ISSN 2010-7242

O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI FANLAR AKADEMIYASI

O`ZBEKISTON RESPUBLIKASI AXBOROT TEXNOLOGIYALARI
VA KOMMUNIKATSIYALARINI RIVOJLANTIRISH VAZIRLIGI

INFORMATIKA VA ENERGETIKA MUAMMOLARI
O'zbekiston jurnali

Узбекский журнал
ПРОБЛЕМЫ ИНФОРМАТИКИ И ЭНЕРГЕТИКИ

Uzbek Journal
OF THE PROBLEMS OF INFORMATICS AND ENERGETICS

5
2021

FAN VA TEXNOLOGIYA

МУНДАРИЖА

Информатика ва бошқарув

Энергетика

Ахборотли ва телекоммуникацияли технологиялар

5. Коновалов В.Ф. Динамическая устойчивость тракторов.М. Машиностроение, 1981. – 143с.
6. Тимофеев А.Н. Теория устойчивости движения мобильных сельскохозяйственных машин. (Прямой метод Ляпунова)/ Тимофеев А.Н., Флайнер Н.Н. М., 1981. – 43 с.
7. Надыкто В.Т. Перспективное направление создания комбинированных и широкозахватных МТА// Тракторы и сельскохозяйственные машины. 2008. №3. С.26–30.
8. Ляпунов А.М. Общая задача об устойчивости движения. М.: Гостехиздат, 1950. – 472 с.
9. Мартынюк А.А. Динамика и устойчивость движения колесных транспортных машин / Мартынюк А.А., Лобас Л.Г., Никитина Н.В. Киев: Техника, 1981. – 223 с.
10. Azimov B.M., Yakubjanova D.K., Kubaev S.T. Modeling and optimal control of motion of cotton harvester MH-2.4 under horizontal oscillations. //International jurnal of advanced research in science, engineering and technology. Vol. 5. 2018. Is. 9. P. 6906–6914.
11. Azimov B.M., Yakubjanova D.K. Imitation Modeling and Calculation of the Parameters of Lateral Forces Components of Guide Wheels of Cotton Harvester MH-1.8//International journal of advanced research in science, engineering and technology. Vol. 5. 2028.Is. 1. P. 5024–5032.

Научно-исследовательский институт развития цифровых технологий и искусственного интеллекта при Министерстве по развитию информационных технологий и коммуникаций Республики Узбекистан
Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий

Дата поступления
15.10.2021

УДК 519.816

Ч.З.ОХУНБОБОЕВА, А.С.КАБИЛЬДЖАНОВ

ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ РЕГРЕССИОННЫХ МОДЕЛЕЙ В ЗАДАЧАХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ОБЪЕКТОВ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Рассмотрены математические аспекты применения регрессионных моделей в задачах многокритериальной параметрической оптимизации объектов сельскохозяйственного назначения. Описана методика скаляризации векторного критерия оптимальности с последующим сглаживанием на основе минимаксной и среднестепенной сверток. Приведены результаты решения задачи многокритериальной оптимизации технологического процесса сепарации камней вычесывателем корневищ сорняков и растительных остатков с применением полиномиальных моделей и метода гладкой оптимизации.

Ключевые слова: объекты сельскохозяйственного назначения, регрессионные модели, многокритериальная оптимизация, скаляризация, заклинивание, сглаживание, гладкая оптимизация.

Ч.З.Охунбобоева, А.С.Кабильджанов

Қишлоқ хўжалиги объектларини кўп мезонли параметрик оптималлаштириш муаммоларида регрессия моделларини қўллашнинг ўзига хос хусусиятлари

Регрессия моделларини қишлоқ хўжалиги объектларини кўп ўлчовли параметрли оптималлаштириш масалаларида қўллашнинг математик жиҳатлари кўриб чиқилди. Минимакс ва ўртача даража конволюцияга асосланиб, кейинчалик текислаш билан векторнинг мақбуллиги мезонини скаларизация қилиш техникаси тавсифланган. Полиномиал моделлар ва силлиқ оптималлаштириш усули ёрдамида бегона ўтлар ризомлари ва ўсимлик қолдиқларини тозалаш воситаси билан тошларни ажратиш технологик жараёнини кўп мезонли оптималлаштириш масаласини ҳал қилиш натижалари келтирилган.

