 и приобретение навыков измерения средних сопротивлений, ознакомление с поверкой моста методом сличения с показаниями магазина образцовых сопротивлений.

1.6.1. Порядок выполнения работы

1) Измерить мостом Р333 по двух- и четырехпроводной схеме сопротивления, значение которых заранее не известно. Для этого необходимо:

подключить измеряемое сопротивление r_x к зажимам моста 2 – 3, клеммы 1 – 2 замкнуть перемычкой, установить отношение плеч $n = r_1/r_2 = 1$, нажать кнопку "Г";

кратковременно нажимая кнопку "Грубо" и изменяя значение сравнительного плеча r начиная со старших декад, добиться нулевого отклонения стрелки;

определить порядок величины измеряемого сопротивления, для которого по таблице, представленной на приборе, нужно выбрать значение n , обеспечивающее при равновесии моста использование всех декад сравнительного плеча;

установить необходимое n , кратковременно нажимая кнопку "Грубо", изменяя значения старших декад сравнительного плеча, добиться минимального отклонения стрелки, после этого можно пользоваться кнопкой "Точно";

кратковременно нажимая кнопку "Точно", продолжать уравнивание моста изменением сопротивления r в младших декадах до тех пор, пока стрелка установится на нуль;

по значениям сравнительного плеча r и отношения n вычислить измеряемое сопротивление r_x по выражению (1.6). Результаты эксперимента и вычислений занести в табл. 1.7.

Измерение неизвестных сопротивлений

№ п/п	$n = \frac{r_1}{r_2}$	r , Ом	r_x , Ом	Схема включения
1 2				Двухпроводная
3 4				Четырехпроводная

2) Проверить мост комплектно. Комплектная поверка заключается в сравнении (сличении) показаний моста со значениями образцовых мер сопротивления. При поверке в диапазоне сопротивлений от 10 до 99900 Ом измеряемые сопротивления подключить к зажимам моста 2 – 3, замкнув перемычкой зажимы 1 – 2. В диапазоне меньше 10 Ом сопротивление r_x подключить, используя четырехзажимную схему, сняв имеющуюся перемычку 1 – 2. Показания образцового магазина сопротивлений в этом случае берутся без поправки. По данным испытаний вычислить абсолютные погрешности

$$\Delta = r_x - r_m \quad (1.27)$$

где r_m – значение сопротивления, установленное на магазине сопротивления.

Относительная погрешность

$$\beta = \frac{r_x - r_m}{r_m} \cdot 100\%. \quad (1.28)$$

Исходные данные и результаты расчетов свести в табл. 1.8.

Т а б л и ц а 1.8

Результаты поверки моста постоянного тока

№ п/п	$r_m, \text{ОМ}$	$n = \frac{r_1}{r_2}$	$r, \text{ОМ}$	$r_x, \text{ОМ}$	$\beta, \%$	Схема включения
1						Двух- проводная
2						
3						Четырех- проводная
4						

1.6.2. Контрольные вопросы

- 1) Вывести уравнение равновесия одинарного моста.
- 2) По каким причинам ограничивается диапазон измеряемых мостом сопротивлений?
- 3) Когда и почему используется схема двух – и четырехпроводного подключения измеряемого сопротивления к мосту?
- 4) По каким причинам нельзя измерять малые сопротивления?

1.7. Лабораторная работа 4

ИЗМЕРЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ЭЛЕКТРОННОГО ОСЦИЛЛОГРАФА

Цель работы: ознакомление с методами измерения напряжения, тока и сопротивления с помощью электронного осциллографа.

1.7.1 Основные теоретические положения

Электронные осциллографы используются в качестве приборов для визуального наблюдения и записи периодических электрических процессов.

Они широко применяются в электроизмерительной технике, так как позволяют вести наблюдения формы кривой исследуемого напряжения и тока. Осциллографом также можно производить прямые измерения напряжения и косвенные измерения тока по падению напряжения на резисторе с известным сопротивлением.

В современных осциллографах при измерении амплитуды сигнала и его временных параметров применяют метод непосредственного отсчета по шкале на экране прибора, который основан на использовании предварительно откалиброванного входного аттенюатора канала вертикального отклонения в вольтах на деление (В/дел.) и длительности развертки (время/дел.).

Значение измеряемой амплитуды определяется по формуле:

$$U_m = m_v n_y k_y, \quad (1.29)$$

где m_v – коэффициент отклонения луча по вертикали, В/дел.;

n_y – отклонение луча по вертикали, дел.;

k_y – коэффициент деления напряжения делителем канала вертикального отклонения ($k_y = 1, k_y = 10$).

Значение измеряемого временного интервала вычисляется по формуле:

$$t = m_t n_x M_p, \quad (1.30)$$

где m_t – коэффициент развертки, время/дел.;

n_x – отклонение луча по горизонтали, дел.;

M_p – множитель развертки ($M_p = 0,2, M_p = 1$).

Измеряемое переменное напряжение подается на вход канала Y , генератор развертки обычно отключают. Электронный луч на экране прочерчивает вертикальную прямую линию, длина которой при синусоидальном и симметричном напряжении переменного тока будет пропорциональна удвоенной амплитуде измеряемого переменного напряжения:

$$n_y = \frac{2U_m}{m_v k_y}. \quad (1.31)$$

Значение коэффициентов m_v , k_y определяют по положению соответствующих переключателей на передней панели осциллографа. Для оценки формы исследуемого напряжения включают генератор развертки.

1.7.2. Порядок выполнения работы

1) Ознакомиться с инструкцией по эксплуатации электронного осциллографа и подготовить его к работе.

2) Собрать электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 1.14. В качестве нагрузки включен измерительный трансформатор тока (ИТТ) на холостом ходу. Входное напряжение установить не более 15 В, в этом случае сопротивление R_0 составляет 100 Ом.

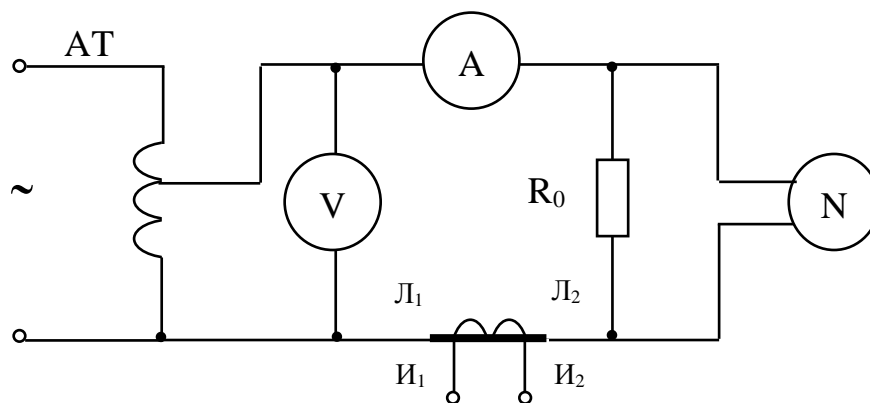


Рис. 1.14. Схема для измерений осциллографом

3) Амперметром и вольтметром измерить действующие значения тока и напряжения при различных значениях коэффициента трансформации ИТТ. При этих же значениях измерить амплитудные значения тока и напряжения осциллографом. Для этого канал Y осциллографа последовательно подключить к клеммам вольтметра и резистора R_0 . Убедиться в том, что ток имеет несинусоидальную форму, а напряжение осталось синусоидальным. При измерениях воспользоваться соотношениями для амплитудных значений:

$$U_m = \frac{n_y m_v k_y}{2}; \quad (1.32)$$

$$I_m = \frac{U_m}{R_0} = \frac{n_y m_v k_y}{2R_0}. \quad (1.33)$$

Рассчитать коэффициенты амплитуды сигналов по формулам:

$$k_a = \frac{I_m}{I}; \quad (1.34)$$

$$k_v = \frac{U_m}{U}, \quad (1.35)$$

где I, U – действующие значения измеренных величин.

Результаты для двух измерений и расчетов свести в табл. 1.9. Сделать вывод относительно коэффициента амплитуды для синусоидального и несинусоидального сигналов.

Т а б л и ц а 1.9

Измерения осциллографом

Измеряемая величина	Действующее значение В, А	R_0 , Ом	$K_{т.т}$	Амплитудное значение В, А	Коэффициент амплитуды k_a

$K_{т.т}$ – коэффициент трансформации измерительного трансформатора тока.

4) Зарисовать осциллограммы напряжений и тока на графиках, указав масштабы по времени и измеряемой величине.

5) Измерить по несколько значений активного r_x и комплексного z сопротивления. Измерения и расчет составляющих комплексного сопротивления выполнить по методике, изложенной в пункте “Основные теоретические положения”. Все результаты измерений и расчетов свести в табл. 1.10.

Т а б л и ц а 1.10

Измерение сопротивлений осциллографом

Действующее значение U , В	Амплитудное значение U_{m0} , В	Добавочное сопротивление R_d , Ом	Измеряемое сопротивление R_x , Ом	Примечания

1.7.3. Контрольные вопросы

1) Пояснить назначение электронно-лучевых осциллографов, назвать их разновидности.

2) Начертить упрощенную блок-схему электронно-лучевого осциллографа.

3) Описать принцип измерения тока, комплексного сопротивления и частоты с помощью электронно-лучевого осциллографа.

4) Указать характер изменения коэффициента амплитуды в зависимости от формы измеряемого переменного напряжения.

2. СРЕДСТВА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

2.1. Основные сведения из теории

Для ответа на вопрос "чем измеряем?" необходимо уметь правильно выбрать средства электрических измерений.

Средствами электрических измерений называют технические средства, используемые при электрических измерениях и имеющие нормированные метрологические характеристики. Различают следующие основные виды средств измерений: меры, электроизмерительные приборы, измерительные преобразователи, электроизмерительные установки, измерительные информационные системы (ИИС), измерительно-вычислительные комплексы (ИВК). Более подробная классификация приведена на рис. 2.1.

Мерами называют средства измерений, предназначенные для воспроизведения физической величины заданного размера. Различают одно-, многозначные меры и наборы мер.

Однозначная мера воспроизводит физическую величину одного размера, например, мера ЭДС – нормальный элемент, задающий ЭДС с высокой точностью. *Многозначная мера* воспроизводит ряд одноименных величин разного размера, например конденсатор переменной емкости.

Набор, или комплект, содержит несколько мер различных классов точности и частотного диапазона. Примером набора мер являются магазины сопротивлений, емкостей и др.

Меры, используемые при градуировке и поверке других средств измерений, называют образцовыми. К ним можно отнести нормальный элемент ЭДС, образцовые меры сопротивления, образцовые катушки индуктивности и взаимной индуктивности, образцовые меры емкости и др.

Поверка – выявление степени соответствия рабочих характеристик средства измерения их нормированным значениям. Существует определенная система поверки, высшим звеном которой является эталон.

Эталон называют средство измерений (или их комплекс), обеспечивающее воспроизведение и хранение единицы с целью передачи ее размера образцовым средствам измерений. В зависимости от точности воспроизведения

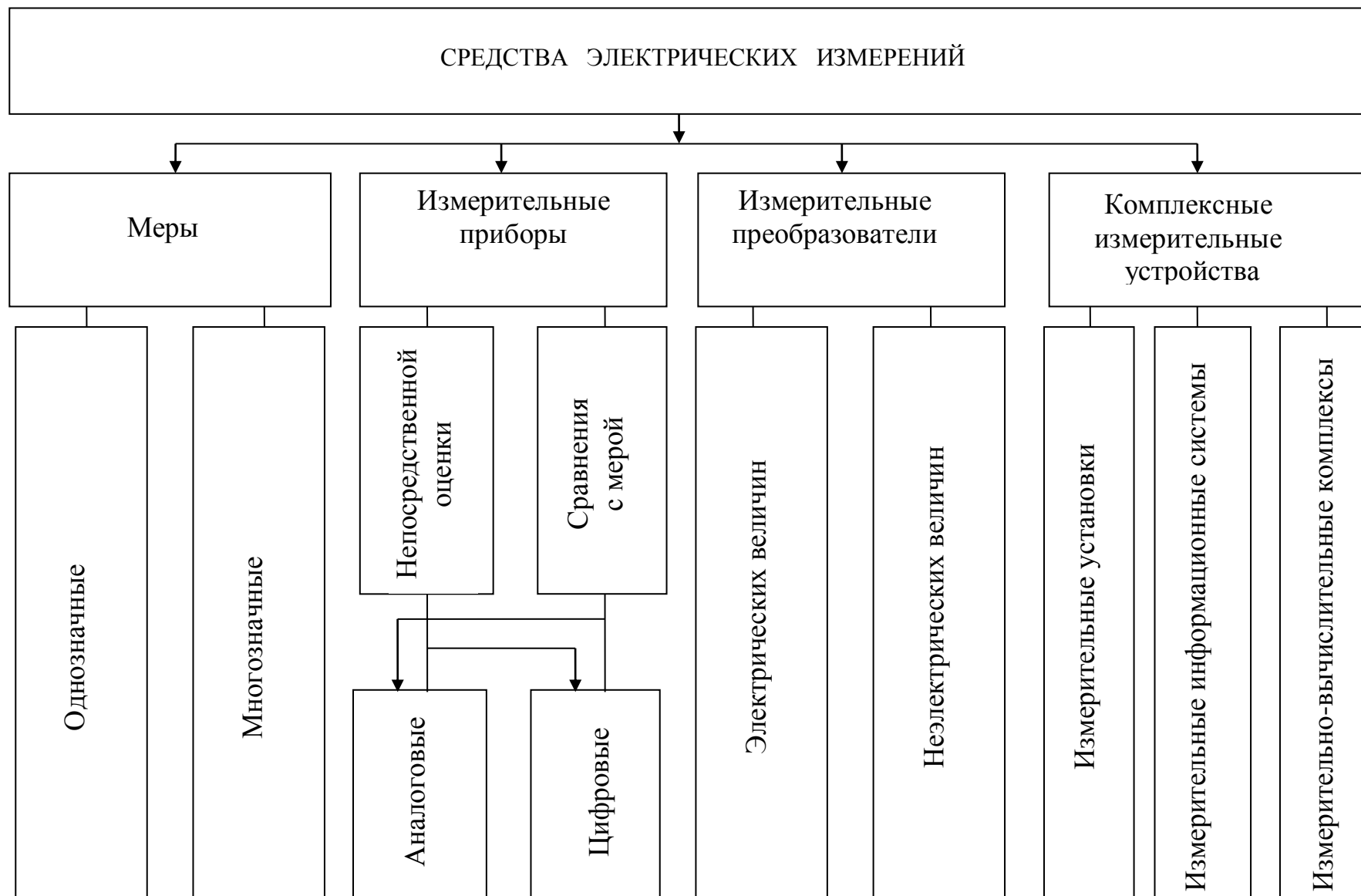


Рис. 2.1. Разновидности средств электрических измерений

единицы и назначения эталоны делятся на следующие: первичный, или государственный, обеспечивающий воспроизведение единицы с наивысшей в стране точностью; эталон-копия, служащий для передачи размера единицы по цепи поверки; рабочий эталон, предназначенный для передачи размера единицы образцовым средствам измерений. По последним поверяются рабочие средства измерений.

Электроизмерительными приборами называют средства измерений, предназначенные для выработки сигналов измерительной информации, т.е. сигналов, функционально связанных с измеряемыми физическими величинами, в форме, доступной для непосредственного восприятия наблюдателем. Существует достаточно широкая классификация приборов по различным признакам: аналоговые и цифровые, показывающие и регистрирующие, самопишущие, печатающие, суммирующие, интегрирующие, приборы сравнения и др.

Аналоговыми называют приборы, показания которых являются непрерывными функциями изменения измеряемых величин, *цифровыми* – приборы, автоматически вырабатывающие дискретные сигналы измерительной информации и представляющие показания в цифровой форме. Основным признаком *показывающих* приборов – наличие шкалы и стрелки или светового луча для аналоговых приборов и индикаторов – для цифровых. *Регистрирующие* приборы осуществляют считывание и регистрацию показаний, например, в виде диаграммы (*самопишущие*) или в цифровой форме (*печатающие*). Примером суммирующего прибора может служить ваттметр, предназначенный для измерения суммарной мощности нескольких генераторов, *интегрирующего* – счетчик электрической энергии, прибора сравнения – мост, потенциометр.

Электроизмерительные аналоговые приборы по способу преобразования подводимой электромагнитной энергии (измеряемой электрической величины или величины, пропорциональной ей) в механическую энергию перемещения подвижной части (отклонение стрелки или светового луча) подразделяются на следующие основные группы: магнитоэлектрические, электромагнитные, электродинамические, выпрямительные, электронные и др.

В магнитоэлектрических измерительных механизмах вращающий момент создается в результате взаимодействия магнитного поля постоянного магнита и магнитного поля катушки с током. Отклонение указателя пропорционально первой степени тока, поэтому при изменении направления тока меняется на об-

ратное и направление отклонения подвижной части, следовательно, приборы можно использовать лишь в цепях постоянного тока.

В цепях несинусоидального тока магнитоэлектрические приборы реагируют на постоянную составляющую ряда Фурье для тока I_0 или напряжения U_0 .

Эти приборы имеют равномерную шкалу и относятся к числу наиболее точных и высокочувствительных. Такие достоинства позволяют использовать магнитоэлектрические измерительные механизмы с различными преобразователями переменного тока в постоянный для измерений в цепях переменного тока.

В качестве преобразователей применяются полупроводниковые диоды, электронные лампы и транзисторы. В соответствии с типом преобразователя различают выпрямительные (детекторные) и электронные приборы.

Выпрямительные приборы отличаются высокой чувствительностью и малым потреблением мощности, но вследствие нелинейности характеристик диодов и их частотной зависимости класс точности этих приборов не выше 1,5. Отклонение подвижной части измерительного механизма пропорционально среднему значению измеряемого тока (напряжения):

$$I_{cp} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |i(t)| dt. \quad (2.1)$$

Однако выпрямительные приборы градуируются в действующих значениях синусоидального тока (напряжения). Действующее значение тока I связано со средним I_{cp} коэффициентом формы

$$k_{\phi} = \frac{I}{I_{cp}}, \quad (2.2)$$

который для однополупериодного выпрямления синусоиды равен 1,11.

При использовании выпрямительного прибора в цепях несинусоидального тока в показаниях прибора появляется погрешность, поэтому при измерениях в цепях несинусоидального тока необходимо вводить корректировку, связанную с отличием реального коэффициента формы k'_{ϕ} от 1,11.

С этой целью обычно корректируется цена деления (постоянная прибора), например, для вольтметра

$$C'_U = C_U \frac{k'_\phi}{k_\phi}, \quad (2.3)$$

где C_U – цена деления при измерении напряжения синусоидальной формы;
 $k_\phi = 1,11$ – коэффициент формы кривой синусоидального напряжения.

К числу основных достоинств электронных приборов следует отнести их повышенную чувствительность, а также малое потребление мощности от используемого источника, что дает возможность использовать их для измерений в маломощных цепях. К недостаткам можно отнести их сравнительно невысокую точность и необходимость внешних источников питания.

В настоящее время наиболее распространены электронные вольтметры среднего, действующего и амплитудного значения. Между амплитудным U_m , действующим U и средним U_{cp} значениями напряжения определенной формы кривой имеется связь через коэффициенты амплитуды k_a и формы k_ϕ :

$$k_a = \frac{U_m}{U}; \quad k_\phi = \frac{U}{U_{cp}}, \quad (2.4)$$

которые для синусоиды соответственно равны $\sqrt{2}$ и 1,11.

При использовании в цепях несинусоидального тока необходима аналогичная корректировка цены деления шкалы вольтметров после определения реальных значений k'_a и k'_ϕ .

Электромагнитные приборы являются наиболее распространенными для измерений в цепях переменного тока благодаря простоте конструкции, надежности в работе, способности выдерживать значительные перегрузки. К недостаткам данных приборов следует отнести относительно малую точность и чувствительность, а также подверженность влиянию внешних магнитных полей. Электромагнитные приборы реагируют на действующее значение измеряемой величины.

Главным достоинством приборов электродинамической системы является высокая точность измерений в цепях переменного тока. Недостатком является большое потребление мощности и слабая защита от внешних магнитных полей.

Электродинамические приборы реагируют на действующее значение измеряемой величины.

По сравнению с аналоговыми, цифровые измерительные приборы (ЦИП) имеют ряд существенных достоинств:

- а) удобство отсчета и регистрации результатов измерения;
- б) более высокие точность и быстродействие;
- в) возможность сочетания ЦИПа с вычислительными и различными автоматическими устройствами;
- г) возможность дистанционной передачи результатов измерения в виде кода без потерь точности.

Любой ЦИП содержит два обязательных функциональных узла: аналого-цифровой преобразователь, выдающий код в соответствии со значением измеряемой величины, и цифровое отсчетное устройство, отражающее это значение в цифровой форме.

Для образования кода непрерывная измеряемая величина в ЦИПе дискретизируется во времени и квантуется по уровню.

