Предложим простейшую знакоопределенную функцию Ляпунова $V=e^2$:

$$W=\frac{dV}{dt}=\frac{\partial V}{\partial e}\frac{de}{dt}=2e\frac{de}{dt}.$$

После подстановки (5.9), получим:

$$W=-2e\left[e+K_1F(e)\right]\frac{1}{T_1}=-2e\left[e+K_1F'(e)\cdot e\right]\frac{1}{T_1}.$$

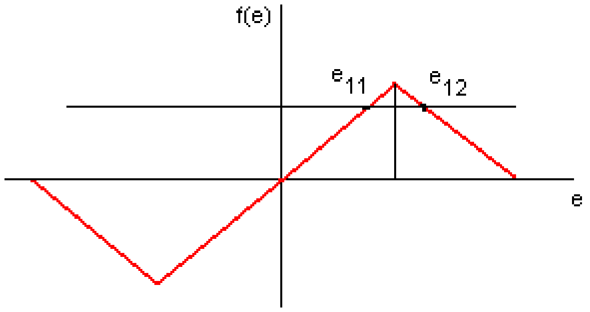

Рисунок 5.4 – Характеристика нелинейного звена

Область 1: положение равновесия в точке e_{11}:

$$\begin{cases} e=0; & W=0 \\ e>0; & W<0 \;\; при \;\; F'(e)>0 \\ e<0; & W<0 \;\; при \;\; \left[e+K_1F'(e)\right]<0. \end{cases}$$

Отсюда следует, что область 1 – область устойчивости, т.к. функция W<0 является знакоопределенной отрицательной во всех точках исследуемого пространства, кроме начала координат.

Область 2: положение равновесия в точке e_{12}.

Эта область будет областью неустойчивости, если W>0.

$$\begin{cases} e=0; & W=0 \\ e>0; & W>0 \;\; при \;\; F'(e)<0, \;\; если \;\; \left[1+K_1F'(e)\right]<0 \;\; или \;\; \left|K_1F'(e)\right|>1 \\ e<0; & тоже \quad самое. \end{cases}$$

6 Лекция №6. Частотный критерий абсолютной устойчивости состояния равновесия

Данный критерий, автором которого является В.М. Попов, непосредственно применим к одноконтурной нелинейной САР с однозначной статической характеристикой нелинейного элемента и устойчивой линейной частью ЛЧ.

Класс нелинейности в данном случае определяется по принадлежности статической характеристики нелинейного элемента углу между двумя прямыми с угловыми коэффициентами k и r (k > r), т.е. по выполнению неравенства $rx \leq F(x) \leq kx$ (рисунок 6.1). В частности, r может быть равно 0, как и принято в критерии Попова для $0 \leq F(x) \leq kx$.

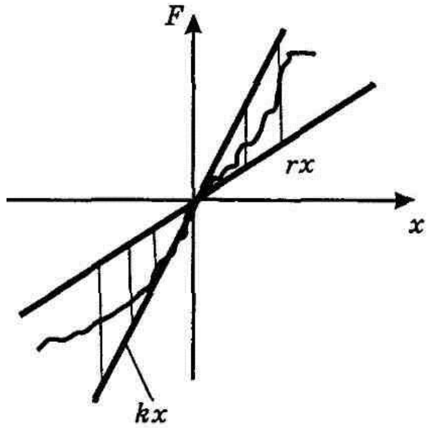

Рисунок 6.1 - Статические характеристики НЭ

Этот критерий дает достаточное условие устойчивости состояния равновесия в точке x=0. Состояние равновесия устойчиво, если выполняется неравенство:

$$\mathrm{Re}\{(1+j\omega q)W_{Л}(j\omega)\}+\frac{1}{k}>0, \tag{6.1}$$

где q - произвольная вещественная величина и $0 \leq \omega \leq \infty$.

Проще использовать графический вариант критерия, для вывода которого примем $W_л(j\omega) = U_л(\omega) + jV_л(\omega)$ и преобразуем неравенство (6.1) к виду:

$$U_{Л}(\omega)-q\omega V_{Л}(\omega)+\frac{1}{k}>0. \tag{6.2}$$

В дальнейшем перейдем к преобразованной АФХ линейной части САР:

$$W_{ЛП}(\omega)=U_{ЛП}(\omega)+jV_{ЛП}(\omega), \tag{6.3}$$

где $U_{лп}(\omega) = U_л(\omega)$, $V_{лп}(\omega) = \omega V_л(\omega)$.

Следовательно, преобразование состоит из умножения мнимой части $W_л(j\omega)$ на соответствующее значение частоты.

С учетом (6.3) неравенство (6.2) примет вид:

$$U_{ЛП}(\omega)-qV_{ЛП}(\omega)+\frac{1}{k}>0. \tag{6.4}$$

Запишем равенство, получаемое из (6.4) заменой знака неравенства на знак равенства:

$$U_{ЛП} - qV_{ЛП} + \frac{1}{k} > 0. \tag{6.5}$$

Это уравнение прямой Попова, которая проходит через точку (-1/k; j0) вещественной оси с произвольным угловым коэффициентом, определяемым значением q.

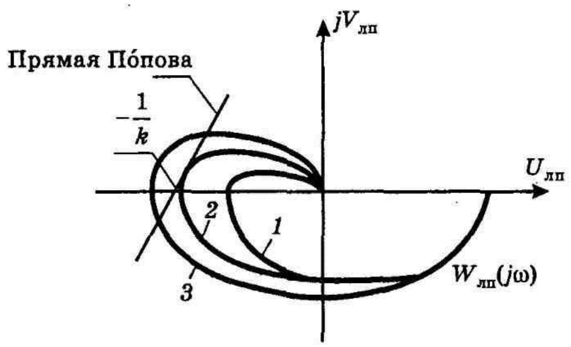

Рисунок 6.2 - Графический метод определения устойчивости

Неравенство (6.4), а значит, и (6.1), будут выполняться правее прямой Попова, так как увеличение $U_{лп}$ при $V_{лп}$ = const делает левую часть (6.5) положительной. Отсюда следует геометрическая интерпретация критерия: чтобы состояние равновесия САР было устойчиво, достаточно провести прямую Попова, расположенную целиком слева от преобразованной АФХ ее линейной части. Приведенным на рисунке 6.2 графикам АФХ соответствуют следующие состояния равновесия: 1 - устойчивое, 2 - на границе устойчивости, 3 - неустойчивое. При выпуклой АФХ получается такой же результат, как и по критерию Найквиста при замене нелинейности F(x) на kx. Такие САР называют устойчивыми в гурвицевом угле [0, k].

Достоинство рассматриваемого критерия в том, что сложность исследования не возрастает с увеличением порядка уравнения и не требуется выбирать функцию Ляпунова.

Частотный метод исследования абсолютной устойчивости получил значительное развитие по следующим направлениям:

– при неустойчивости линейной части;
– для исследования устойчивости процесса;
– для определения степени устойчивости;
– для расчета корректирующих устройств;
– для построения алгебраического критерия в виде условия положительности рационального полинома и выделения областей абсолютной устойчивости.