Калит сўзлар: қишлоқ хўжалиги объектлари, регрессия моделлари, кўп мезонли оптималлаштириш, скаларизация, тиқилиб қолиш, текислаш, силлиқ оптималлаштириш.

Ch.Z. Okhunboboeva, A.S. Kabildjanov

Specific features of application of regression models in problems of multi-criterial parametric optimization of agricultural facilities

Mathematical aspects of the application of regression models in problems of multicriteria parametric optimization of agricultural objects are considered. The technique of scalarization of the vector optimality criterion with subsequent smoothing based on minimax and mean- degree convolutions is described. The results of solving the problem of multicriteria optimization of the technological process of separating stones with a stripper of weed rhizomes and plant residues using polynomial models and the method of smooth optimization are presented.

Keywords: agricultural objects, regression models, multicriteria optimization, scalarization, jamming, smoothing, smooth optimization.

Введение. Объекты сельскохозяйственного назначения (СХН) включают ирригационные, мелиоративные системы, их сооружения и технику, предназначенные для орошения земельных территорий, а также поддержания хороших гидрологических, почвенных и агроклиматических условий с целью повышения эффективности использования земельных и водных ресурсов для получения высоких и устойчивых урожаев сельскохозяйственных культур [1, 2].

Практическое осуществление перечисленных выше целей вызывает необходимость решения задачи оптимизации конструктивных и режимных параметров объектов СХН, которую в математической постановке можно записать следующим образом:

$$y \to \max_{x \in \Omega_x} \text{ (или min) при } y \in \Omega_y, \tag{1}$$

где $y = (y_1, y_2, \ldots, y_k)$ – выходные параметры объекта СХН, определяющие качество его функционирования (частных критериев оптимальности); $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ – входные параметры объекта СХН (варьируемые конструктивные и режимные параметры); Ω_x – область допустимых решений, задаваемая с помощью прямых ограничений на входные параметры: $a_i \le x_i \le b_i$ либо $\alpha_i(x_j) \le x_i \le \beta_i(x_j)$; i=1,n; $i \ne j$; a_i, b_i – заданные минимально и максимально допустимые значения изменения параметра x_i; α_i, β_i – заданные функции; Ω_y – область допустимых значений, задаваемая с помощью функциональных ограничений на выходные параметры: $y_i \le t_i$; $y_j \ge t_j$; $y_k = t_k$.

Задача (1) не является стандартной из-за векторного критерия оптимальности и наличия функциональных ограничений на выходные параметры, в силу чего встречает ряд трудностей вычислительного характера [3–5].

Большинство численных методов оптимизации работают со скалярными критериями оптимальности. Использование же в этой связи существующих методов скаляризации векторных критериев оптимальности на практике приводит к проблеме «овражности» целевой функции и некорректности задачи оптимизации в целом [6–8]. Решение данной проблемы может быть осуществлено при помощи методов регуляризации [6]. Однако данные методы являются нетривиальными и требуют больших вычислительных затрат.

Кроме того, частные критерии оптимальности могут быть не только нейтральными по отношению друг к другу, кооперироваться, но и конкурировать один с другим. Например, технологические и экономические критерии.

Решение. На практике в качестве математических моделей объектов СХН наиболее часто используются регрессионные модели [9–11], которые в общем случае имеют следующий вид:

- мультипликативные $y = a_0 \cdot \prod_{i=1}^{n} \varphi_i(x_i, a)$; (2)
- аддитивные $y = a_0 + \sum_{i=1}^{n} \varphi_i(x_i, a)$; (3)
- линейно-параметрические $y = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i$; (4)
- неполные квадратичные по входным параметр

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i + \sum_{i,j=1;\, i<j}^{n} a_{ij} x_i x_j, \tag{5}$$

- квадратичные по входным параметрам

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_i + \sum_{i,j=1;\, i<j}^{n} a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{n} a_{ii} x_i^2, \tag{6}$$

где $a = (a_1, a_2, ..., a_l)$ – вектор параметров математической модели.

Общая детерминированная задача принятия оптимального решения для объектов СХН с использованием регрессионных моделей (2–6) формализуется следующим образом:

$$f_i(x) \to \min_{x \in \Omega_x}; \quad (i = \overline{1,k}), \tag{7}$$

где $\Omega_x = \left\{ x \in R^n \middle| f_i(x) \le t_i;\ i = \overline{1,k};\ a_j \le x_j \le b_j;\ j = \overline{1,n} \right\}$.