Дискретизацией непрерывной во времени величины $x(t)$ называется операция преобразования $x(t)$ в прерывную во времени, значения которой отличны от нуля и совпадают с соответствующими значениями $x(t)$ только в определенные моменты времени. Промежуток между двумя соседними моментами времени дискретизации называется шагом дискретизации, который может быть постоянным или переменным.

Квантованием по уровню непрерывной по уровню величины $x(t)$ называется операция преобразования $x(t)$ в квантованную величину $x_k(t)$. Квантованной называется величина, которая может принимать в заданном диапазоне определенное конечное число значений. Фиксированные значения квантованной величины называются уровнями квантования. Разность между двумя соседними уровнями называется шагом квантования или квантом.

Код в ЦИПе вырабатывается в соответствии с отождествляемым измеряемому значению уровнем квантования. Отождествление может производиться с ближайшим большим, ближайшим меньшим или равным уровнем квантования.

Число возможных уровней квантования определяется устройством ЦИПа. От числа уровней зависит емкость (число возможных отсчетов) отсчетного устройства. Например, если у ЦИПа отсчетное устройство имеет максимальное

показание 999, то такой прибор бесконечное множество значений измеряемой величины в пределах от 0 до 999 отражает всего 1000 различных показаний.

В результате квантования измеряемой величины по уровню возникает погрешность дискретности, обусловленная тем, что бесконечное множество значений измеряемой величины отражается лишь ограниченным количеством показаний ЦИПа. Возникновение погрешности Δx_d иллюстрирует рис. 2.2.

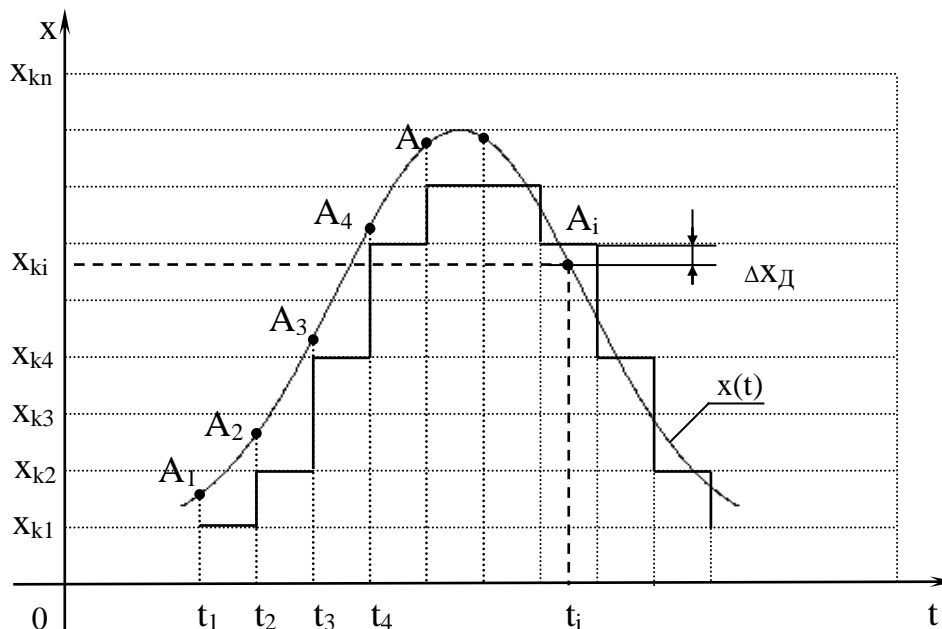


Рис. 2.2. Квантование непрерывной величины

На рис. 2.2 приняты следующие обозначения: $x(t)$ – измеряемая величина; $x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kn}$ – уровни квантования; t_1, t_2, \dots, t_n – моменты времени измерений; A_1, A_2, \dots, A_n – мгновенные значения $x(t)$ в моменты t_1, t_2, \dots, t_n .

В большинстве случаев измерений имеется разность между показаниями ЦИПа и значениями измеряемой величины в моменты измерений. Эта разность есть абсолютная погрешность дискретности $\Delta x_d = X_{ki} - X(t_i)$.

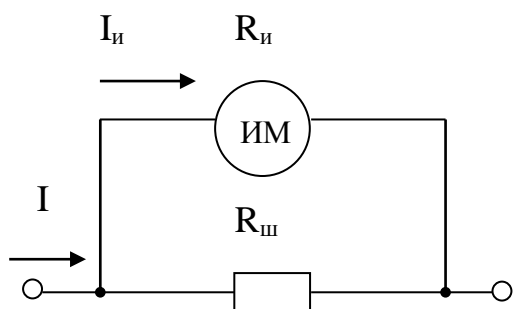
Измерительными преобразователями называют средства измерений, предназначенные для выработки сигнала измерительной информации в форме, удобной для передачи, дальнейшего преобразования, обработки и (или) хранения, но не поддающейся непосредственному восприятию наблюдателем. Рассмотрим подробнее группу преобразователей, называемых масштабными. Они служат для количественного преобразования одних электрических величин в

другие. К ним относятся шунты, добавочные сопротивления, измерительные трансформаторы тока и напряжения. Применение масштабных преобразователей позволяет производить измерения относительно больших токов и напряжений приборами, имеющими меньшие пределы измерений.

Шунты предназначены для расширения пределов измерения амперметров главным образом магнитоэлектрической системы. Шунт представляет собой резистор, подключаемый параллельно измерительному механизму (ИМу) (см. рис. 2.3).

Если необходимо измерить ток I , в n раз больший тока I_n ИМа, то сопротивление шунта

$$R_{ш} = \frac{R_u}{n-1}, \quad (2.5)$$



где $R_{и}$ – сопротивление ИМа;

$$n = \frac{I}{I_u} \text{ – коэффициент шунтирования.}$$

Рис. 2.3. Измерение тока амперметром с шунтом

Потребляемая амперметром мощность

$$P = I^2 R_A = I^2 \frac{R_u R_{ш}}{R_u + R_{ш}}. \quad (2.6)$$

Магнитоэлектрический ИМ амперметра с номинальным током I_n может быть использован в качестве вольтметра с номинальным напряжением $U_n = I_n R$ ($R = R_{и}$ – для схемы без шунта, $R = R_A$ – с шунтом). На сравнительно небольшие токи (до 30 А) шунты помещаются в корпусе прибора, на большие токи (до 7,5 кА) применяются наружные шунты.

Добавочные сопротивления служат для расширения пределов измерения вольтметров различных систем. Для образования делителя напряжения последовательно с ИМом включается добавочный резистор с сопротивлением R_d (рис. 2.4).

Если необходимо измерить напряжение U в m раз большее напряжения на ИМе $U_{и}$, то сопротивление добавочного резистора

$$R_{д} = R_{и}(m - 1), \quad (2.7)$$

где $m = \frac{U}{U_{и}}$ — коэффициент деления.

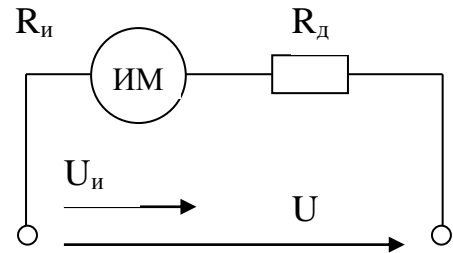


Рис. 2.4. Измерение напряжения вольтметром с добавочным сопротивлением

Потребляемая вольтметром мощность

$$P = \frac{U^2}{R_V}, \quad (2.8)$$

где $R_V = R_{и} + R_{д}$.

Ток полного отклонения подвижной части вольтметра $I_0 = U_{н}/R_{и}$ при подключении $R_{д}$ не изменяется:

$$I_0 = U_{н}m/R_V. \quad (2.9)$$

Добавочные сопротивления применяют для напряжений до 30 кВ постоянного тока и переменного тока частот от 10 Гц до 20 кГц.

Измерительные трансформаторы тока (ИТТ) и измерительные трансформаторы напряжения (ИТН) используются как преобразователи больших переменных токов и напряжений в относительно малые, допустимые для измерений обычными приборами со стандартными пределами измерений (как правило, 5 А и 100 В). Применением трансформаторов в цепях высокого напряжения достигается безопасность при проведении измерений, так как приборы включаются в цепь низкого напряжения, которая к тому же заземляется.

Измерительные трансформаторы состоят из двух изолированных друг от друга обмоток, помещенных на ферромагнитный сердечник.

У ИТТ первичная обмотка включается последовательно в цепь измеряемого тока; во вторичную обмотку включаются приборы с малым внутренним

сопротивлением: амперметры и токовые обмотки ваттметров, фазометров, счетчиков, поэтому ИТТ работают в режиме, близком к короткому замыканию. Опасным для них режимом является размыкание вторичной цепи, что может привести к росту ЭДС до нескольких сотен вольт и электрическому или термическому разрушению изоляции вторичной обмотки.

Первичная обмотка ИТН включается на измеряемое напряжение, во вторичную обмотку включаются приборы с большим внутренним сопротивлением: вольтметры и обмотки напряжения ваттметров, фазометров, счетчиков, поэтому ИТН работают в режиме, близком к холостому ходу.

Значения измеряемых (первичных) величин I_1 и U_1 определяются по показаниям приборов I_2 и U_2 , умноженным на номинальные коэффициенты трансформации

$$k_{I_n} = \frac{I_{1n}}{I_{2n}} \quad \text{и} \quad k_{U_n} = \frac{U_{1n}}{U_{2n}}. \quad (2.10)$$

Обычно у ИТТ $I_{2н} = 5$ А, у ИТН $U_{2н} = 100$ В. Значения $I_{1н}$ и $U_{1н}$ зависят от типов и назначения измерительных трансформаторов.

Использование номинальных коэффициентов трансформации вместо их действительных значений k_I и k_U , которые не являются постоянными, приводит к погрешностям:

$$\text{токовой} - \quad f_I = \frac{k_{I_n} - k_I}{k_I} 100\%; \quad (2.11)$$

$$\text{напряжения} - \quad f_U = \frac{k_{U_n} - k_U}{k_U} 100\%. \quad (2.12)$$

Кроме того, ИТТ и ИТН имеют угловую погрешность, связанную с неточностью передачи фазы вторичной величины первичной величине.

Электроизмерительной установкой называется совокупность функционально и конструктивно объединенных средств измерений. Измерительная установка позволяет предусмотреть определенный метод измерения и заранее оценить погрешность измерений.

Примером электроизмерительной установки является измерение параметров трехфазной цепи (тока, напряжения и мощности) тремя функционально объединенными средствами измерений: амперметром, вольтметром и ваттметром.

Активная мощность трехфазной цепи определяется суммой активных мощностей отдельных фаз:

$$P = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C. \quad (2.13)$$

Для симметричной трехфазной цепи

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi, \quad (2.14)$$

где U_ϕ и I_ϕ – фазные величины; U_L и I_L – линейные величины; φ – угол сдвига фаз между U_ϕ и I_ϕ .

Мощность фазы P_ϕ измеряется одним ваттметром, обмотки которого включены на фазные напряжение и ток.

Мощность любой трехфазной цепи может быть измерена двумя ваттметрами, обмотки которых включаются на линейные величины. При этом независимо от способа соединения нагрузки ("звезда" или "треугольник") токовые обмотки и обмотки напряжения включаются по одному из трех вариантов:

$$\text{в фазы А и С –} \quad P = U_{AB} I_A \cos \beta_1 + U_{CB} I_C \cos \beta_2; \quad (2.15)$$

$$\text{в фазы А и В –} \quad P = U_{AC} I_A \cos \beta_3 + U_{BC} I_B \cos \beta_4; \quad (2.16)$$

$$\text{в фазы В и С –} \quad P = U_{BA} I_B \cos \beta_5 + U_{CA} I_C \cos \beta_6, \quad (2.17)$$

где $\beta_1 \div \beta_6$ – углы между векторами соответствующих линейных напряжений и токов, например: $\beta_1 = \angle(\dot{U}_{AB}, \dot{I}_A)$.

Первое слагаемое выражений (2.15) – (2.17) – показание одного ваттметра, второе слагаемое – показание другого ваттметра.

Если нагрузка соединена "треугольником", то при обрыве одной из фаз ток в ней равен нулю. Токи в двух других фазах остаются без изменения, а линейные токи изменятся.

Если нагрузка соединена "звездой", то при коротком замыкании в одной из фаз ее напряжение равно нулю, а фазные напряжения других фаз станут равными линейным напряжениям. Вследствие этого токи в фазах увеличатся в $\sqrt{3}$ раз по сравнению с симметричным режимом.

При включении обмоток ваттметров через измерительные трансформаторы тока и напряжения постоянная ваттметра определяется формулой:

$$C_p = \frac{U_N I_N}{\alpha_N} k_{IN} k_{UN}, \quad (2.18)$$

где U_N, I_N, α_N – номинальные напряжение, ток и число делений шкалы;
 k_{IN}, k_{UN} – номинальные коэффициенты трансформации.

Реактивная мощность цепи определяется суммой реактивных мощностей отдельных фаз:

$$Q = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C. \quad (2.19)$$

При полной симметрии системы реактивная мощность

$$Q = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \sin \varphi. \quad (2.20)$$

Измерение реактивной мощности в симметричной трехфазной цепи может быть проведено ваттметрами активной мощности, включенными по специальным схемам (токовая обмотка включается в одну фазу, обмотка напряжения – между двумя другими фазами, т. е. отсутствует соединение генераторных зажимов этих обмоток).

При использовании одного ваттметра его показание P_w умножается на $\sqrt{3}$:

$$Q = \sqrt{3} P_w. \quad (2.21)$$

В схеме с двумя ваттметрами сумма их показаний умножается на $\sqrt{3}/2$:

$$Q = \frac{\sqrt{3}}{2} (P_{w1} + P_{w2}). \quad (2.22)$$

Измерительные информационные системы (ИИС) представляют собой совокупность средств измерений и вспомогательных устройств, предназначенных для автоматического сбора измерительной информации от ряда источников с многократным использованием одних и тех же преобразователей сигналов, несущих измерительную информацию; передачи измерительной информации на те или иные расстояния по каналам связи и представления ее в том или ином виде.

Канал связи – совокупность технических средств, обеспечивающих передачу информации от передатчика к приемнику.

Основным отличием ИИС от других средств измерения является автоматический сбор измерительной информации от ряда источников и многократное использование преобразователей сигналов.

Измерительно-вычислительные комплексы (ИВК) – это автоматизированные средства измерения и обработки информации, предназначенные для исследования сложных объектов и представляющие собой совокупность программно-управляемых средств (измерительных и вычислительных) и средств воздействия на объект исследования.

2.2. Задания для самостоятельного решения

2.2.1. Задача № 2. Измерение несинусоидального напряжения

Выполнить измерения несинусоидального напряжения с помощью аналоговых измерительных приборов. Задано два вида напряжения:

$$u = U_{1m}\sin\omega t + U_{3m}\sin(3\omega t + \beta_3); \quad (2.23)$$

$$u = U_m \left[0,5 - \frac{1}{\pi} \left(\sin\omega t + \frac{1}{2} \sin 2\omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t \right) \right]. \quad (2.24)$$

Напряжение вида (2.23), содержащее первую и третью гармоники, измеряется вольтметрами электродинамической и выпрямительной систем, напряжение вида (2.24), имеющее постоянную составляющую, первую, вторую и третью гармоники, – электронным вольтметром пикового значения и вольтметром магнитоэлектрической системы. Вольтметры имеют одинаковые номинальные напряжения ($U_n = 300 \text{ В}$) и шкалы с одинаковым числом делений ($\alpha_n = 150 \text{ дел.}$).

Определить, на какое число делений шкалы отклонятся стрелки всех вольтметров при определении соответствующих напряжений.

Исходные данные вариантов приведены в табл. 2.1.

Исходные данные для задачи № 2

Наименование величины, размерность	Предпоследняя цифра шифра	Последняя цифра шифра									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Напряжение U_m , В	–	100	150	160	120	180	200	110	80	140	190
Напряжение U_{1m} , В	0; 5	125	115	110	195	175	130	140	70	180	95
	1; 6	80	170	120	205	125	165	160	200	135	120
	2; 7	105	90	130	200	105	150	110	95	155	105
	3; 8	155	190	100	130	140	175	100	210	85	115
	4; 9	135	180	160	110	145	185	90	80	165	130
Напряжение U_{3m} , В	0; 6	25	23	22	39	35	27	19	14	38	18
	1; 7	16	35	24	40	25	32	33	17	26	24
	2; 8	20	18	26	30	24	34	18	15	30	17
	3; 9	30	38	20	28	28	39	16	45	22	16
	4; 5	27	36	32	23	29	42	15	20	31	15
Угол β_3 , град.	–	0	30	180	60	90	180	0	30	60	180

2.2.2. Методические указания

Вольтметры электродинамической системы измеряют действующее значение несинусоидального напряжения

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots} \quad (2.25)$$

Показания вольтметров выпрямительной системы пропорциональны среднему по модулю значению измеряемого напряжения. Если за начало отсчета времени принять момент прохождения через ноль первой гармоники напряжения и учесть, что начало третьей гармоники напряжения смещено по отношению к началу первой на угол β_3 , то для кривых, не содержащих постоянной составляющей и четных гармоник, после интегрирования зависимости $u(\omega t)$ (2.23) в соответствии с выражением (2.1) получим

$$U_{cp} = \frac{2}{\pi} \left(U_{1m} \cos \beta_1 + \frac{1}{3} U_{3m} \cos \beta_3 \right). \quad (2.26)$$

Поскольку приборы этой системы градуируются в действующих значениях при синусоидальном напряжении, то расчет цены деления требует корректировки в соответствии с уравнением (2.3).

Вольтметры электронной системы пикового значения реагируют на амплитудное значение измеряемого напряжения U_m . Приборы этой системы также градуируются в действующих значениях U при синусоидальном напряжении, поэтому при определении цены деления также необходима аналогичная корректировка:

$$C_U' = C_U \cdot \frac{k_a'}{k_a}, \quad (2.27)$$

где $k_a' = \frac{U_m}{U}$; $k_a = \sqrt{2}$ - коэффициенты амплитуды соответственно для заданной и синусоидальной форм напряжения;

U - действующее значение напряжения вида (2.24), определяемое по уравнению (2.25).

Вольтметры магнитоэлектрической системы выделяют из заданного входного напряжения $u(\omega t)$ только постоянную составляющую U_0 .

Результаты измерения записать в табл. 2.2.

Результаты вычислений

Наименование измерительной системы прибора	Постоянная C_U , В/дел.	Постоянная C'_U , В/дел.	Число делений α , дел.
Электродинамическая Выпрямительная Магнитоэлектрическая Электронная			

2.2.3. Задача № 3. Применение масштабных измерительных преобразователей тока и напряжения

Измерительный механизм магнитоэлектрической системы рассчитан на ток I_n и имеет сопротивление R_n . По данным варианта, выбранного по табл. 2.3, для схемы, представленной на рис. 2.5,

а) подобрать шунты $R_{ш1}$ и $R_{ш2}$ для расширения предела измерения ИМа до значений I_1 и I_2 , начертить соответствующие схемы;

б) определить мощность P_a , потребляемую амперметром при токе I_1 ;

в) используя ИМ амперметра с шунтами при номинальном токе $I_n = I_1$, подобрать добавочное сопротивление R_d для изготовления вольтметра на напряжение U_n , начертить схему;

г) найти мощность P_v , потребляемую вольтметром при напряжении U ;

д) результаты вычислений занести в табл. 2.4.

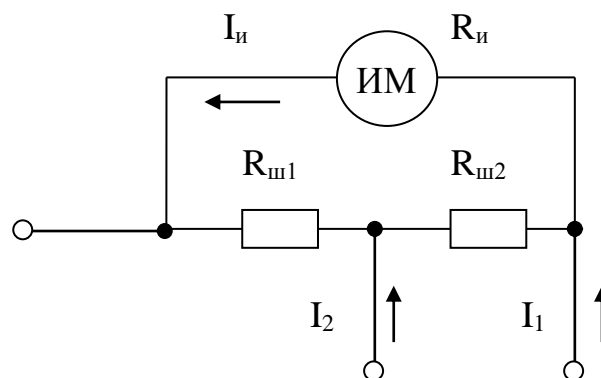


Рис. 2.5. Схема прибора с шунтами

Т а б л и ц а 2.3

Исходные данные для задачи № 3

Заданная величина	Предпо- следняя цифра шифра	Последняя цифра шифра									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Сопротивление $R_{и}$, Ом	–	40	20	10	5	30	3	15	9	50	25
Номинальный ток ИМа $I_{и}$, мА	–	10	50	100	40	20	140	80	40	10	10
Ток I_1 , А	0; 5	0,07	0,3	0,4	0,9	0,07	0,7	0,5	1	0,06	0,05
	1; 6	0,05	0,2	0,8	0,3	0,1	0,3	0,9	0,6	0,15	0,09
	2; 7	0,04	0,15	0,6	0,35	0,2	0,4	0,4	0,8	0,08	0,01
	3; 8	0,03	0,3	0,3	0,6	0,09	0,6	0,6	1,5	0,1	0,2
	4; 9	0,06	0,2	0,5	0,2	0,3	0,5	0,8	0,9	0,04	0,06
Ток I_2 , А	0; 6	0,2	6	4	4,5	0,8	5	6	3	0,4	6
	1; 7	0,4	4	3	1,5	1	4,5	10	6	0,6	4
	2; 8	0,5	2,5	2,5	3	1,5	3	12	2	1	3
	3; 9	0,6	5	2	4	2	6	8	4	3	4,5
	4; 5	0,3	3	1,5	5	0,9	3,5	4	8	0,9	5
Номинальное напряжение, $U_{н}$, В	0; 7	6	10	18	8	11	20	12	13	12	10
	1; 8	5	15	12	5	9	16	16	20	14	12
	2; 9	8	9	15	9	12	10	10	15	16	16
	3; 5	4	10	14	7	10	14	18	19	18	14
	4; 6	3	12	10	4	14	18	20	16	10	10
Напряжение U , В	-	0,5	3	5	2	1,5	5	1	4	1	3

2.2.4. Методические указания

При расширении предела измерения ИМа по току I_n до величины I_1 шунтом является сумма ($R_{ш1} + R_{ш2}$), до величины I_2 – шунт $R_{ш1}$, а шунт $R_{ш2}$ включается последовательно с R_n .

Т а б л и ц а 2.4

Результаты вычислений

Шунт $R_{ш1}$, Ом	Шунт $R_{ш2}$, Ом	Мощность P_a , Вт	Сопротивление R_d , Ом	Мощность P_v , Вт

2.2.5. Задача № 4. Измерение мощности в цепях трехфазного тока

Трехфазная нагрузка соединена "звездой" без нулевого провода. Для измерения мощности, потребляемой нагрузкой, использовались два одинаковых ваттметра с номинальным током $I_n = 5$ А, номинальным напряжением $U_n = 150$ В и числом делений шкалы $\alpha_n = 150$ дел. Ваттметры включены во вторичные обмотки измерительных трансформаторов тока и напряжения.

В зависимости от варианта задания измеряется активная мощность P либо реактивная мощность Q в двух режимах: симметричном и несимметричном (короткое замыкание одной из фаз нагрузки).

Исходные данные для решения задачи приведены в табл. 2.5.

Для работы трехфазной нагрузки в симметричном режиме необходимо выполнить следующее:

а) начертить схему включения ваттметров в цепь через измерительные трансформаторы тока и напряжения;

б) подобрать соответствующие коэффициенты трансформации k_{I_H} и k_{U_H} , учитывая значения вторичных параметров $I_{2H} = 5\text{A}$, $U_{2H} = 100\text{ В}$ и возможное увеличение тока в несимметричном режиме;

в) записать выражение для измеряемой мощности P или Q и построить в масштабе векторную диаграмму, выделив на ней векторы токов и напряжений, под действием которых находятся последовательные и параллельные обмотки ваттметров;

г) определить мощность P или Q на высокой стороне;

д) найти относительную погрешность вычисления δ суммарной мощности нагрузки, сравнив расчетные значения P и Q с заданными;

е) вычислить показания ваттметров на низкой стороне P_{1H} и P_{2H} при определении активной мощности или P_{W1H} и P_{W2H} при определении реактивной мощности и рассчитать соответствующие числа делений шкалы α_1 и α_2 , на которые отклонятся стрелки ваттметров.

Для работы трехфазной нагрузки в несимметричном режиме необходимо выполнить следующее:

а) построить в масштабе векторную диаграмму, выделив на ней векторы напряжений и токов, под действием которых находятся параллельные и последовательные обмотки ваттметров;

б) определить мощность P или Q на высокой стороне;

в) вычислить показания приборов на низкой стороне P_{1H} и P_{2H} или P_{W1H} и P_{W2H} и определить соответствующие числа делений шкалы α_1 и α_2 , на которые отклонятся стрелки приборов.

Данные вычислений свести в табл. 2.6.

Результаты вычислений

Наименование величины	Режим работы	
	симметричный	несимметричный
$P_{1н}, \text{Вт}$		
$P_{2н}, \text{Вт}$		
$P_{W1н}, \text{вар}$		
$P_{W2н}, \text{вар}$		
$\alpha_1, \text{дел.}$		
$\alpha_2, \text{дел.}$		

2.2.6. Методические указания

Для измерения активной P и реактивной Q мощности нагрузки применяется метод двух ваттметров. Метод пригоден как при симметричной, так и при несимметричной нагрузке.

Подбор номинальных коэффициентов трансформации (2.10) сводится к выбору значений $I_{1н}$ и $U_{1н}$ трансформаторов из рядов

$$I_{1н} = 5, 10, 20, 50, 75, 100, 200, 500, 800, 1000, 1500 \text{ А};$$

$$U_{1н} = 0.6; 3; 6; 10; 20 \text{ кВ}$$

с соблюдением условий $I_{1н} > I$, $U_{1н} > U_{л}$ (где I – величина расчетного тока в любом режиме, $U_{л}$ – заданное линейное напряжение) и проверкой неравенств

$$\frac{I_{1н}}{k_{Iн}} \leq I_{н} = 5 \text{ А}; \quad \frac{U_{1н}}{k_{Uн}} \leq U_{н} = 150 \text{ В},$$

где $I_{н}$ и $U_{н}$ – заданные параметры ваттметров.

Т а б л и ц а 2.5

Исходные данные для задачи № 4

Наименование заданной величины		Предпоследняя цифра шифра	Последняя цифра шифра									
			0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Мощность нагрузки	активная P , кВт	–	87	–	50	–	68	–	42	–	36	–
	реактивная Q , квар	–	–	28	–	73	–	46	–	64	–	55
Линейное напряжение $U_{л}$, кВ		0; 5	220	400	900	650	310	420	260	580	730	800
		1; 6	860	620	240	390	540	760	850	470	920	640
		2; 7	430	250	350	970	270	820	560	370	450	900
		3; 8	510	700	650	440	880	530	950	780	610	290
		4; 9	330	940	840	750	550	600	480	200	390	460
Угол нагрузки φ , град		0; 6	23	52	42	34	76	64	20	59	38	46
		1; 7	37	74	28	40	54	45	76	60	47	37
		2; 8	44	50	75	36	22	33	35	73	64	53
		3; 9	61	42	32	53	40	65	70	27	55	75
		4; 5	57	66	74	72	60	39	54	68	58	25
Последовательные обмотки ваттметров включены в провода		–	А, В	В, С	С, А	А, В	В, С	С, А	А, В	В, С	С, А	А, В
Короткое замыкание в фазе		–	С	А	В	С	А	В	С	А	В	С

В соответствии с вариантом задания записать расчетное значение активной мощности согласно выражениям (2.15) – (2.17) либо реактивной мощности. В последнем случае независимо от режима работы обмотки ваттметров включаются по одному из трех вариантов:

токовые обмотки включены в фазы A и C –

$$Q = \frac{\sqrt{3}}{2}(U_{BC}I_A \cos \gamma_1 + U_{AB}I_C \cos \gamma_2); \quad (2.28)$$

токовые обмотки включены в фазы A и B –

$$Q = \frac{\sqrt{3}}{2}(U_{BC}I_A \cos \gamma_3 + U_{CA}I_B \cos \gamma_4); \quad (2.29)$$

токовые обмотки включены в фазы B и C –

$$Q = \frac{\sqrt{3}}{2}(U_{CA}I_B \cos \gamma_5 + U_{AB}I_C \cos \gamma_6); \quad (2.30)$$

где $\gamma_1 \div \gamma_6$ – углы сдвига фаз соответствующих линейных напряжений и токов, например: $\gamma_1 = \angle(\dot{U}_{BC}, \dot{I}_A)$; слагаемые в скобках – показания ваттметров P_{W1} и P_{W2} .

Таким образом, определение активной P и реактивной Q мощности в любом режиме сводится к определению соответствующих углов β и γ из векторной диаграммы. Кроме того, с помощью векторной диаграммы необходимо убедиться в увеличении тока короткого замыкания в $\sqrt{3}$ раз по сравнению с симметричным режимом.

После выбора расчетного выражения P или Q представить на схеме разметку генераторных зажимов обмоток каждого ваттметра.

2.3. Лабораторная работа 5

ПРИМЕНЕНИЕ МАСШТАБНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

Цель работы: изучение практического использования масштабных преобразователей, расчет индивидуальных шунтов и добавочных сопротивлений для магнитоэлектрических приборов, экспериментальная проверка расчета.

2.3.1. Основные теоретические положения

Масштабный измерительный преобразователь предназначен для изменения значения измеряемой величины в заданное число раз.

Для расширения пределов измерения измерительных приборов по напряжению и току применяют измерительные трансформаторы, шунты и добавочные сопротивления.

Измерительные трансформаторы переменного тока и напряжения применяются для расширения пределов измерения электромагнитных, электродинамических, индукционных приборов по току и напряжению, а также для обеспечения безопасности измерений при высоком напряжении.

В работе используется только измерительный трансформатор тока, номинальный первичный ток которого $I_{1н}$ указан на заводском щитке, а номинальный вторичный ток $I_{2н}$ равен 5А.

Во вторичную обмотку включается токовая обмотка ваттметра, поэтому мощность нагрузки первичной цепи

$$P_1 = k_{рн} P_2, \quad (2.31)$$

где $k_{рн} = k_{Iн} k_{Uн}$;

$k_{Iн} = \frac{I_{1н}}{I_{2н}}$ – номинальный коэффициент трансформации ИТТ;

$k_{Uн} = \frac{U_{1н}}{U_{2н}} = 1$ – то же, для ИТН;

P_2 – показание ваттметра.

2.3.2. Порядок выполнения работы

1) Собрать электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 2.6, подать напряжение $U \leq 100$ В, снять показания приборов.

2) Вычислить погрешность использования ИТТ, являющуюся в первом приближении его токовой погрешностью:

$$\delta_1 = \frac{P_1 - P_{01}}{P_{01}} \cdot 100 \%, \quad (2.32)$$

где $P_{01} = UI$ – мощность нагрузки по показаниям вольтметра и амперметра.

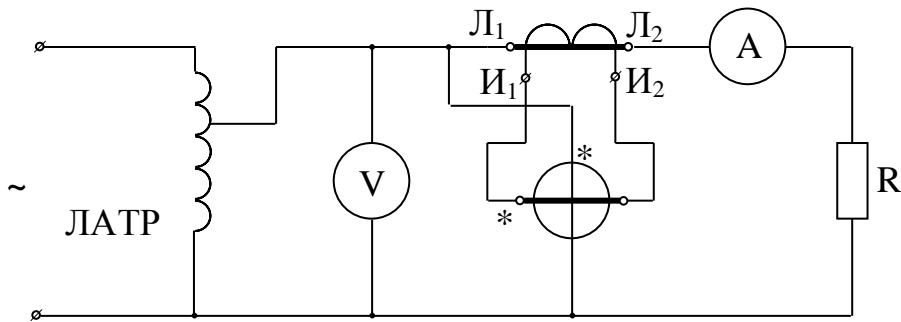


Рис. 2.6. Схема измерения мощности с трансформатором тока

3) Используя выражение (2.5), подобрать шунт сопротивлением $R_{ш}$ для расширения предела измерения I_n микроамперметра типа М265М до величины I_n' , заданной преподавателем из ряда значений: 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70 мА. Сопротивление R_n указано на щитке прибора.

4) Установить на магазине сопротивлений рассчитанное значение сопротивления шунта и подключить к нему микроамперметр М265М для получения схемы миллиамперметра с заданным пределом измерения.

5) Собрать цепь (рис. 2.7) для сличения показаний полученного миллиамперметра и образцового. Проверить экспериментально правильность расчета $R_{ш}$ путем сличения показаний на конечной отметке шкалы прибора М265М $I'_н$ с соответствующим показанием образцового прибора I_o .

6) Определить относительную погрешность вычислений $R_{ш}$:

$$\delta_2 = \frac{I'_н - I_o}{I_o} \cdot 100 \% . \quad (2.33)$$

7) Использовать измерительный механизм прибора М265М для создания милливольтметра с пределом измерения $U_n = I_n R_{и}$. Подобрать добавочное сопротивление R_d согласно формуле (2.7) для расширения этого предела до величины $U'_н$, заданной преподавателем из ряда значений: 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900, 1000 мВ.

8) Установить на магазине сопротивлений рассчитанное значение сопротивления добавочного резистора R_0 и подключить к нему прибор М265М для получения схемы милливольтметра с заданным пределом измерения.

9) Собрать схему (рис. 2.8) для сличения показаний полученного милливольтметра и образцового.

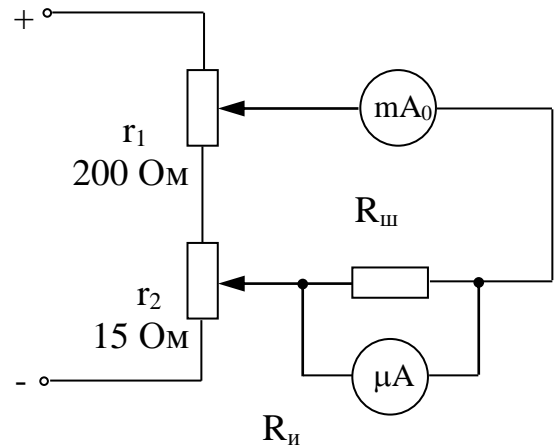


Рис. 2.7. Измерение тока с шунтом

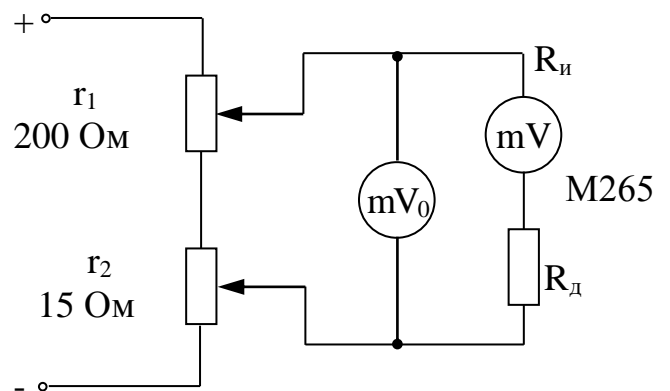


Рис. 2.8. Измерение напряжения с добавочным сопротивлением

Экспериментально проверить правильность расчета R_d путем сличения показаний на конечной отметке шкалы прибора М265М U'_H с соответствующим показанием образцового прибора U_0 .

10) Определить относительную погрешность вычислений R_d :

$$\delta_3 = \frac{U'_H - U_0}{U_0} \cdot 100\% \quad (2.34)$$

11) Заполнить табл. 2.7, 2.8. Объяснить причины возникновения погрешностей δ_1 , δ_2 , δ_3 . Наименование параметров, используемых в табл. 2.7, 2.8, приводится в п. 1 – 10.

Т а б л и ц а 2.7

Измерение тока с шунтом

I_H , мА	I'_H , мА	R_H , Ом	$R_{ш}$, Ом	I_0 , мА	δ_2 , %

Т а б л и ц а 2.8

Измерение напряжения с добавочным сопротивлением

U_H , мВ	U'_H , мВ	R_H , Ом	R_d , Ом	U_0 , мА	δ_3 , %

2.3.3. Контрольные вопросы

1) Назвать область применения измерительных трансформаторов, шунтов и добавочных резисторов.

2) Вывести расчетные формулы для определения сопротивлений шунта и добавочного резистора.

3) Как определяются постоянные приборов с использованием масштабного преобразователя?

4) Назвать погрешности, возникающие при использовании измерительных трансформаторов тока и объяснить причины их возникновения.

2.4. Лабораторная работа 6

ИЗМЕРЕНИЕ МОЩНОСТИ В ТРЕХФАЗНОЙ ЦЕПИ

Цель работы: изучить методы измерения активной и реактивной мощности в симметричных и несимметричных трехфазных цепях.

2.4.1. Порядок выполнения работы

1) Собрать электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 2.9, для измерения активной мощности трехфазного асинхронного двигателя, обмотки которого образуют симметричную "звезду". В этой и последующих схемах обратить внимание на правильность подключения генераторных зажимов обмоток ваттметра, помеченных знаком *.

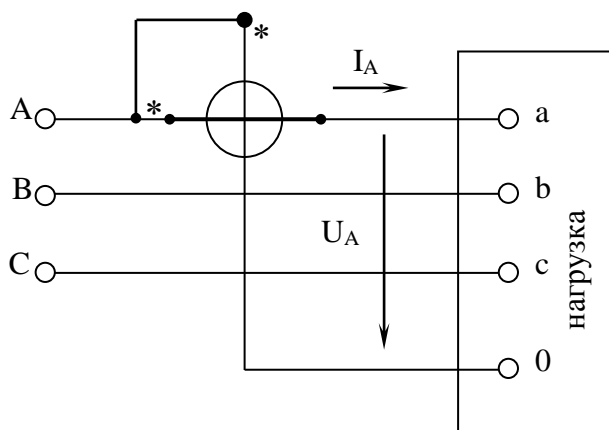


Рис. 2.9. Измерение мощности симметричной нагрузки

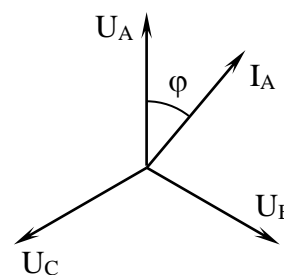


Рис. 2.10. Векторная диаграмма схемы, представленной на рис. 2.9.

В качестве ваттметров используются электроизмерительные установки, позволяющие измерять ток, напряжение и мощность.

2) Произвести измерения мощности, напряжения и тока фазы А (P_A , U_A и I_A) и, используя выражение

$$P_A = U_A I_A \cos \varphi, \quad (2.35)$$

вычислить $\cos \varphi$ и угол φ , на который фазный ток I_A отстает от фазного напряжения U_A (рис. 2.10). Вычислить мощность двигателя:

$$P = 3P_A. \quad (2.36)$$

3) Собрать электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 2.11, для измерения той же активной мощности двигателя методом двух ваттметров, подключение обмоток которых соответствует выражению (2.15).

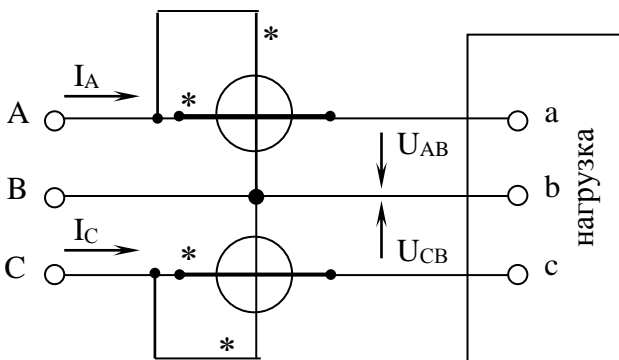


Рис. 2.11. Измерение мощности двумя ваттметрами

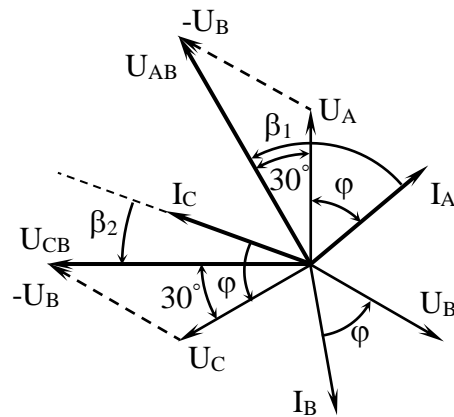


Рис. 2.12. Векторная диаграмма измерения двумя ваттметрами

4) Выполнить измерения:

а) мощности P_1 , линейного напряжения U_{AB} и линейного тока I_A первым прибором;

б) мощности P_2 , линейного напряжения U_{CB} и линейного тока I_C вторым прибором.

При определении мощности стрелка одного из ваттметров при отрицательном косинусе отклонится в обратную сторону. В этом случае следует переключить предел измерения с $+P$ на $-P$ и записать показание со знаком минус.

5) Учитывая, что

$$P_1 = U_{AB} I_A \cos \beta_1; \quad (2.37)$$

$$P_2 = U_{CB} I_C \cos \beta_2, \quad (2.38)$$

определить мощность двигателя:

$$P = P_1 + P_2. \quad (2.39)$$

б) Построить векторную диаграмму (рис. 2.12), определить по ней углы β_1 и β_2 . Найти расчетное значение мощности:

$$P = U_{AB} I_A \cos \beta_1 + U_{CB} I_C \cos \beta_2. \quad (2.40)$$

7) Заполнить табл. 2.9 и провести сравнение измерений и расчета мощности (см. п. 2, 5 и 6), сделать выводы.

Т а б л и ц а 2.9

Результаты измерения мощности

Способы определения активной мощности	Результаты измерений и вычислений			
	$U_{л}, В$	$U_{\phi}, В$	$I_{\phi}, А$	$P, Вт$
Измерение одним прибором				
Измерение двумя приборами				
Расчет	—	—	—	

Построение векторной диаграммы начинается с изображения векторов фазных напряжений $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$, модули которых определяются из соотношения

$$U_{\phi} = \frac{U_{л}}{\sqrt{3}}. \quad (2.41)$$

Векторы фазных токов $\dot{I}_A, \dot{I}_B, \dot{I}_C$ отстают на угол φ от векторов соответствующих фазных напряжений. На диаграмме строятся векторы линейных напряжений

$$\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B \quad (2.42)$$

$$\dot{U}_{CB} = \dot{U}_C - \dot{U}_B. \quad (2.43)$$

На векторной диаграмме выделяются векторы токов и напряжений, участвующих в создании вращающих моментов включенных ваттметров, отмечаются углы β_1 и β_2 .

При несимметричной нагрузке на векторной диаграмме необходимо учесть смещение нейтрали.

8) Собрать электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 2.13, для измерения реактивной мощности двигателя одним ваттметром (обратить внимание на отсутствие соединения генераторных зажимов обмоток ваттметра).

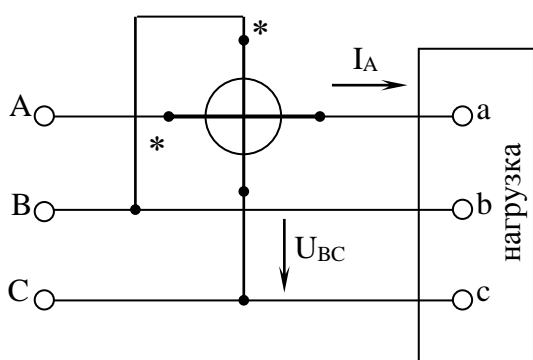


Рис. 2.13. Измерение реактивной мощности одним ваттметром

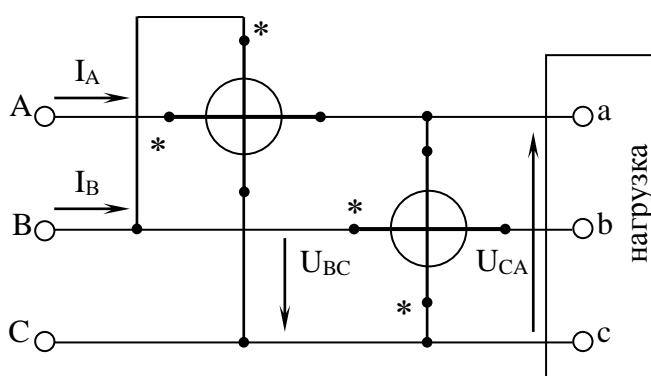


Рис. 2.14. Измерение реактивной мощности двумя ваттметрами

9) Провести измерения линейного напряжения U_{BC} и тока I_A , снять показание прибора P_w . Вычислить реактивную мощность:

$$Q = \sqrt{3} \cdot P_w. \quad (2.44)$$

10) Построить векторную диаграмму, выделить (согласно рис. 2.13) векторы \dot{U}_{BC} и I_A , определить угол γ между данными векторами, убедившись, что $\cos \gamma = \sin \varphi$.

Учитывая, что $P_w = U_{BC} I_A \cos \gamma$, получить расчетное значение реактивной мощности Q .

11) Собрать электрическую цепь по схеме, представленной на рис. 2.14, измерить аналогичные параметры двумя ваттметрами и определить мощность двигателя по их показаниям:

$$Q = \frac{\sqrt{3}}{2}(P_{W1} + P_{W2}). \quad (2.45)$$

12) Построить векторную диаграмму, выделить (согласно рис. 2.14) векторы \dot{U}_{BC} и \dot{I}_A , \dot{U}_{CA} и \dot{I}_B , определить углы γ между этими векторами.

Учитывая, что

$$P_{W1} = U_{BC} I_A \cos \gamma; \quad (2.46)$$

$$P_{W2} = U_{CA} I_B \cos \gamma, \quad (2.47)$$

получить расчетное значение реактивной мощности Q .

13) Заполнить табл. 2.10 и провести сравнение измерений и расчета мощности Q (см. п. 10 – 12), сделать выводы.

Т а б л и ц а 2.10

Результат измерения реактивной мощности

Способы определения реактивной мощности	$U_{л}, В$	$I_{л}, А$	$Q, \text{вар}$	
			опыт	расчет
Схема с одним ваттметром				
Схема с двумя ваттметрами				

2.4.3. Контрольные вопросы

1) Доказать возможность измерения активной мощности двумя ваттметрами.

2) Доказать, что ваттметрами можно измерять реактивную мощность симметричной трехфазной цепи.

3) Начертить возможные варианты схем включения двух ваттметров для измерения активной мощности цепи.

4) Начертить возможные варианты схем включения двух ваттметров для измерения реактивной мощности цепи.

5) В каком случае показания ваттметров будут одинаковыми при измерении активной мощности цепи?

2.5. Лабораторная работа 7

ПОВЕРКА ОДНОФАЗНОГО ЭЛЕКТРОННОГО СЧЕТЧИКА

Цель работы: изучение методики поверки однофазного электронного счетчика.

2.5.1. Основные теоретические положения

Поверка заключается в сравнении расчетного значения относительной погрешности счетчика δ с допусковой относительной погрешностью $\delta_{\text{доп}}$ при различных значениях тока I и $\cos \varphi$.

Значение δ определяется по формуле:

$$\delta = \frac{W - W_0}{W_0} \cdot 100\%, \quad (2.48)$$

где W – значение электрической энергии, соответствующее показаниям поверяемого счетчика;

W_0 – действительное значение энергии, прошедшей через счетчик.

Значение $\delta_{\text{доп}}$ определяется классом точности счетчика и задается таблицей для различных значений тока.

2.5.2. Порядок выполнения работы

1) Собрать электрическую цепь по схеме, приведенной на рис. 2.15. После проверки преподавателем включить установку и прогреть счетчик при его номинальных вторичных параметрах $U_{2\text{ном}} = 220$ В и $I_{2\text{ном}} = 5$ А в течение 5 мин.

2) Установить ток в цепи $I = 0,5$ А, что соответствует 10 % от номинального вторичного тока, а фазометром – $\cos \varphi = 1$.

Определить энергию, потребляемую в цепи нагрузкой R на высокой стороне:

$$W_a = \frac{N}{A}, \quad (2.49)$$

где N – число импульсов, подсчитанных с помощью счетчика импульсов СТ за время измерения $t_{и}$, определенное по электронному секундомеру Т;
 A – передаточное число счетчика электрической энергии, имп./кВт·ч.

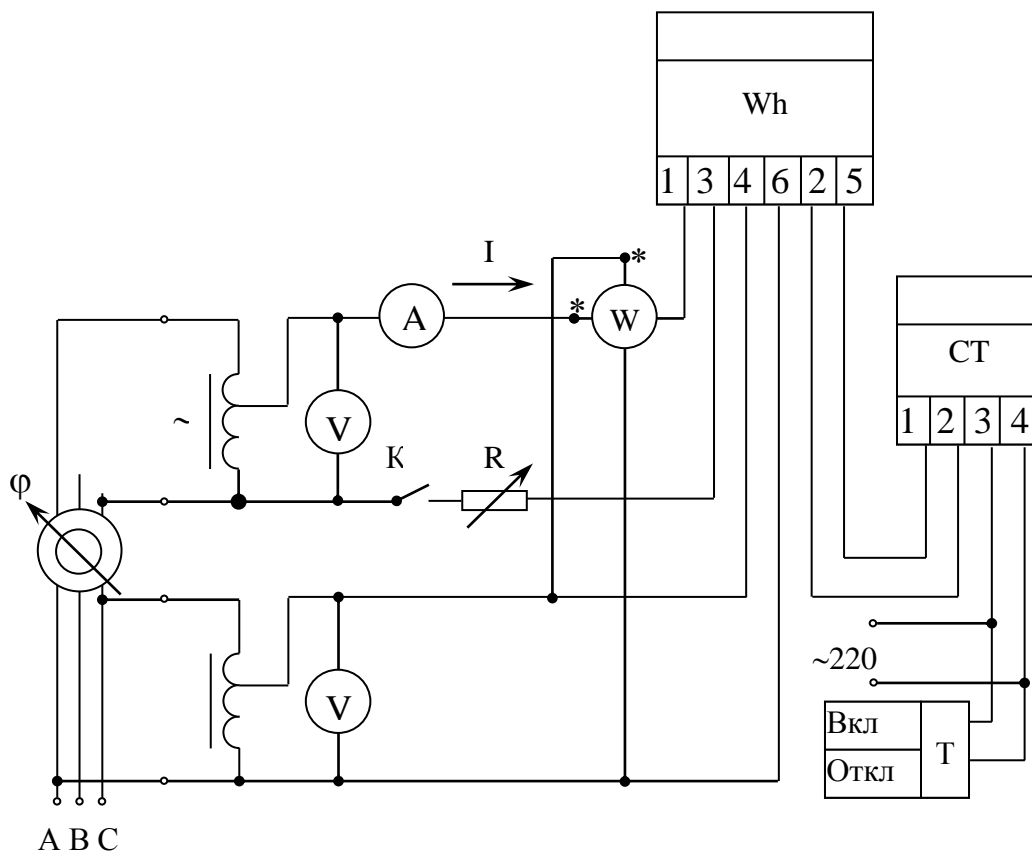


Рис. 2.15. Схема для поверки электронного счетчика

Вначале запускается счетчик импульсов, и на любом числе $I_{нач}$ включается секундомер. Спустя время $t_{и}$ секундомер выключается, фиксируется число импульсов $I_{кон}$ и время $t_{и}$. Подсчитывается число прошедших импульсов

$$N = I_{кон} - I_{нач}. \quad (2.50)$$

Рекомендуемые интервалы для выбора времени $t_{и}$ приведены в табл. 2.11.

Время измерения для различных значений тока нагрузки

Отношение $\frac{I}{I_{2ном}} \cdot 100\%$	10	20	50	100
Время измерения $t_n, с$	540 – 600	240 – 300	150 – 180	90 – 120

При отсутствии в схеме счетчика импульсов СТ и секундомера Т величина W_n определяется по разности показаний счетчика за время t_n , определенное по часам.

3) Вычислить энергию, потребляемую на низкой стороне:

$$W_n = \frac{W_s}{K_{сч}}, \quad (2.51)$$

где $K_{сч} = K_U \cdot K_I$ – коэффициент счетчика;

$$K_U = \frac{U_{1ном}}{U_{2ном}}; \quad (2.52)$$

$$K_I = \frac{I_{1ном}}{I_{2ном}}. \quad (2.53)$$

Номинальные параметры и значение передаточного числа А указываются на щитке счетчика.

4) Определить расчетное значение энергии в Вт·с:

$$W = W_n \cdot 3600 \cdot 1000. \quad (2.54)$$

5) Для заданных $U = 220$ В, $I = 0,5$ А и $\cos \varphi = 1$ вычислить действительное значение мощности активной нагрузки R:

$$P_0 = UI \cos \varphi. \quad (2.55)$$

Сверить полученное значение с показанием ваттметра.

б) Рассчитать действительное значение энергии:

$$W_0 = P_0 t_u. \quad (2.56)$$

7) По формуле (2.48) вычислить относительную погрешность δ измерения энергии электронным счетчиком.

8) Провести опыты, описанные в п. 2 – 7 при $I = 1; 2,5; 5$ А, что составляет 20, 50 и 100% от номинального.

9) Повторить эксперимент при $\cos \varphi = 0,5$.

10) Заполнить табл. 2.12.

11) Построить графики $\delta(I/I_{2ном})$ для каждого значения $\cos \varphi$, на которых отметить область допустимых значений $\delta_{доп}(I/I_{2ном})$ для однофазного электронного счетчика Ф-442 класса точности 2 в соответствии с табл. 2.13. Сделать выводы по поверке.

Т а б л и ц а 2.12

Результаты измерений

Параметры	Отношение $\frac{I}{I_{2ном}} \cdot 100\%$							
	$\cos \varphi = 1$				$\cos \varphi = 0,5$			
	10	20	50	100	10	20	50	100
$t_u, \text{с}$								
$N, \text{имп.}$								
$W_B, \text{кВт}\cdot\text{ч}$								
$W_H, \text{кВт}\cdot\text{ч}$								
$W, \text{Вт}\cdot\text{с}$								
$W_0, \text{Вт}\cdot\text{с}$								
$\delta, \%$								

Т а б л и ц а 2.13

Допустимые погрешности электронного счетчика Ф-442

Отношение $\frac{I}{I_{2ном}} \cdot 100\%$	2 – 5	5 – 10	10 – 20	20 – 100
Относительная погрешность $\delta_{доп}, \%$	$\pm 3,8$	$\pm 2,5$	$\pm 2,2$	$\pm 2,0$

2.5.3. Контрольные вопросы

- 1) Начертить блок-схему электронного счетчика и объяснить назначение его основных элементов.
- 2) Охарактеризовать метод поверки электронного счетчика.
- 3) Какие погрешности вносят трансформаторы тока и напряжения в определение энергии W_n , на низкой стороне измерительных преобразователей.
- 4) Пояснить понятия "передаточное число", "постоянная счетчика", "порог чувствительности счетчика".

2.6 Лабораторная работа 8

ИЗМЕРЕНИЕ ПОЛНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ ЭЛЕКТРОННЫМИ ПРИБОРАМИ

Цель работы: знакомство с работой электронного прибора ВМ 507 для измерения полных сопротивлений.

2.6.1. Основные теоретические положения

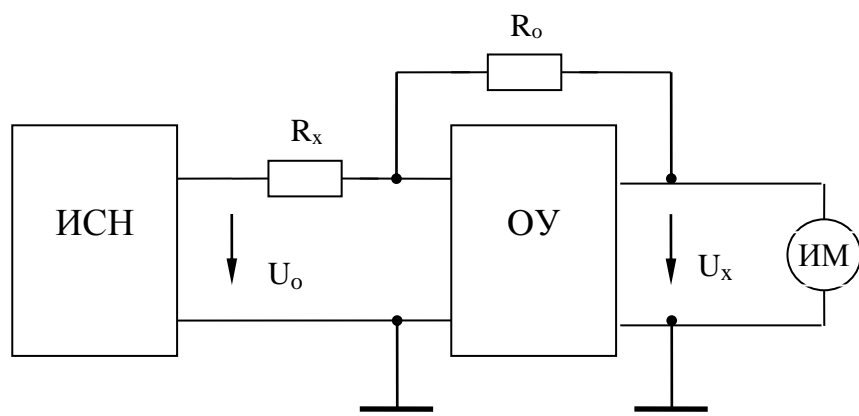
Электронные аналоговые приборы представляют собой средства измерений, в которых преобразование сигналов измерительной информации осуществляется с помощью аналоговых электронных устройств. Выходной сигнал таких средств является непрерывной функцией измеряемой величины. Электронные приборы применяются при измерении практически всех электрических величин. Их использование расширяет функциональные возможности средств измерений и обеспечивает высокий уровень метрологических характеристик. Широкое применение нашли электронные приборы для измерения сопротивления и фазы.

Наибольшее распространение получили омметры, схемы которых изображены на рис. 2.16,а,б, где ИСН – источник стабилизированного напряжения со значением на выходе U_o ; У – усилитель постоянного тока; ОУ – операционный усилитель; ИМ – измерительный механизм; R_x – измеряемое сопротивление; R_o – образцовое сопротивление; U_x – напряжение, функционально связанное с измеряемым сопротивлением R_x .

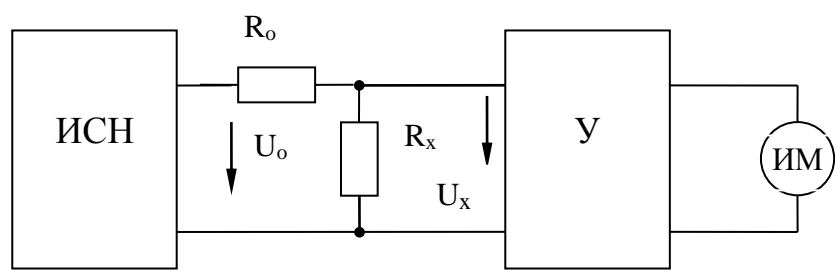
В омметрах, построенных по схеме рис. 2.16,а, используется усилитель с большим внутренним сопротивлением. Угол поворота подвижной части ИМа определяется так:

$$\alpha = k U_x = k U_o R_x / (R_o + R_x), \quad (2.57)$$

где k – коэффициент усиления.



а



б

Рис. 2.16. Структурные схемы измерения сопротивления:
а – с операционным усилителем; б – с усилителем постоянного тока

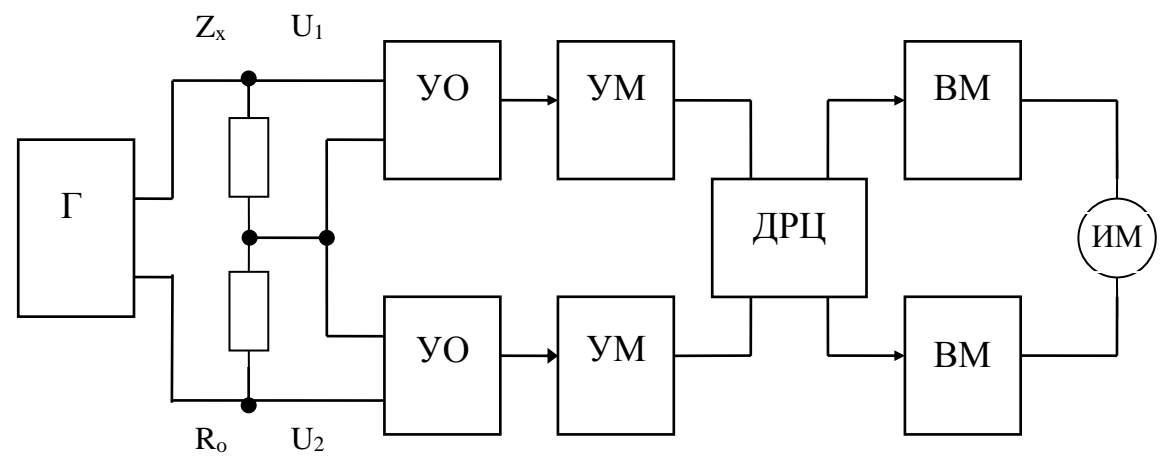


Рис. 2.17. Структурная схема измерения угла сдвига фаз

В омметрах, построенных по схеме рис. 2.16,б, в цепь обратной связи включено R_o . Величина коэффициента усиления k и входное сопротивление операционного усилителя выбираются большими, поэтому потенциалы входов U , определяемые как U_x/k , и входной ток практически равны нулю. Следовательно, токи, проходящие через R_o и R_x , равны и справедливо соотношение:

$$U_o/R_x = U_x/R_o, \quad (2.58)$$

откуда следует, что угол поворота подвижной части

$$\alpha = S_u U_o R_o / R_x, \quad (2.59)$$

где S_u – чувствительность ИМ.

При измерении угла сдвига фаз электронными приборами наибольшее распространение получил метод преобразования фазового сдвига во временной интервал. Структурная схема такого метода представлена на рис. 2.17.

Синусоидальные сигналы u_1 и u_2 , сдвиг по фазе φ между которыми измеряется, подаются на входы усилителей-ограничителей (УО), которые преобразуют их в симметричные сигналы прямоугольной формы (рис.2.18, а, б). Сигналы, полученные с выходов управляемых мультивибраторов, показаны на рис. 2.18, в, г. Они формируют сигналы длительностью $T/2$ и сдвинутые друг относительно друга на время ΔT , пропорциональное сдвигу по фазе φ . Эти импульсы поступают в дифференцирующую распределительную цепь (ДРЦ), на выходе которой получают остrokонечные импульсы одинаковой формы (рис. 2.18, д). Выходные мультивибраторы формируют прямоугольные импульсы длительностью $(T/2 + \Delta T)$ и $(T/2 - \Delta T)$ (рис. 2.18, е). Показания магнитоэлектрического микроамперметра, включенного по схеме вычитания токов, пропорциональны среднему значению (постоянной составляющей) разности токов (рис. 2.18, ж) выходных мультивибраторов (ВМ) за период сигнала.

Вращающий момент M для выпрямительных приборов определяется по выражению:

$$M = BSW \cdot \frac{2}{T} \int_0^{T/2} i(t) dt = BSW I_{cp}, \quad (2.60)$$

где I_{cp} – среднее значение тока на периоде T .

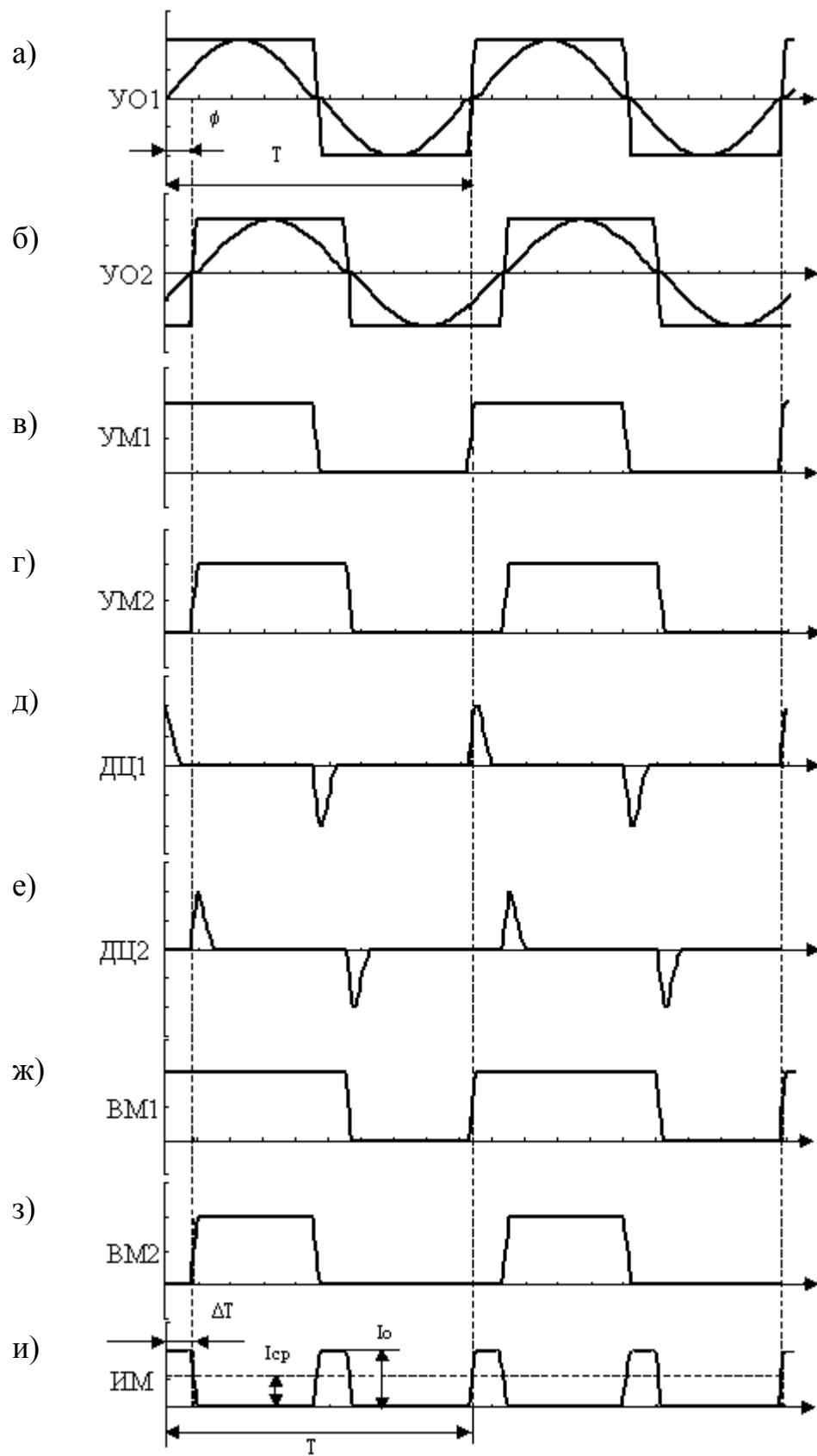


Рис. 2.18. Временные диаграммы работы измерителя угла сдвига фаз

В данном случае показания микроамперметра будут зависеть от скважности импульсов ($\Delta T/(T/2)$). При $\Delta T = (T/2)$ имеем $\varphi = \Delta T = (T/2) = \pi = 180^\circ$ или в общем случае:

$$I_{cp} = \frac{I_0 \Delta T}{T/2} = \frac{\varphi_x I_0}{180^\circ}. \quad (2.61)$$

Электронный прибор ВМ507 позволяет производить измерение полных сопротивлений (импеданса) в диапазоне частот 5 Гц – 500 кГц. Измеряемое сопротивление Z определяется в виде модуля Z и угла сдвига фаз φ . Значения этих величин отсчитываются по стрелочным приборам на передней панели прибора. Диапазон Z составляет от 1 Ом до 10 МОм, а диапазон φ – от -90 до $+90^\circ$. Прибор может быть использован для прямого измерения L и C .

2.6.2. Прямое измерение емкости и индуктивности.

При измерении полного сопротивления, имеющего емкостной или индуктивный характер (когда добротность $Q > 10$; $tg \varphi < 0,1$), прибор показывает значение $Z = \frac{1}{\omega C}$ или $Z = \omega L$.

Если подобрать частоту генератора $f = 10/2\pi = 1,592$, то значение $\omega = 2\pi f = 1$, следовательно, измеренное значение $Z = L$ или $Z = 1/C$.

При измерении индуктивности или емкости важно правильно выбирать шкалу отсчета L или C и ее номинальное значение (отмеченное кружком). Так при измерении индуктивности следует пользоваться данными табл. 2.14, где определенной частоте и диапазону Z соответствует номинальное значение шкалы для измерения индуктивности. Например, если выбран диапазон $Z = 100$ Ом, то при частоте 15,92 кГц отсчет индуктивности L выполняется по шкале 100 Ом, номинальному значению шкалы $\textcircled{10}$ соответствует значение 1 мГн.

При измерении емкости следует пользоваться данными табл. 2.15. Здесь определенной частоте и диапазону Z соответствует номинальное значение шкалы для измерения емкости. Отсчет значения C производится по шкале, обрат-

ной Z . Например, если кнопками выбран диапазон $Z = 3$ Ом, то при частоте 1,592 кГц отсчет значения C выполняется по шкале 10 кОм, причем номинальному значению шкалы $\textcircled{10}$ соответствует значение емкости $C = 100$ мкФ.

2.6.3. Порядок выполнения работы

1) Произвести калибровку прибора. Для этого отсоединить провода от входа прибора Z_x . Нажать кнопку "Калибровка 1 кОм" (CAL 1 kΩ), затем выбрать и нажать кнопку предела измерения 3 кОм. Ручку "Калибровка" (CALIBRATION Z) установить в крайнее левое положение. При этом ко входу прибора подключается внутреннее образцовое сопротивление 1 кОм.

Частота внутреннего генератора устанавливается 1,592 кГц путем выбора диапазона 500 Гц – 5 кГц и установки выделенного значения (красная риска).

Подключить прибор к напряжению сети и нажать кнопку "Сеть" (MAINS). Зажигается контрольная лампа. Приблизительно через 1 мин стрелка прибора Z устанавливается в окрестности значения 9 по шкале 10 Ом, а стрелка прибора φ находится около нуля. После включения дать прибору прогреться 10 – 15 мин до установления устойчивого значения стрелки прибора Z .

Путем плавного поворота ручки "Калибровка" устанавливается значение $Z = 1$ кОм, а ручкой "Ноль" (Zero φ) устанавливается значение $\varphi = 0$.

Кнопка "Калибровка" выключается, ко входу прибора подсоединяется входной кабель, прибор готов к измерениям.

2) Произвести измерения предложенных преподавателем неизвестных сопротивлений. По таблицам для расчета активно-индуктивных сопротивлений определить L (см. табл. 2.14), емкостных – C (см. табл. 2.15). По данным частоты генератора (f) и измеренным значениям модуля (Z) и начальной фазы (φ) произвести проверочный расчет индуктивности и емкости. Данные измерения и расчета занести в табл. 2.16.

3) Выбрать из табл. 2.16 активно-индуктивное и емкостное сопротивление. Соединить их последовательно. Рассчитать частоту резонанса напряжений из условия:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \quad (2.62)$$

Т а б л и ц а 2.14

Измерение индуктивности

Диапазон Z	Ω						kΩ					
	3	10	30	100	300	1000	3	10	30	100	300	1000
Шкала	3 Ω	10 Ω	3 Ω	10 Ω	3 Ω	10 Ω	3 kΩ	10 kΩ	3 kΩ	10 kΩ	10 kΩ	3 kΩ
159 Гц	3 мГн	10 мГн	30 мГн	100 мГн	300 мГн	1 Гн	3 Гн	10 Гн	30 Гн	100 Гн	300 Гн	1000 Гн
1,59 кГц	300 мкГн	1 мГн	3 мГн	10 мГн	30 мГн	100 мГн	300 мГн	1 Гн	3 Гн	10 Гн	30 Гн	100 Гн
15,9 кГц	30 мкГн	100 мкГн	300 мкГн	1 мГн	3 мГн	10 мГн	30 мГн	100 мГн	300 мГн	1 Гн	3 Гн	10 Гн

Т а б л и ц а 2.15

Измерение емкости

Диапазон Z	Ω						kΩ					
	1000	300	100	30	10	3	1000	300	100	30	10	3
Шкала	3 kΩ	10 kΩ	3 kΩ	10 kΩ	3 kΩ	10 kΩ	3 Ω	10 Ω	3 Ω	10 Ω	10 Ω	3 Ω
159 Гц	3 мкФ	10 мкФ	30 мкФ	100 мкФ	300 мкФ	1000 мкФ	3 нФ	10 нФ	30 нФ	100 нФ	300 нФ	1 мкФ
1,59 кГц	300 нФ	1 мкФ	3 мкФ	10 мГн	30 мкФ	100 мкФ	300 пФ	1 нФ	3 нФ	10 нФ	30 нФ	100 Гн
15,9 кГц	30 мкФ	100 мкФ	300 мкФ	1000 мкФ	3000 мкФ	10000 мкФ	30 нФ	100 нФ	300 нФ	1 мкФ	3 мкФ	10 мкФ

Т а б л и ц а 2.16

Результаты измерения и расчета полных сопротивлений

f, Гц	Z, Ом	φ, град	Измерение		Расчет	
			L, мГн	C, мкФ	L, мГн	C, мкФ

Плавно изменяя частоту вблизи значения f_0 , исследовать частотные характеристики $Z(f)$ и $\varphi(f)$ в диапазоне частот, соответствующих изменению угла сдвига фаз от -60° до $+60^\circ$. Результат измерения занести в табл. 2.17. Построить зависимости $Z(f)$ и $\varphi(f)$. Подобрать $f_{0\text{эксп}}$ и сравнить с $f_{0\text{расч}}$.

Т а б л и ц а 2.17

Исследование резонанса

Начальная фаза φ, град	Модуль сопротивления Z, Ом	Частота генератора f, Гц
-60		
-30		
0		
30		
60		

2.6.4. Контрольные вопросы

- 1) Указать назначение электронного прибора ВМ507. Какие характеристики можно определить при помощи прямых измерений?
- 2) Провести анализ структурной схемы и временной диаграммы для измерения угла сдвига фаз (см. рис. 2.17 и 2.18).
- 3) Провести анализ измеренных значений и графика в опыте исследования резонанса напряжения при помощи прибора ВМ507.
- 4) Объяснить, почему для практических измерений выбирается частота, кратная 1,592. Объяснить, как пользоваться таблицей для прямых измерений L и C (см. табл. 2.14 и 2.15).

3. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЯ

3.1. Основные сведения из теории

Для ответа на вопросы "как обрабатывать измерительную информацию?", "что получили?" рассмотрим методы обработки результатов наблюдения с целью получения результата измерения.

Результат наблюдения (РН) – значение измеряемой величины, получаемое при отдельном наблюдении, или показание измерительного прибора.

Под результатом измерения (РИ) понимается совокупность трех значений:

- измеряемой величины \tilde{x} ;
- погрешности $\tilde{\Delta}$;
- доверительной вероятности \tilde{P} , т. е. РИ = $\{\tilde{x}, \tilde{\Delta}, \tilde{P}\}$.

Определение значения измеряемой величины зависит от способов измерения. При однократном наблюдении в качестве результата измерения имеется одно число x_1 , которое и принимается за значение измеряемой величины $\tilde{x} = x_1$. При многократных равноточных наблюдениях значение измеряемой величины может быть найдено по формуле:

$$\tilde{x} = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}, \quad (3.1)$$

где x_i – результаты отдельных наблюдений;

n – количество наблюдений.

Величина $\tilde{\Delta}$ содержит в себе как минимум три характеристики:

Δ_c – систематическая погрешность;

ν – неисключенные остатки систематической погрешности;

$\overset{o}{\Delta}$ – случайная погрешность (в случае многократных наблюдений).

Задача по определению \tilde{P} связана с априорным назначением точности измерения.

3.1.1. Представление о погрешностях измерения

Любое измерение всегда ограничено по точности из-за несовершенства методов и средств измерения, влияния средств измерения на объект и т. д., поэтому всякий результат наблюдения является смещенным. Для оценки погрешности пользуются понятием *абсолютной погрешности* (Δ) – разности между реальной и номинальными характеристиками или значениями.

Абсолютная погрешность, взятая с обратным знаком, называется поправкой:

$$\nabla = -\Delta. \quad (3.2)$$

Сама по себе абсолютная погрешность не может служить показателем точности измерения, так как одно и то же значение, например, $\Delta = 0,05$ мм, при $x = 100$ мм соответствует достаточно высокой точности, а при $x = 1$ мм – низкой, поэтому для характеристики результатов измерения вводят понятие *относительной погрешности*

$$\delta = \frac{\Delta}{x_0}, \quad (3.3)$$

где x_0 – номинальное значение измеряемой величины.

Относительная погрешность выражается в относительных единицах или процентах. Для нормирования погрешности средств измерения используется приведенная погрешность

$$\delta_{пр} = \frac{\Delta}{x_k}, \quad (3.4)$$

где x_k – предел измерения прибора.

Ее основное отличие от относительной погрешности состоит в том, что Δ относится не к текущей переменной величине x , а к постоянной величине – номинальному значению.

3.1.2. Систематическая погрешность

Систематическая погрешность Δ_c характеризует степень близости полученного значения измеряемой величины к тому значению, которое может быть

получено с максимально возможной точностью. Это проявляется в том, что всякий полученный результат наблюдения оказывается смещенным относительно точного результата.

Задача по исследованию и определению систематической погрешности является одной из самых сложных, поскольку не всегда ее можно обнаружить и исключить. В случае обнаружения систематической погрешности возможно ее вычисление и внесение поправки в результат наблюдения. Другой способ учета систематической погрешности – устранение ее схмотехнически или выбор другого метода измерения.

Рассмотрим пример исключения Δ_c при проведении эксперимента, например, взвешивание на рычажных весах, т.е. определение массы тела m_T . Одной из причин появления Δ_c является разная длина плеч весов ($l_1 \approx l_2$). Если поместить m_T на левую чашку весов (рис. 3.1), то можно записать:

$$m_T l_1 g = m_1 l_2 g, \quad (3.5)$$

где g – ускорение свободного падения;

m_1 – масса гири.

Затем тело помещают на правую чашку весов (рис. 3.2) и уравнивают гирей, которая имеет массу m_2 . Массы m_1 и m_2 не равны из-за разности длин плеч весов и, следовательно, наличия Δ_c . Итогом второго взвешивания становится следующее уравнение:

$$m_2 l_1 g = m_T l_2 g. \quad (3.6)$$

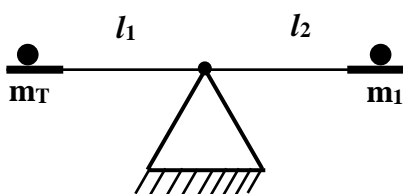


Рис. 3.1. Исходное измерение для устранения систематической погрешности

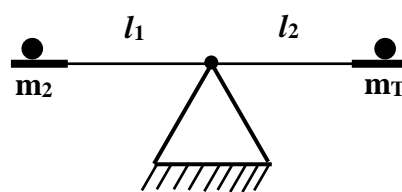


Рис. 3.2. Измерение с противопоставлением для устранения систематической погрешности

Взяв отношение выражений (3.5) и (3.6), получим:

$$\frac{m_T}{m_2} = \frac{m_1}{m_T}, \quad (3.7)$$

откуда

$$m_T = \sqrt{m_1 m_2}. \quad (3.8)$$

В формуле (3.8) отсутствуют длины плеч весов, которые создают систематическую погрешность.

3.1.3. Оценка результирующей систематической погрешности и внесение поправок

После анализа схемы измерения и вычисления систематических погрешностей имеется ряд значений Δ_{cj} , $j = 1 \div k$. Каждая из Δ_{cj} имеет свою природу возникновения, а также свои значение и знак. Результирующая систематическая погрешность вычисляется по формуле:

$$\Delta_{рез} = \sum_{j=1}^k \Delta_{cj}, \quad (3.9)$$

где k – количество вычисленных неисключенных погрешностей.

Затем вычисляют поправку

$$\nabla_{рез} = -\Delta_{рез}. \quad (3.10)$$

Если $\nabla_{рез} = const$, т. е. не зависит от времени, то ее можно внести в среднее значение:

$$\bar{x}' = \bar{x} + \nabla_{рез}. \quad (3.11)$$

В случае, когда $\nabla_{рез}$ является функцией времени, поправку вводят в каждый результат наблюдения:

$$x'_i = x_i + \nabla_{рез}, \quad (3.12)$$

а затем определяют

$$\bar{x}' = \frac{\sum x_i}{n}. \quad (3.13)$$

Внеся поправку в результат наблюдения, получают несмещенное значение измеряемой величины, которое является неокончательным, поскольку еще не учтены погрешности приборов и модельные составляющие погрешности измерения (погрешности сопротивления, емкости, индуктивности, температуры, источников питания и т. д.), т. е. все то, что относится к неисключенным остаткам систематической погрешности.

3.1.4. Неисключенные остатки систематической погрешности

Неисключенные остатки (НО) систематической погрешности (ν) – это та ее часть, которая остается после оценки и устранения этой погрешности (рис. 3.3).

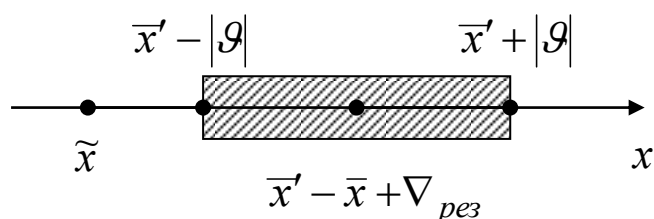


Рис. 3.3. Смещенный интервал неисключенных остатков

Исследование неисключенных остатков ν предполагает выполнение следующей работы:

- анализ источников возникновения;
- оценка ν_i ($i = 1, 2, \dots, k$) по каждому источнику возникновения;
- оценка результирующей составляющей неисключенных остатков систематической погрешности.

Особенность исследования неисключенных остатков, представляющих собой составляющую систематической погрешности, заключается в том, что значения ν_i недетерминированы, т. е. представляют собой случайную величину, которую можно охарактеризовать средним квадратическим отклонением (СКО).

Тогда $\nu_{рез}$ соответствует свое результирующее СКО $\sigma_{i(\nu_i)} = \sigma_i$:

$$\sigma_{рез} = \sqrt{\sum_{i=1}^k b_i^2 \sigma_i^2}, \quad (3.14)$$

где b_i – функция влияния ν_i на конечный результат.

Если влияние компонентов на конечный результат неизвестно, то вводится гипотеза об одинаковом влиянии каждого компонента ($b_i = 1$).

В том случае, когда закон изменения каждого компонента неизвестен и нет возможности определить хотя бы его вид, вводится гипотеза о том, что отдельные компоненты неисключенных остатков распределены равномерно. Реализация этой гипотезы позволяет для каждого ν_i выбрать границы Θ_i , для $\nu_{рез} - \Theta_{рез}$:

$$\Theta_{рез} = k \sqrt{\sum_{i=1}^m b_i^2 \Theta_i^2}, \quad (3.15)$$

где k – поправочный коэффициент, зависящий от числа компонентов и доверительной вероятности.

Зависимость k от числа компонентов слабая. Значение коэффициента k при доверительной вероятности P приведены в табл. 3.1.

Т а б л и ц а 3.1

Значения коэффициента k в зависимости от числа слагаемых и доверительной вероятности P

Число слагаемых n	Значение погрешности k при доверительной вероятности P			
	0,9	0,95	0,99	0,9973
2	0,97	1,10	1,27	1,34
3	0,96	1,12	1,37	1,50
4	0,96	1,12	1,41	1,58
5	0,96	1,12	1,42	1,61
6	0,96	1,12	1,42	1,64
...
∞	0,95	1,13	1,49	1,73

Результат измерения при доверительной вероятности P записывается в следующем виде:

$$x = \tilde{x}' \pm \Theta_{рез}. \quad (3.16)$$

3.1.5. Пример обработки результата наблюдения при однократном измерении

Производится измерение напряжения на сопротивлении. Известно: $R = (50 \pm 1)$ Ом, вольтметр с внутренним сопротивлением $R_v = 5$ кОм, с относительной погрешностью внутреннего сопротивления $\delta_i = 0,5$ %. Верхний предел вольтметра $V_{верх} = 15$ В, класс точности $\delta = 1$ %, шкала равномерная, число делений 150. Вольтметр показал значение $U_v = 12,3$ В. Необходимо записать результат измерения.

Вариант 1

Погрешность $\tilde{\Delta}$ может быть найдена из формулы класса точности прибора

$$\delta = \frac{\tilde{\Delta}}{V_{\text{вверх}}} \cdot 100 \% ; \quad (3.17)$$

$$\tilde{\Delta} = \frac{\delta V_{\text{вверх}}}{100} = \frac{1}{100} \cdot 15 = 0,15 \text{ В.}$$

Выбирая $P = 0,95$, можно записать результат измерения:

$$\tilde{U} = (12,30 \pm 0,15) \text{ В} \quad \text{при } P = 0,95.$$

Результат смещен, поскольку не учитывалась методическая систематическая погрешность, обусловленная шунтированием сопротивления R сопротивлением вольтметра R_v .

Вариант 2

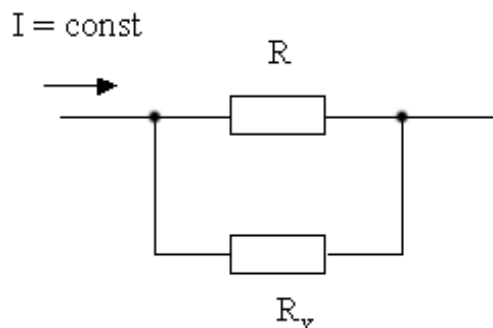


Рис. 3.4. Измерение напряжения на резисторе и определение НО

Оценим Δ_c для внесения поправки. Предполагая, что ток через R остается неизменным до и после включения вольтметра, можно определить Δ_c :

$$\Delta_c = U_v - U, \quad (3.18)$$

где $U = IR$ – истинное значение напряжения на R ,

$$U_v = I \frac{RR_v}{R + R_v}. \quad (3.19)$$

Подставив U и V в формулу для Δ_c , получим:

$$\Delta_c = I \left(\frac{RR_v}{R + R_v} - R \right) = -I \frac{R^2}{R + R_v}. \quad (3.20)$$

Значение I неизвестно, поэтому от абсолютных значений перейдем к относительным, т. е. вычислим относительную методическую погрешность

$$\delta_c = \frac{\Delta_c}{U} = \frac{-I \frac{R^2}{R + R_V}}{IR} = -\frac{R}{R + R_V}, \quad (3.21)$$

относительная погрешность не зависит от показаний приборов, а также от значения тока и напряжения в схеме. Она зависит только от соотношения сопротивлений.

Зная δ_c , найдем Δ_c и, следовательно, поправку ∇_c :

$$\nabla_c = -\Delta_c = \delta_c U_V = \frac{R}{R + R_V} \cdot U_V; \quad (3.22)$$

$$\nabla_c = 0,122 \text{ В.}$$

Значение поправки вносится в результат наблюдения и получается несмещенное значение измеряемого напряжения

$$\tilde{U} = U_V + \nabla_c; \quad (3.23)$$

$$\tilde{U} = 12,3 + 0,122 = 12,422 \text{ В.}$$

Далее определяются составляющие неисключенных остатков:

$\delta_1 = \delta = 1 \%$ – класс точности приборов;

$\delta_2 = \frac{C}{2V_{\text{верх}}} \cdot 100 \%$ – личностная погрешность,

где C – цена деления вольтметра, В/дел.;

$$\delta_2 = \frac{15}{150} \cdot \frac{1}{2 \cdot 15} \cdot 100 \% = 0,3 \%;$$

$\delta_3 = \delta_i = 0,5 \%$ – погрешность внутреннего сопротивления вольтметра;

$\delta_1 \div \delta_3$ – инструментальная погрешность;

$\delta_4 = \delta_R = \frac{1}{50} \cdot 100 \% = 2 \%$ – погрешность сопротивления R или модель-

ная погрешность.

Значение результирующей систематической погрешности можно определить по формуле (3.15) заменой σ_i на δ_i .

Расчет по выражению (3.15) проводится для двух значений k : при $P = 0,95$ и $P = 0,99$ в связи с тем, что имеются инструментальные и модельные погрешности:

для $P = 0,95$

$$\delta_{рез} = k \sqrt{\sum_{i=1}^m b_i^2 \delta_i^2}, \quad (3.24)$$

где коэффициенты $b_i = 1$; m – количество неисключенных остатков,

$$\delta_{рез} = 1,1 \sqrt{1^2 + 0,3^2 + 0,5^2 + 2^2} \approx 2,5 \%;$$

для $P = 0,99$ $\delta_{рез} \approx 3,2 \%$.

Далее определяются граничные значения измеряемой величины:

при $P = 0,95$ $\Theta_{рез} = \delta_{рез} \tilde{U}$; $\Theta_{рез} = 12,3 \cdot 0,025 = 0,31$ В;

при $P = 0,99$ $\Theta_{рез} = 12,3 \cdot 0,032 = 0,40$ В.

Результат измерения с округлением:

$$U = (12,4 \pm 0,4) \text{ В при } P = 0,99; \quad U = (12,4 \pm 0,3) \text{ В при } P = 0,95.$$

3.1.6. Обработка результатов наблюдений при наличии случайной погрешности

Погрешность Δ является случайной величиной. Она может быть представлена в виде:

$$\Delta = \Delta_c + \overset{o}{\Delta}, \quad (3.25)$$

где Δ_c – математическое ожидание величины Δ ; $\overset{o}{\Delta}$ – случайная величина с нулевым математическим ожиданием.

Неслучайную величину Δ_c называют систематической погрешностью, а $\overset{o}{\Delta}$ – случайной погрешностью. Если значение Δ_c известно, то систематическую погрешность можно исключить, приняв за окончательный результат измерения $x_{испр}$ – исправленный результат измерения.

$$x_{испр} = x - \Delta_c. \quad (3.26)$$

Случайную погрешность $\overset{o}{\Delta}$ исключить нельзя, так как неизвестно, какое конкретное значение приняла случайная величина $\overset{o}{\Delta}$ при данном измерении.

Для оценки влияния погрешности на результат измерения задаются положительными Δ_1 и Δ_2 и находят вероятность того, что измеряемая величина x_n заключена между $(x - \Delta_2)$ и $(x + \Delta_1)$. Интервал $[x - \Delta_2; x + \Delta_1]$ называется доверительным, а вероятность того, что x_n находится внутри этого интервала, – доверительной вероятностью P_δ . Можно показать, что

$$P_\delta = P[-\Delta_1 \leq \Delta \leq \Delta_2]. \quad (3.27)$$

Обычно выбирают $\Delta_1 = \Delta_2$. Тогда

$$P_\delta = P[|\Delta| \leq \Delta_1]. \quad (3.28)$$

Если известен дифференциальный закон распределения погрешности Δ , т. е. плотность вероятности $f(\Delta)$, то

$$P_\delta = \int_{-\Delta_1}^{\Delta_2} f(\Delta) d\Delta. \quad (3.29)$$

Числовые характеристики закона распределения $f(\Delta)$ – математическое ожидание Δ_c , дисперсия D и среднее квадратическое отклонение σ могут быть определены по формулам:

$$\Delta_c = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta f(\Delta) d\Delta; \quad (3.30)$$

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta - \Delta_c)^2 f(\Delta) d\Delta; \quad (3.31)$$

$$\sigma = \sqrt{D}. \quad (3.32)$$

При нормальном законе распределения погрешностей, пользуясь данными таблицы функции Лапласа $\Phi(z)$, можно определить

$$P_\delta = P[-\Delta_1 \leq \Delta \leq \Delta_2] = \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{\Delta_2 - \Delta_c}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{\Delta_1 + \Delta_c}{\sigma}\right) \right]. \quad (3.33)$$

При использовании функции Лапласа необходимо учитывать, что

$$\Phi(-z) = -\Phi(z). \quad (3.34)$$

В ряде случаев закон распределения погрешностей неизвестен, однако известны (обычно приближенно) его числовые характеристики Δ_c и σ . Тогда для грубой оценки снизу доверительной вероятности P_δ при заданном симметричном доверительном интервале Δ_1 можно воспользоваться неравенством Чебышева:

$$P(|\Delta - \Delta_c| \geq \Delta_1) \leq \frac{\sigma^2}{\Delta_1^2}. \quad (3.35)$$

откуда

$$P_\delta = P(|\Delta - \Delta_c| \leq \Delta_1) \geq 1 - \frac{\sigma^2}{\Delta_1^2}. \quad (3.36)$$

Если закон распределения погрешностей $f(\Delta)$, а также его числовые характеристики Δ_c и σ неизвестны, то можно определить их приближенно, располагая результатами независимых измерений (наблюдений) одной и той же величины. Приближенные значения величин Δ_c , σ называют оценками.

Если произведено n независимых наблюдений одного и того же известного значения x (например, с целью проверки прибора) и получены результаты x_1, x_2, \dots, x_n , то

$$\Delta_c \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - x; \quad (3.37)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x)^2}{n}}. \quad (3.38)$$

При неизвестной величине x (произведено n независимых наблюдений одного и того же неизвестного значения) найти оценку систематической погрешности Δ_c невозможно. Если в рассматриваемом случае можно пренебречь систематической погрешностью, то в качестве оценки истинного значения измеряемой величины следует принять среднее арифметическое результатов наблюдений:

$$x_u \approx x_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (3.39)$$

Среднее квадратическое отклонение величины x_{cp} определяется так:

$$\sigma_{cp} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2}{n(n-1)}}. \quad (3.40)$$

Среднее квадратическое отклонение каждого отдельного наблюдения, характеризующее точность метода измерения,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_{cp})^2}{n-1}}. \quad (3.41)$$

Предполагая, что закон распределения среднего арифметического результатов наблюдений близок к нормальному (имеет место при достаточно большом числе наблюдений), и пренебрегая систематической погрешностью, можно определить

$$P_{\delta} = P[-\Delta_1 \leq x_{cp} - x_u \leq \Delta_2] \approx \frac{1}{2} \left[\Phi\left(\frac{\Delta_2}{\sigma_{cp}}\right) + \Phi\left(\frac{\Delta_1}{\sigma_{cp}}\right) \right]. \quad (3.42)$$

Если известно, что погрешности отдельных наблюдений распределены по нормальному закону (параметры которого неизвестны), то вместо приближенной формулы (3.37) следует использовать точное выражение:

$$P_{\delta} = F_n\left(\frac{\Delta_1}{\sigma_{cp}}\right) + F_n\left(\frac{\Delta_2}{\sigma_{cp}}\right) - 1, \quad (3.43)$$

где $F_n(t)$ – интегральная функция распределения Стьюдента.

Выражение (3.43) справедливо для любых n , больших единицы.

Если число наблюдений n мало ($n < 10 \div 20$), а закон распределения погрешностей отдельных наблюдений нельзя считать близким к нормальному, то применение приближенного выражения (3.42) приводит к значительным погрешностям. В этом случае для грубой оценки величины P_{δ} имеет смысл использовать выражение (3.35), приняв в нем $\sigma = \sigma_{cp}$.

Если случайная величина Y связана с независимыми случайными величинами Y_1, Y_2, \dots, Y_n известной функциональной зависимостью

$Y = F(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$, то, зная математические ожидания $m_{y1}, m_{y2}, \dots, m_{yn}$ и средние квадратические отклонения $\sigma_{y1}, \sigma_{y2}, \dots, \sigma_{yn}$ величин Y_1, Y_2, \dots, Y_n , можно приближенно найти математическое ожидание m_y и среднее квадратическое отклонение σ_y величины Y по формулам:

$$m_y = F(m_{y1}, m_{y2}, \dots, m_{yn}); \quad (3.44)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{dF}{dy_i} \right)_m^2 \sigma_{yi}^2}, \quad (3.45)$$

где $\left(\frac{dF}{dy_i} \right)_m$ – частная производная функции $F(y_1, y_2, \dots, y_n)$ по y_i , взятая в точке $(m_{y1}, m_{y2}, \dots, m_{yn})$.

Пусть Y_1, Y_2, \dots, Y_n – случайные результаты прямых независимых измерений различных физических величин, а $Y = F(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ – результат косвенного измерения. Тогда среднее квадратическое отклонение σ случайной погрешности результата косвенного измерения можно найти по формуле

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{dF}{dy_i} \right)^2 \sigma_i^2}, \quad (3.46)$$

где σ_i – среднее квадратическое отклонение случайной погрешности результата прямого измерения Y_i , а в частности производная берется в точке y_1, y_2, \dots, y_n , соответствующей результатам прямых измерений.

Систематическая погрешность Δ_c результата косвенного измерения связана с систематическими погрешностями $\Delta_{c1}, \Delta_{c2}, \dots, \Delta_{cn}$ соответствующих прямых измерений соотношением

$$\Delta_c \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{dF}{dy_i} \right) \Delta_{ci}. \quad (3.47)$$

3.2. Задания для самостоятельного решения

3.2.1. Задача № 5. Обработка результатов наблюдений при однократном измерении

Аналоговым амперметром класса точности $\delta_{пр}$ с пределом I_d и шкалой 150 делений измеряется ток в цепи, содержащей сопротивление R . Сопротивление R имеет погрешность δ_R , а измерение выполняется при температуре окружающей среды $T_{окр}$, °С. Отсчетное устройство показывает N делений с округлением при отсчете до половины деления шкалы. Внутреннее сопротивление амперметра равно R_i . Температурная погрешность не превышает значения m основной на каждые ΔT , °С.

По данным варианта (табл. 3.2) записать результат измерения.

Температурная погрешность рассчитывается по формуле:

$$\delta_T = m\delta_{пр} \frac{|20 - T_{окр}|}{\Delta T}. \quad (3.48)$$

Т а б л и ц а 3.2

Исходные данные для задачи № 5

Заданная величина, размерность	Последняя цифра шифра									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R , Ом	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
$T_{окр}$, °С	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$\delta_{пр}$, %	0,1	0,2	0,5	1,0	1,5	0,1	0,2	0,5	1,0	1,5
N	140	137	132	145	138	141	122	127	131	148
I_d , А	20	10	1	0,5	15	10	1,5	2	4	1
R_i , Ом	0,1	0,5	4	0,7	0,5	0,2	3,7	5	7	5
δ_R , %	1,0	0,5	2,0	5,0	2,0	2,0	5,0	1,0	0,1	1,0
ΔT , °С	5	7	10	3	2	1	3	8	4	6
m	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	1,9	1,7	1,5	1,3	1,1

3.2.2. Задача № 6. Обработка результатов прямых измерений, содержащих случайные погрешности

Для определения достоверного значения измеряемого напряжения с заданной доверительной вероятностью P выполнен в одинаковых условиях и одним и тем же прибором ряд повторных измерений напряжения в количестве $n = 11$. По данным табл. 3.3 и считая, что погрешности распределены по нормальному закону, определить:

- а) среднее значение измеряемого напряжения;
- б) абсолютные погрешности и среднее квадратическое отклонение погрешности заданного ряда измерений;
- в) среднее квадратическое отклонение среднего арифметического;
- г) результат измерения и доверительный интервал для заданной доверительной вероятности.

Для решения задачи необходимо воспользоваться формулами (3.39) – (3.41), (3.43) и данными таблицы функции распределения Стьюдента (табл. 3.4).

Т а б л и ц а 3.3

Исходные данные для решения задачи № 6

Наименование заданной величины	Предпоследняя цифра шифра	Последняя цифра шифра									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Показание единичного измерения		139,52	72,08	50,25	100,64	80,75	120,25	93,32	60,48	113,32	132,13
		140,48	73,32	49,52	99,52	82,13	122,13	92,08	62,13	110,64	133,32
		142,13	70,75	52,08	100,48	81,36	119,52	90,75	60,25	112,13	132,08
		141,36	69,87	53,32	99,87	80,25	120,48	90,64	63,32	110,25	129,52
		140,25	70,64	50,48	100,75	79,52	121,36	89,87	60,75	110,75	129,87
		140,64	70,25	50,75	102,08	80,48	122,08	90,25	60,64	111,36	130,75
		139,87	71,36	79,87	103,32	82,08	123,32	91,36	61,36	109,87	134,36
		140,75	72,13	52,13	102,13	83,32	120,75	90,48	59,87	112,08	130,64
		143,32	70,48	51,36	101,36	80,64	119,87	89,52	59,52	109,52	130,48
		142,08	69,52	50,64	100,25	79,87	120,64	92,13	62,08	110,48	130,25
		140,50	71,58	51,65	101,01	80,07	121,05	90,52	60,13	111,01	135,55
Доверительная вероятность P	0; 5	0,9	0,999	0,95	0,98	0,99	0,995	0,9	0,98	0,99	0,999
	1; 6	0,95	0,98	0,9	0,99	0,995	0,999	0,98	0,99	0,9	0,95
	2; 7	0,98	0,9	0,995	0,95	0,999	0,98	0,995	0,95	0,98	0,9
	3; 8	0,99	0,95	0,98	0,9	0,98	0,9	0,95	0,999	0,995	0,98
	4; 9	0,995	0,99	0,99	0,999	0,95	0,99	0,999	0,9	0,999	0,995

Т а б л и ц а 3.4

Функция распределения Стьюдента

$$F_n(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{(n-1)\pi}\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)} \int_{-\infty}^t \left(1 + \frac{t^2}{n-1}\right)^{-n/2} dt$$

Т	n ⁻¹						
	1	2	3	4	5	10	∞
0,0	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,50000
0,2	563	570	573	574	575	577	57926
0,4	621	636	642	645	647	651	65542
0,6	672	695	705	710	713	719	72545
0,8	715	746	759	766	770	779	78814
1,0	0,750	0,789	0,804	0,813	0,818	0,830	0,84134
1,2	779	824	842	852	858	871	88493
1,4	803	852	872	883	890	904	91924
1,6	822	875	896	908	915	930	94520
1,8	839	894	915	927	934	949	96407
2,0	0,852	0,908	0,930	0,942	0,949	0,963	0,97725
2,2	864	921	942	954	960	974	98610
2,4	874	931	952	963	969	981	99180
2,6	883	938	960	970	976	987	99534
2,8	891	946	966	976	981	991	99744
3,0	0,898	0,952	0,971	0,980	0,985	0,993	0,99865
3,2	904	957	975	984	988	995	99931
3,4	909	961	979	986	990	997	99966
3,6	914	965	982	989	992	998	99984
3,8	918	969	984	990	994	998	99993
4,0	0,922	0,971	0,986	0,992	0,995	0,999	0,99997

3.3. Лабораторная работа 9

ИЗМЕРЕНИЕ СОПРОТИВЛЕНИЙ МЕТОДОМ ДВУХ ПРИБОРОВ

Цель работы: изучение косвенного метода измерения сопротивлений амперметром и вольтметром, выбор рациональной схемы включения приборов. Оценка точности измерения.

3.3.1. Основные теоретические положения

Измерение сопротивлений r_x с использованием амперметра и вольтметра производят по схеме, представленной на рис. 5.1. В основу метода положен закон Ома, согласно которому значение измеряемого сопротивления r_x' определяется по показаниям измерительных приборов:

$$r_x' = \frac{U}{I}. \quad (3.49)$$

Точность измерения сопротивления этим способом сравнительно невысока. Она ограничена классом точности применяемых измерительных приборов и систематической погрешностью метода. Последняя обусловлена влиянием собственных сопротивлений амперметра r_a и вольтметра r_v на результат измерения. Систематическая погрешность самого метода измерения исключается при учете этих сопротивлений измерительных приборов.

При расположении ручки переключателя Π в положении 1 (рис. 3.5) неизвестное сопротивление

$$r_x = \frac{U - Ir_a}{I} = \frac{U'}{I}. \quad (3.50)$$

Относительная систематическая погрешность метода, на величину которой внесена поправка, в этом случае определяется по формуле:

$$\delta = \frac{r_x' - r_x}{r_x} \cdot 100\% = \frac{r_a}{r_x} \cdot 100\% . \quad (3.51)$$

Когда переключатель П находится в положении 2, то

$$r_x = \frac{U}{I - \frac{U}{r_v}} = \frac{U}{I'} \quad (3.52)$$

Относительная систематическая погрешность метода, на величину которой внесена поправка, в этом случае находится по формуле:

$$\delta = \frac{r'_x - r_x}{r_x} \cdot 100\% = -\frac{r_x}{r_x + r_v} \cdot 100\% \quad (3.53)$$

Наибольшая возможная относительная погрешность при косвенном методе измерения сопротивления определяется по формуле:

$$\delta_r = \delta_U + \delta_I \quad (3.54)$$

Величины δ_U , δ_I – относительные неисключенные остатки систематической погрешности при измерении напряжения и тока соответственно вольтметром и амперметром, которые приближенно определяются классом точности K_n и их нормирующими значениями U_N и I_N .

Для 1-го положения переключателя:

$$\delta_U = \frac{\Delta U}{U'} \cdot 100\% = \frac{K_n U_N}{U'} \quad (3.55)$$

$$\delta_I = \frac{\Delta I}{I} \cdot 100\% = \frac{K_n I_N}{I} \quad (3.56)$$

где ΔU , ΔI – наибольшие абсолютные погрешности прямого измерения;
 U , I – показания приборов.

Когда переключатель находится в положении 2, формулы для δ_U , δ_I запишутся следующим образом:

$$\delta_U = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100\% = \frac{K_n U_N}{U} \quad (3.57)$$

$$\delta_I = \frac{\Delta I}{I'} \cdot 100\% = \frac{K_n I_N}{I'} \quad (3.58)$$

Абсолютная погрешность Δr_x , а также предел изменения действительного значения измеряемого сопротивления r_x определяются соотношением:

$$\Delta r_x = \pm \frac{r_x \delta_r}{100}. \quad (3.59)$$

3.3.2. Порядок выполнения работы

1) Собрать цепь, показанную на рис. 3.5, для косвенного измерения сопротивления r_x .

2) Установить на приборах заданные преподавателем пределы измерения. После проверки схемы подать напряжение.

3) Изменяя сопротивления потенциометра на входе, установить показания амперметра и вольтметра, соответствующие значениям, превышающим 1/3 шкалы. Произвести измерения заданного сопротивления для двух положений переключателя П, при этом выбранный предел измерения приборов не изменять. Результаты измерений записать в табл. 3.5.

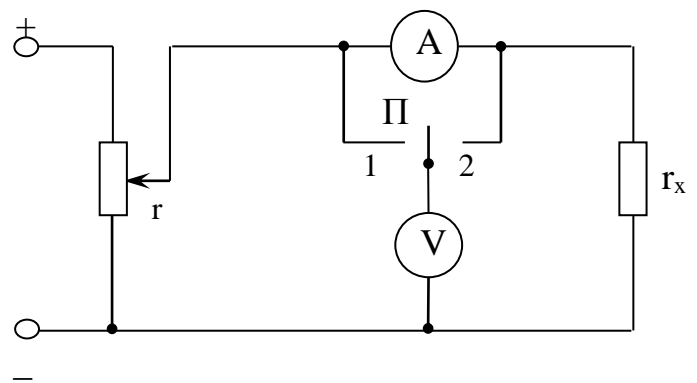


Рис. 3.5. Измерение сопротивления методом двух приборов

4) По номинальным значениям напряжений и токов измерительных приборов вычислить собственные сопротивления амперметра r_A и вольтметра r_V :

$$r_A = \frac{U_{NA}}{I_N}; \quad (3.60)$$

$$r_V = \frac{U_N}{I_{NV}}, \quad (3.61)$$

где U_{NA} – падение напряжения на амперметре при использованном пределе измерения амперметра I_N ;

I_{NV} – ток полного отклонения стрелки вольтметра при U_N . Номинальные значения U_{NA} , I_N , U_N , I_{NV} указываются на шкалах приборов.

5) Вычислить относительные погрешности прямых измерений по формулам (3.51), (3.53) для вольтметра и амперметра.

6) По результатам измерений произвести следующие вычисления:

а) сопротивлений r_x' и r_x – по формулам (3.49), (3.50), (3.52);

б) относительные погрешности определения сопротивлений δ_{r_x} – по выражению (3.54);

в) для двух исследуемых схем определить абсолютные погрешности Δr_x по формуле (3.59).

7) Результаты расчета и измерения занести в табл. 3.5, записать пределы изменения действительного значения измеряемого сопротивления в виде $r = r_x \pm \Delta r_x$

8) Сравнить значения относительных погрешностей для двух вариантов включения вольтметра и выбрать наиболее рациональную схему для данного измеряемого сопротивления.

9) Сравнить значения r_x' , r_x и соответствующие относительные погрешности. Сделать вывод: можно ли пренебречь систематической погрешностью метода и если можно, то при каких условиях.

3.3.3. Контрольные вопросы

1) Дать определение прямого и косвенного методов измерения.

2) Перечислить условия, на основании которых пренебрегают систематической погрешностью метода.

3) Как вычисляется относительная погрешность прямых измерений?

4) Как вычисляется систематическая погрешность метода для двух схем включения приборов?

5) Какая схема включения двух приборов целесообразна для измерения малых и средних сопротивлений?

3.4. Лабораторная работа 10

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ОДНОКРАТНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Цель работы: исследование составляющих систематической погрешности, обработка результатов однократных наблюдений.

3.4.1. Основные сведения из теории

При однократных наблюдениях имеет место лишь систематическая составляющая погрешности, информация о случайной погрешности отсутствует.

Систематическая погрешность Δ_c характеризует правильность измерений, т. е. степень близости полученного значения измеряемой величины (ИВ) к тому значению, которое может быть получено с максимально возможной точностью на данном этапе развития науки и измерительной техники.

Систематическая погрешность классифицируется по нескольким признакам, например: учитываемые погрешности, неисключенные остатки.

Учитываемые систематические погрешности, в свою очередь, характеризуются:

возможным вычислением с последующим введением поправок;

невозможным вычислением, но с возможной схмотехнической компенсацией.

Для определения неисключенных остатков ϑ необходимо выполнить комплекс исследований по их оценке. При этом решаются следующие задачи:

1) изучение природы источников возникновения систематической погрешности;

2) описание Δ_c ;

3) оценка размеров Δ_c ;

4) исключение Δ_c с помощью поправок;

5) исключение Δ_c без оценки ее размера;

6) проведение оценки неисключенных остатков.

После выполнения двух первых задач и определения составляющих Δ_{cj} ($j = 1, 2, \dots, k$) вычисляется результирующая систематическая погрешность $\Delta_{c.pez}$ (задача 3). Если известны знаки составляющих Δ_{cj} , то

$$\Delta_{c.pez} = \sum_{j=1}^k \Delta_{cj} \cdot \quad (3.61)$$

Для вычисления несмещенного результата определяется поправка (задача 4):

$$\nabla = -\Delta_{c.pez} \cdot \quad (3.62)$$

Оценка значения измеряемой величины осуществляется по выражению:

$$\tilde{X} = X + \nabla, \quad (3.63)$$

где X – результат наблюдения.

Имеют место случаи, когда оценку размера Δ_c выполнить невозможно, однако исключение Δ_c возможно путем схемных или других решений (задача 5).

Исследование неисключенных остатков \mathcal{G} (задача 6) предполагает выполнение следующей работы:

- анализ источников возникновения;
- оценка \mathcal{G}_i ($i = 1, 2, \dots, k$) по каждому источнику возникновения;
- оценка результирующей составляющей неисключенных остатков систематической погрешности.

Особенность исследования неисключенных остатков, представляющих собой составляющую систематической погрешности, заключается в том, что значения \mathcal{G}_i недетерминированы, т. е. представляют собой случайную величину, которую можно характеризовать средним квадратическим отклонением (СКО) σ_i .

Тогда \mathcal{G}_{pez} соответствует свое результирующее СКО:

$$\sigma_{рез} = \sqrt{\sum_{i=1}^k b_i^2 \sigma_i^2}, \quad (3.64)$$

где b_i – функция влияния \mathcal{G}_i на конечный результат.

Если неизвестно влияние значения СКО σ_i на конечный результат, то вводится гипотеза об одинаковом влиянии каждого компонента ($b_i = 1$).

В том случае, когда закон изменения каждого компонента неизвестен и нет возможности определить хотя бы его вид, вводится гипотеза о том, что отдельные компоненты неисключенных остатков распределены равномерно. Реализация этой гипотезы позволяет для каждого \mathcal{G}_i выбрать границы Θ_i , для $\mathcal{G}_{рез} - \Theta_{рез}$:

$$\Theta_{рез} = k \sqrt{\sum_{i=1}^m b_i^2 \Theta_i^2}, \quad (3.65)$$

где k – поправочный коэффициент, зависящий от числа компонентов и доверительной вероятности.

Зависимость k от числа компонентов слабая. Значения k при доверительной вероятности приведены в табл. 3.6.

Т а б л и ц а 3.6

Значение коэффициента k в зависимости
от доверительной вероятности

Доверительная вероятность	0,9	0,95	0,99	0,9978
Значение коэффициента	0,95	1,13	1,49	1,73

Результат измерения при доверительной вероятности p записывается в следующем виде:

$$X = \tilde{X} \pm \Theta_{рез}. \quad (3.66)$$

Значения \tilde{X} и $\Theta_{рез}$ округляются в соответствии с существующими правилами.

4) Рассчитать методическую погрешность при определении результатов наблюдений.

Действительное значение напряжения на сопротивлении R

$$U = IR. \quad (3.67)$$

Измеренное вольтметром значение напряжения на сопротивлении R

$$V = I \frac{Rr}{R+r}. \quad (3.68)$$

Абсолютная погрешность измерения

$$\Delta_c = V - U = -V \frac{R}{r}. \quad (3.69)$$

5) Определить поправку ∇_c и оценку результатов измерения U . Поправка определяется из соотношения:

$$\nabla_c = -\Delta_c. \quad (3.70)$$

Оценка результата наблюдений

$$\tilde{U} = V + \nabla_c. \quad (3.71)$$

б) Определить составляющие неисключенных остатков:

а) инструментальную погрешность δ_1 , вносимую классом точности измерительного прибора γ_{max} .

Инструментальная погрешность определяется по формуле:

$$\delta_1 = \frac{\gamma_{max} U_{ном}}{V}; \quad (3.72)$$

б) личностную погрешность (оператора) δ_2 .

Погрешность оператора

$$\delta_2 = 0,5 \frac{C_U}{U_{ном}} 100 \%, \quad (3.73)$$

где C_U – постоянная вольтметра, В/дел.;

в) инструментальную погрешность δ_3 , определяемую размытостью значения внутреннего сопротивления вольтметра (принять $\delta_r = 0,02 \%$);

г) погрешность модели δ_4 , определяемую размытостью модели ΔR .

7) Определить результирующую погрешность неисключенных остатков при $P = 0,95; 0,99$.

В соответствии с выражением (3.24)

$$\delta_{рез} = k \sqrt{\sum_{i=1}^n b_i^2 \delta_i^2}, \quad (3.74)$$

где $b_i = 1$, k - поправочный коэффициент (см. табл. 3.6)

8) Записать результат в измерения при $P = 0,95; 0,99$. Результат измерения представить в виде:

$$U = \tilde{U} \pm \Theta_{рез}, \quad (3.75)$$

где $\Theta_{рез}$ - граничное значение случайной величины,

$$\Theta_{рез} = \frac{\delta_{рез} \tilde{U}}{100}. \quad (3.76)$$

9) Показать на графике границы изменения значения измеряемой величины при $P = 0,95; 0,99$.

10) Результаты вычисления свести в табл. 3.8

3.4.3. Контрольные вопросы

- 1) Понятие систематической погрешности.
- 2) Классификация систематической погрешности по возможности ее учета.
- 3) Исследование систематической погрешности на этапе проведения эксперимента.
- 4) Оценка результирующей систематической погрешности и внесение поправок.
- 5) Задачи исследования неисключенных остатков.
- 6) Композиция неисключенных остатков.
- 7) Форма представления результата измерения.

3.5. Лабораторная работа 11

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТРОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕДСТВ ИЗМЕРЕНИЯ

Цель работы: исследование случайной погрешности входного сопротивления путем моделирования параметров элементов схемы при их серийном производстве.

3.5.1. Основные сведения из теории

3.5.1.1. Построение статистических моделей

Случайные погрешности проявляются в том, что повторные измерения одной и той же величины, казалось бы в одних и тех же условиях, приводят к результатам, отличающимся один от другого. При исследовании случайных погрешностей используется аппарат математической статистики и теории вероятностей, решающих две группы задач:

1) проверка статистических гипотез

– о соответствии эмпирической функции распределения выбранной теоретической;

– о промахах;

2) обработка результатов наблюдений при различных видах измерений:

– при прямых однородных;

– косвенных;

– совместных;

– корреляционно связанных.

В настоящей работе ставится задача проверки перечисленных статистических гипотез при прямых равноточных измерениях.

Результаты наблюдения входного сопротивления исследуемой цепи, собранной из серийно изготовленных резисторов, могут быть получены двумя путями:

выборочными измерениями входных сопротивлений электрических цепей, собранных из серийно изготовленных резисторов;

методом статистических испытаний (математическим моделированием действительных значений сопротивлений резисторов цепи в пределах допуска-

емых отклонений от номинальных с последующим вычислением входных сопротивлений).

В настоящей работе предлагается второй путь. При этом принимается во внимание, что распределение действительных значений сопротивлений резисторов в границах допустимых отклонений изменяется по равномерному закону распределения. Разыгрывается по 60 моделей каждого из резисторов исследуемой цепи.

Для составления моделей можно использовать равномерно распределенные случайные числа в интервале $[0;1]$. Так как интервалы, в которых моделируются характеристики, отличны от $[0;1]$, то необходимо произвести некоторые преобразования над случайными числами.

Закон равномерного распределения (см. рис. 3.7) аналитически записывается в виде:

$$P(X) = \frac{1}{b-a}, \quad (3.77)$$

где b , a - границы допустимого отклонения сопротивления резистора от номинального значения (максимальное и минимальное значения возможного разброса параметра).

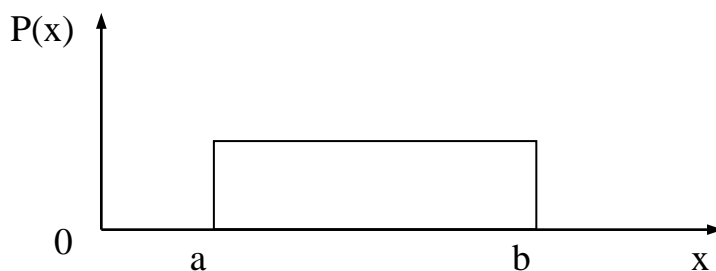


Рис. 3.7. Плотность равномерного распределения

Функция распределения для равномерного закона на интервале $[a, b]$

$$y_i = \int_a^{x_i} P(x) dx = \int_a^{x_i} \frac{1}{b-a} dx = \frac{x_i - a}{b-a}, \quad (3.78)$$

где x_i - значения сопротивления в интервале $[a, b]$ с равномерным законом распределения.

Из выражения (3.78) можно вычислить x_i :

$$x_i = a + y_i(b - a), \quad (3.79)$$

где y_i – случайные числа в интервале $[0; 1]$ (табл. 3.9).

Для определения модели входного сопротивления следует воспользоваться аналитическим выражением для расчета входного сопротивления исследуемой схемы замещения.

По полученным статистическим моделям параметров резисторов и входного сопротивления цепи строятся гистограммы. Шаг интервала гистограммы определяется в соответствии с формулой Стэджеса:

$$h = (x_{max} - x_{min}) / (1 + 3,322 \lg n), \quad (3.80)$$

где x_{max} и x_{min} – максимальное и минимальное значения моделей каждого из параметров;

n – число моделей.

За начало каждого интервала рекомендуется принимать величину $x_1 = x_{min} - h/2$; начало второго интервала совпадает с концом первого: $x_2 = x_1 + h$; начало третьего – с концом второго: $x_3 = x_2 + h$. Построение интервалов продолжают до тех пор, пока начало следующего по порядку интервала не будет больше x_{max} .

После установления шкалы интервалов следует сгруппировать результаты моделей. В интервал включаются данные, большие или равные нижней границе интервала и меньшие верхней границы. Вероятность попадания случайной величины в заданный интервал P_j^* определяется выражением:

$$P_j^* = \frac{n_j}{n}, \quad (3.81)$$

где n_j – число моделей, попадающих в каждый интервал.

3.5.1.2. Алгоритм критерия Пирсона

Исходя из вида кривой распределения $P^*(x)$ выдвигается гипотеза подчинения случайной величины закону распределения $P(x)$.

Т а б л и ц а 3.9

Значения случайных чисел, равномерно
распределенных на интервале $[0; 1]^*$

10097	32533	76520	13586	34673	54876
37542	04805	64894	74296	24805	24037
08422	68953	19645	09303	23209	02560
99019	02529	09376	70715	38311	31165
12807	99970	80157	36147	64032	36653
80959	09117	39292	74945	66065	74717
20636	10402	00822	91665	31060	10805
15953	34764	35080	33606	85269	77602
88676	74397	04436	27659	63573	32135
98951	16877	19171	76833	73796	45753
34072	76850	36697	36170	65813	39885
45571	82406	35303	42614	86779	07439
02051	65692	68665	74818	73053	85247
05325	47048	90553	57548	28468	28709
03529	64778	35808	34202	60935	20344
11199	29170	98520	17767	14905	68607
23403	09732	11805	05431	39808	27732
18623	88579	83452	99634	06288	98083
83491	25624	88685	40200	86507	58401
35273	88435	99594	67348	87517	64969
22109	40555	60970	93433	50500	73998
50725	68248	29405	24201	52775	67851
13746	70078	18475	40610	68711	77817
36766	67951	90364	76493	29609	11062
91826	08928	93785	61368	23478	34113
65481	17674	17468	50950	79335	51748
80124	35635	17727	08015	82391	90324
74350	99817	77402	77214	50024	23356
69915	26803	66252	29148	24892	09994
09893	20505	14225	68514	83647	76938

* Все значения, приведенные в таблице, увеличены в 10^5 раз.

Сравнение эмпирического $P^*(x)$ и теоретического $P(x)$ распределений производится с помощью специально подобранной случайной величины – критерия X^2 (Пирсона) для нормального закона распределения.

Проверка выполняется по следующему алгоритму.

1) Для полученной выборки входных сопротивлений $\{R_{\hat{a}\hat{o}i}\}$ определяют математическое ожидание

$$\bar{R}_{\hat{a}\hat{o}} = \frac{\sum_{i=1}^n R_{\hat{a}\hat{o}i}}{n} \quad (3.82)$$

и среднее квадратическое отклонение выборки

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_{\hat{a}\hat{o}i} - \bar{R}_{\hat{a}\hat{o}})^2}{n-1}}. \quad (3.83)$$

2) Для каждого интервала построенной гистограммы определяют середину $R_{\hat{a}\hat{o}.j}^{(0)}$ и подсчитывают число попавших в него наблюдений φ_j .

3) Вычисляют число наблюдений для каждого из интервалов, теоретически соответствующее нормальному распределению. Для этого от реальных середин $R_{\hat{a}\hat{o}.j}^{(0)}$ интервалов переходят к нормированным:

$$\varphi_{Tj} = \frac{h_j n}{\bar{\sigma}} f_T(Z_j); \quad (3.84)$$

$$Z_j = \frac{R_{\hat{a}\hat{o}.j}^{(0)} - \bar{R}_{\hat{a}\hat{o}}}{\bar{\sigma}}. \quad (3.85)$$

Вычисление $f_T(Z_j)$ ведется по табл. 3.10.

Если для некоторого интервала $\varphi_{Tj} < 5$, то интервал объединяется с соседним. Расчеты повторяются с п. 2 при $L' < L$ (L' – число интервалов после объединения). Определяют число степеней свободы, равное $L' - 3$.

4) Вычисляют показатель разности частот:

$$X^2 = \sum_{j=1}^{L'} \frac{(\varphi_{Эj} - \varphi_{Tj})^2}{\varphi_{Tj}}. \quad (3.86)$$

5) Задаются уровнем значимости q . Значение q выбирают из диапазона $0,02 \leq q \leq 0,1$.

6) По таблице Пирсона (табл. 3.11) находят теоретическое значение $X_T^2(p, L'-3)$, где $p = 1 - q$ – доверительная вероятность.

7) Сравнивают X^2 и X_T^2 и делают вывод. Если $X^2 > X_T^2$ - гипотеза о нормальности отвергается; если $X^2 \leq X_T^2$ – нет оснований отвергать гипотезу о нормальности.

Т а б л и ц а 3.11

Критические значения X^2 при доверительной вероятности P и числе степеней свободы $L' - 3$

Число степеней свободы $L' - 3$	Доверительная вероятность P					
	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99	0,999
4	5,99	7,78	9,49	11,67	13,28	18,5
5	7,29	9,24	11,07	13,39	15,09	20,5
6	8,56	10,64	12,59	15,03	16,08	22,5
7	9,80	12,02	14,07	16,60	18,50	24,30
8	11,03	13,36	15,51	18,20	20,10	26,1
9	12,24	14,68	16,90	19,70	21,70	27,9
10	13,44	15,99	18,30	21,20	23,20	29,6
11	14,63	17,30	19,70	22,60	24,20	31,30
12	15,80	18,50	21,00	24,10	26,20	32,9
13	17,00	19,80	22,40	25,50	27,70	34,5
14	18,20	21,10	23,70	26,90	29,10	36,1
15	19,30	22,30	25,00	28,30	30,60	37,7
20	25,00	28,40	31,40	35,00	37,60	45,3
30	36,30	40,30	43,80	48,00	50,90	59,7

3.5.1.3. Алгоритм проверки гипотезы о промах

Промах – неудачный результат наблюдения, который следует исключить. Предположим, что в выборке $\{R_{exi}\}$ значение R_{ex}^* представляет собой сомнительный результат. Следует решить вопрос: выбросить или оставить в выборке

значение R_{ex}^* . Исключение подобного результата из рассмотрения осуществляется с помощью следующего метода:

- 1) предполагается, что гипотеза о нормальном законе непротиворечива;
- 2) вычисляются среднее арифметическое \bar{R}_{ex}^* и среднее квадратическое отклонение $\tilde{\sigma}^*$ выборки без сомнительных результатов;
- 3) вычисляется значение

$$t = \frac{|R_{\text{ex}}^* - \bar{R}_{\text{ex}}^*|}{\tilde{\sigma}^*}. \quad (3.87)$$

Данные для доверительной вероятности и определенного числа результатов (без сомнительных) – $t_{\text{теор}}(P, n^*)$ приводятся в табл. 3.12. Если $t_{\text{теор}}(P, n^*) < t$, то R_{ex}^* – промах; если $t_{\text{теор}}(P, n^*) \geq t$, то нет оснований R_{ex}^* считать промахом.

Т а б л и ц а 3.12

Критические значения $t_{\text{теор}}(P, n^*)$

n^*	Доверительная вероятность				n^*	Доверительная вероятность			
	P					P			
	0,95	0,98	0,99	0,999		0,95	0,98	0,99	0,999
5	3,04	4,11	5,04	9,43	20	2,145	2,602	2,932	3,979
6	2,78	3,54	4,36	7,41	25	2,105	2,541	2,825	3,819
7	2,62	3,36	3,96	6,37	30	2,079	2,503	2,802	3,719
8	2,51	3,18	3,71	5,73	35	2,061	2,476	2,768	3,652
9	2,43	3,05	3,54	5,31	40	2,048	2,456	2,742	3,602
10	2,37	2,96	3,41	5,01	45	2,038	2,441	2,722	3,565
11	2,33	2,89	3,31	4,79	50	2,030	2,429	2,707	3,532
12	2,29	2,83	3,23	4,62	60	2,018	2,411	2,683	3,492
13	2,26	2,78	3,17	4,48	70	2,009	2,399	2,667	3,462
14	2,24	2,74	3,12	4,37	80	2,003	2,389	2,655	3,439
15	2,22	2,71	3,08	4,28	90	1,998	2,382	2,646	3,423
16	2,20	2,63	3,04	4,20	100	1,994	2,377	2,639	3,409
17	2,18	2,66	3,01	4,13	110	1,960	2,326	2,576	3,291

3.5.1.4. Запись результата измерений

При записи результата измерений предположим, что систематическая составляющая погрешности отсутствует. Тогда за оценку результата измерения следует принять математическое ожидание, т. е.

$$R_{\text{ex}} = \bar{R}_{\text{ex}}. \quad (3.88)$$

Для определения границ случайной погрешности вычисляется оценка среднего квадратического отклонения среднего арифметического:

$$\sigma_{\bar{R}_{\text{ex}}} = \tilde{S} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n'} (R_{\text{ex}i} - \bar{R}_{\text{ex}})^2}{n'(n'-1)}} \quad (3.89)$$

где n' – число наблюдений после удаления промахов.

Границы случайной погрешности определяются по выражению:

$$E = t_{cm}(p, \nu) \tilde{S}, \quad (3.90)$$

где $t_{cm}(p, \nu)$ – коэффициент Стьюдента (табл. 3.13);

p - заданное значение доверительной вероятности;

$\nu = n' - 1$ – число степеней свободы.

3.5.2. План выполнения работы

- 1) Получить у преподавателя вариант исследуемой электрической цепи.
- 2) Составить схему замещения. Параметры элементов схемы замещения привести в табл. 3.14.

Т а б л и ц а 3.13

Значение коэффициентов Стьюдента

Число степеней свободы ν	Доверительная вероятность P		
	0,9	0,95	0,99
1	6,31	12,71	63,66
2	2,92	4,30	9,92
3	2,53	3,18	5,84
4	2,13	2,78	4,60
5	2,02	2,57	4,03
6	1,94	2,45	3,71
7	1,90	2,37	3,50
8	1,86	2,31	3,36
9	1,83	2,26	3,25
10	1,81	2,23	3,17
12	1,78	2,18	3,06
14	1,76	2,15	2,98
16	1,75	2,12	2,92
18	1,73	2,10	2,88
20	1,73	2,09	2,85
22	1,72	2,07	2,82
24	1,71	2,06	2,80
26	1,71	2,06	2,76
28	1,70	2,05	2,76
30	1,70	2,04	2,75
∞	1,64	1,96	2,58

Т а б л и ц а 3.14

Параметры элементов схемы замещения

Номер элемента	$(R \pm \Delta R)$, Ом	R_{min} , Ом	R_{max} , Ом
1			
2			
3			
4			

3) Методом статистических испытаний разыграть по 60 моделей каждого резистора (см. п. 3.5.1.1). Результаты испытаний привести в табл. 3.15.

Т а б л и ц а 3.15

Результаты статистических испытаний

Номер испытаний	Параметры моделей, Ом				Входное сопротивление $R_{ex i}$, Ом
	R_{1i}	R_{2i}	R_{3i}	R_{4i}	
1					
2					
3					
...					
60					
					$\sum_{i=1}^{60} R_{ex i}$

4) Построить эмпирические распределения параметров элементов и входного сопротивления (п. 3.5.1.1).

Результаты обработки статистического ряда для каждого резистора заданной цепи и входного сопротивления свести в табл. 3.16.

Т а б л и ц а 3.16

Результаты обработки статистического ряда

Номер интервала j	Граница интервала	Число моделей интервала n_j	Вероятность попадания случайной величины в интервал P_j^*
1			
2			
...			
L'			
		$\sum_{j=1}^{L'} n_j$	$\sum_{j=1}^{L'} P_j^*$

5) Исследовать экспериментальный закон распределения входного сопротивления цепи на соответствие нормальному теоретическому. Заполнить табл. 3.17.

6) Проверить гипотезу о наличии промахов.

7) Записать результат измерения входного сопротивления.

3.5.3. Контрольные вопросы

1) Понятие случайной погрешности. Критерии учета.

2) Проблема исследования систематической погрешности.

3) Статистическая устойчивость множества результатов наблюдения.

4) Случайные величины и способы их описания.

5) Функция распределения случайной величины.

6) Точечные характеристики случайной величины.

7) Задачи математической статистики в отношении результатов наблюдений.

8) Понятие доверительного интервала и доверительной вероятности.

9) Оценка доверительного интервала.

10) Способы оценивания доверительного интервала независимо от вида результатов наблюдения.

11) Практические рекомендации по выбору доверительной вероятности.

12) Критериальный подход к проверке статистических гипотез.

13) Проверка гипотезы о промахах.

14) Проверка гипотезы об однородности выборки.

15) Алгоритм обработки результатов наблюдений при прямых равно- точных измерениях.

Т а б л и ц а 3.17

Результаты исследования входного сопротивления на соответствие
условиям нормального теоретического распределения

Номер интервала j	Границы интервала	Число наблюдений, попавших в интервал $\varphi_{эj}$	Середина интервала $R_{эj}^{(0)}$	$Z_j = \frac{R_{эj}^{(0)} - \bar{R}_{эx}}{\tilde{\sigma}}$	$f_T(Z_j)$	$\varphi_{mj} = \frac{h_j n}{\tilde{\sigma}} f_m(Z_j)$	$\frac{(\varphi_{эj} - \varphi_{mj})^2}{\varphi_{mj}}$
1							
2							
...							
L'							
		$\sum_{j=1}^{L'} n_j$					$\sum_{j=1}^{L'} \frac{(\varphi_{эj} - \varphi_{mj})^2}{\varphi_{mj}}$

3.6. Лабораторная работа 12

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ЛИНЕЙНЫХ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Цель работы: освоение способа обработки результатов линейных косвенных измерений.

3.6.1. Основные сведения из теории

Косвенные измерения – это измерения, при которых значение измеряемой величины Y определяется путем прямых измерений других величин, например, x_1, x_2, \dots, x_m , которые связаны априорно известной функциональной зависимостью:

$$Y = F(x_1, x_2, \dots, x_m). \quad (3.91)$$

По виду функциональной зависимости различают косвенные измерения с линейной зависимостью между измеряемой величиной и измеряемыми аргументами, косвенные измерения с нелинейной зависимостью между этими величинами и косвенные измерения с зависимостью между этими величинами смешанного типа.

При обработке результатов линейных косвенных измерений зависимость (3.91) примет вид:

$$Y = \sum_{\alpha=1}^m b_{\alpha} x_{\alpha}. \quad (3.92)$$

Обработка результатов измерений может быть разделена на четыре блока.

Блок 1. Вычисление оценочного значения результатов измерений \bar{Y} .

Оценка \bar{Y} осуществляется по следующему алгоритму:

1) в имеющейся выборке $\{x_{\alpha i}\}$ ($i=1, 2, \dots, n$) по каждому x_{α} учесть, оценить и внести поправку на величину систематической погрешности

$$\nabla_{\alpha} = -\Delta_{\alpha}, \quad (3.93)$$

где Δ_{α} – систематическая погрешность. Получим несмещенную выборку $\{x'_{\alpha i}\}$;

- 2) выбрать доверительную вероятность P ;
- 3) проверить гипотезу о соответствии экспериментального f_3 и теоретического f_T закона распределения;
- 4) исследовать и исключить промахи. Получим новую выборку $\{x'_{\alpha i}\}$ ($i=1, 2, \dots, n'$);
- 5) вычислить математическое ожидание

$$\bar{x}_\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n'} x'_{\alpha i}}{n'}; \quad (3.94)$$

- 7) определить оценочное значение результата измерений

$$\tilde{Y} = \sum_{\alpha=1}^m b_\alpha \bar{x}_\alpha, \quad (3.95)$$

где $b_\alpha = 1$ – коэффициент влияния.

Блок 2. Вычисление неисключенных остатков систематической погрешности \mathcal{G}_y . Неисключенные остатки \mathcal{G}_y вычисляются по следующему алгоритму:

- 1) по всем $x'_{\alpha i}$ определяется $\mathcal{G}_{\alpha\beta}$ (β – номер возникновения погрешности) и оценивается граничное значение $\Theta_{\alpha\beta}$;
- 2) в предположении равномерности распределения найти для каждого резистора и измерения

$$\Theta_{\alpha i} = k \sqrt{\sum_{\beta=1}^p b_{\alpha\beta}^2 \Theta_{\alpha\beta}^2}, \quad (3.96)$$

где k – коэффициент, значения которого приведены в табл. 3.18;

p – количество источников возникновения неисключенных остатков;

$b_{\alpha\beta} = 1$ – коэффициент влияния неисключенного остатка;

- 3) для каждого резистора найти результирующее граничное значение

$$\Theta_\alpha = \sqrt{\sum_{i=1}^{n'} \frac{\Theta_{\alpha i}^2}{n'(n'-1)}}; \quad (3.97)$$

4) предполагая, что все составляющие \mathcal{G}_α имеют нормальное распределение и все границы Θ_α вычислены для одной и той же доверительной вероятности, определить границы результирующей погрешности входного сопротивления

$$\Theta_y = \sqrt{\sum_{\alpha=1}^m b_\alpha^2 \Theta_\alpha^2}, \quad (3.98)$$

где $b_\alpha=1$ – коэффициент влияния.

Блок 3. Оценка случайной погрешности. Случайная погрешность вычисляется по следующему алгоритму:

1) определить дисперсию составляющих косвенного измерения:

$$S_\alpha = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n'} (x'_{i\alpha} - \bar{x}_\alpha)^2}{n'(n'-1)}}; \quad (3.99)$$

2) при отсутствии корреляционной связи между составляющими косвенного измерения случайную погрешность результата можно определить по выражению:

$$S_y = \sqrt{\sum_{\alpha=1}^m b_\alpha^2 S_\alpha^2}. \quad (3.100)$$

Блок 4. Оценка итоговой результирующей погрешности. Границу общей погрешности приближенно можно определить по выражению:

$$\Delta_y = k_\Sigma S_\Sigma, \quad (3.101)$$

где $k_\Sigma = \frac{t_{cm} S_y + \Theta_y}{S_y + \frac{\Theta_y}{\sqrt{3}}}$ – аналог суммарного коэффициента Стьюдента;

$S_\Sigma = \sqrt{\frac{\Theta_y^2}{3} + S_y^2}$ – аналог суммарного среднеквадратического отношения;

$t_{cm}(P, \nu_{эф})$ – коэффициент Стьюдента (см. табл. 3.13);

$$V_{эф} = \frac{(\sum_{\alpha=1}^m b_{\alpha}^2 S_{\alpha}^2)^2}{\sum_{\alpha=1}^m \frac{b_{\alpha}^4 S_{\alpha}^4}{n'+1}} - 2 - \text{число степеней свободы.}$$

3.6.2. План выполнения работы

1) Косвенным методом измерить входное сопротивление четырех последовательно соединенных резисторов (рис. 3.8).

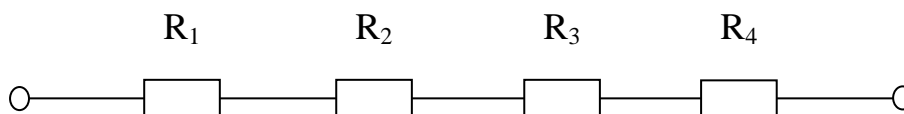


Рис. 3.8. Схема соединения резисторов

Прямые измерения выполнить для четырех номинальных значений ($\alpha = 4$) по десять раз ($i=10$) каждого номинала по схеме, приведенной на рис. 3.9.

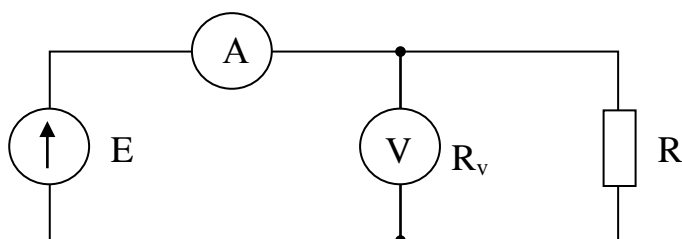


Рис. 3.9. Схема проведения измерений

Источник питания – идеальный с номинальным напряжением $E = 10 \text{ В}$, вольтметр и амперметр многопредельные приборы магнитоэлектрической системы.

Параметры приборов:

$R_{V1} = 3 \text{ кОм}$ – внутреннее сопротивление вольтметра при $U_{ном1} = 3 \text{ В}$;

$R_{V2} = 300 \text{ Ом}$ – внутреннее сопротивление вольтметра при $U_{ном2} = 0,3 \text{ В}$;

$\gamma = 0,2 \%$ – класс точности вольтметра и амперметра;

$\alpha_{max} = 150 \text{ дел.}$ – максимальное число делений шкалы.

Результаты наблюдений свести в табл. 3.18.

Результаты наблюдений при измерениях

i	Значение $R_{\alpha i}$, Ом			
	$\alpha = 1$	$\alpha = 2$	$\alpha = 3$	$\alpha = 4$
1				
2				
3				
...				
10				

2) Используя выражение (3.82), определить оценочное значение входного сопротивления $\tilde{R}_{\text{вх}}$. Для этого по каждому $R_{\alpha i}$ вводится поправка, вносимая внутренним сопротивлением вольтметра. Несмещенное значение сопротивления определяется по выражению:

$$R'_{\alpha i} = R_{\alpha i} + \delta_c R_{\alpha i}, \quad (3.102)$$

где $\delta_c = -\frac{R_{\alpha i}}{R_{\alpha i} + R_v}$ – относительная систематическая погрешность при измерении по схеме, приведенной на рис. 3.9.

Результаты измерений и расчетов сопротивлений R_{li} свести в табл. 3.19.

Таблицы обработки результатов наблюдений сопротивлений R_{2i} , R_{3i} , R_{4i} аналогичны табл. 3.19.

Обработка результатов прямых измерений
сопротивлений резисторов R_{li} , Ом

Номер наблюдения i	R_{li}	R'_{li}	$(R'_{li} - \bar{R}_1)^2$
1			
2			
...			
10			
Сумма	—	—	$\Sigma (R'_{li} - \bar{R}_1)^2$

3) Используя выражения (3.96) – (3.98), вычислить неисключенные остатки систематической погрешности входного сопротивления. Оценить четыре следующих β при измерении сопротивления каждого резистора:

погрешность, вносимую классом точности вольтметра,

$$\Theta_{\alpha 1} = \frac{\gamma_{max} U_{ном}}{100I}, \quad (3.103)$$

где $I = \frac{E}{R_a + \frac{RR_v}{R + R_v}}$;

погрешность, определяемую личностными качествами оператора,

$$\Theta_{\alpha 2} = 0,5 \frac{C_v}{I} = \frac{0,5 \cdot U_{ном}}{I}; \quad (3.104)$$

погрешность, вносимую размытостью внутреннего сопротивления вольтметра (из паспортных данных принять $\delta_{\alpha 3} = 0,02\%$), $\Theta_{\alpha 3}$;

погрешность модели

$$\Theta_{\alpha 4} = R'_{\alpha i} - \bar{R}_\varepsilon. \quad (3.105)$$

Оценив составляющие неисключенных систематических погрешностей, найти границы погрешности $\Theta_{\alpha i}$ для каждого $R'_{\alpha i}$, результирующее значение границ погрешности каждого номинала Θ_α и границы результирующей погрешности входного сопротивления Θ_Y . Результаты вычислений неисключенных остатков сопротивления резисторов R_i свести в табл. 3.20.

Т а б л и ц а 3.20

Оценка неисключенных остатков систематической погрешности резисторов R_{i1} , Ом

Номер Наблюдения i	$\Theta_{\alpha 1}$	$\Theta_{\alpha 2}$	$\Theta_{\alpha 3}$	$\Theta_{\alpha 4}$	$\Theta_{\alpha i}$	$\Theta_{\alpha i}^2$
1						
2						
...						
10						
Сумма	Σ	Σ	Σ	Σ	—	Σ

Результаты вычислений неисключенных остатков резисторов R_{2i} , R_{3i} , R_{4i} свести в таблицы, аналогичные табл. 3.20.

Результирующие граничные значения Θ_α и границу результирующей погрешности входного сопротивления свести в табл. 3.21.

Т а б л и ц а 3.21

Итоги расчета неисключенных остатков систематической погрешности, Ом

Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	Θ_Y

Используя выражения (3.99), (3.100), найти дисперсии каждого резистора S_α и последовательного соединения S_Y .

1) Рассчитать результирующую погрешность косвенного измерения по выражению (3.101) при доверительной вероятности $P = 0,95$.

2) Записать результат косвенного измерения последовательного соединения резисторов $R = \tilde{R}_{ex} \pm \Delta_Y, P, \Theta_Y, S_Y$.

3.6.3. Контрольные вопросы

- 1) Дать определение косвенных измерений.
- 2) Отличие косвенных измерений от прямых.
- 3) Метод приведения, его недостатки и преимущества.
- 4) Линейные косвенные измерения. Структура общего алгоритма определения погрешностей.
- 5) Особенности обработки косвенных измерений при нелинейной форме уравнения связи.
- 6) Результат измерения при косвенных измерениях.

Библиографический список

1. Черемисин В. Т., Тигеева Т. А., Шкреба В. Ф. Основы метрологии и электрические измерения / Омский ин-т инж. ж.-д. трансп. Омск, 1986. Ч. 1. 41 с.; Ч. 2. 38 с.
2. Тигеева Т. А., Черемисин В. Т. Основы метрологии и электрические измерения / Омский ин-т инж. ж.-д. трансп. Омск, 1989. Ч. 1.; 26 с., Ч. 2. 20 с.
3. Тигеева Т. А., Черемисин В. Т. Метрология, стандартизация и управление качеством / Омский ин-т инж. ж.-д. трансп. Омск, 1993. Ч. 1. 39 с.
4. Вострокнутов Н. Н. Цифровые измерительные устройства. Теория погрешностей, испытания, поверка. М.: Энергоатомиздат, 1990. 208 с.
5. Классен К. Б. Основы измерений. Электронные методы и приборы в измерительной технике. М.: Постмаркет, 2000. 352 с.
6. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений. Л.: Энергоатомиздат, 1985. 248 с.
7. Основы метрологии и электрические измерения: Учебник для вузов / Под ред. Е. М. Душина. 6-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат, 1987. 480 с.
8. Харт Х. Введение в измерительную технику: Пер. с нем. М.: Мир, 1999. 391 с.
9. Рабинович С. Г. Погрешности измерений. Л.: Энергия, 1978. 262 с.
10. Электрические измерения / Под ред. А. В. Фремке, Е. М. Душина. 5-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергия, 1980.

КАЗАЧКОВ Владимир Семенович,
КУЗНЕЦОВ Андрей Альбертович,
ПЕТРОВ Святослав Иванович,
ЧЕРЕМИСИН Василий Титович

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ И СПОСОБЫ
ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЯ

Учебное пособие

Редактор Н. А. Майорова

×××

Лицензия ИД № 01094 от 28.02.2000.

Подписано в печать 2003. Формат 60×84 $\frac{1}{16}$.

Плоская печать. Бумага писчая.

Усл. печ. л. 8,0. Уч.-изд. л. 7,9.

Тираж 300 экз. Заказ

××

Редакционно-издательский отдел ОмГУПСа
Типография ОмГУПСа

×

644046, г. Омск, пр. Маркса, 35