Предположение того, что каждый из выходных параметров $y_i = f_i(x, a);\ i = \overline{1,k}$ необходимо минимизировать, не ограничивает общности постановки задачи многокритериальной оптимизации, так как максимизация некоторой функции $f(x)$ эквивалентна минимизации $-f(x)$ или $f^{-1}(x)$. При этом лишь следует учитывать, что изменение знака на противоположный или введение обратной функции приводит к изменению знака неравенства в $f_i(x) \le t_i;\ i = \overline{1,k}$ на противоположный.

Введем некоторые запасы, являющиеся оценкой степени выполнения функциональных ограничений $f_i(x) \le t_i;\ i = \overline{1,k}$ в (7) вида

$$z_i(x, a) = [(t_i - f_i(x, a)) \ / \ \delta_i - 1] \ge 0;\ \alpha_i \ge 0;\ \sum_{i=1}^{k} \alpha_i = 1, \tag{8}$$

где δ_i – оценка рассеяния i-го выходного параметра, которая задается, исходя из практических соображений, либо определяется с помощью метода статистических испытаний; α_i – весовые коэффициенты, определяющие относительную значимость отдельных критериев f_i.

В результате имеем многокритериальную задачу оптимизации

$$z_i(x, a) \to \max_{x \in D};\ i = \overline{1,k}, \tag{9}$$

где D – множество, в котором прямые ограничения на варьируемые параметры с помощью соответствующей замены, например $x_j = x_{jmax} + (x_{jmin} - x_{jmax}) * sin^2(x'_j)$, переведены в функциональные.

Примем в качестве целевой функции максиминную свертку векторного критерия (9), что приведет к следующему обобщенному показателю:

$$F(x) = \min_{i=1,k} z_i\ (x,a) \to \max_{x \in D}. \qquad (10)$$

Функционал (10) не является гладким, что существенно усложняет ситуацию и требует применения специальных оптимизационных процедур, которые отличаются высокой сложностью [7, 8]. Применим процедуру сглаживания исходного функционала с последующим обращением к методам гладкой оптимизации [8, 12].

Воспользовавшись свойством гладкости показательной функции [13] и тем, что

$arg\ z_i\ (x,a)\ = arg\left[exp\left(-z_i(x,a)\ \right)\right]$, перепишем задачу (10) следующим образом:

$$\max_i\left[\exp\left(-z_i(x,a)\right)\right] \to \min_{x \in D}. \qquad (11)$$

Приняв $\varphi_i(x,a) \triangleq exp\ [-z_i(x,a)]$ и применив среднестепенную свертку к (10), с учетом (11), окончательно имеем

$$F(x) = \sum_{i=1}^{k} \varphi_i^{\gamma}(x,a) \to \min_{x \in D}; \quad \gamma = 1,2,..., \qquad (12)$$

где γ – коэффициент, вводимый для управления сходимостью в окрестности точки оптимума.

В результате приходим к следующему модифицированному критерию оптимальности

$$F(x) = \sum_{i=1}^{k} \exp[-\gamma \cdot z_i(x,a)] \to \min_{x \in D}; \quad \gamma = 1,2,... \qquad (13)$$

Утверждение. Гладкость $F(x)$ в (13) обеспечивается одновременным выполнением трех условий:

$$\begin{cases} 1)\ \xi_{ij}(X) \text{ определена в точке } X_0 \text{ и некоторой ее окрестности;} \\ 2)\ \text{существует } \lim\limits_{X \to X_0} \xi_{ij}(X); \\ 3)\ \lim\limits_{X \to X_0} \xi_{ij}(X) = \xi_{ij}(X_0) \end{cases} \qquad (14)$$

для всех $i = \overline{1,k}; j = \overline{1,n}; X_0 \in \Omega_x$, где $\xi_{ij}(x) = f_i(x,a)'_{x_j}$ – частная производная i-й функции по j-му входному параметру.

Выполнение условий (14) соответствует непрерывности частных производных $f_i(x,a)'_{x_j}$; $i = \overline{1,k}; j = \overline{1,n}$.

Доказательство. По определению гладкая функция имеет непрерывную производную и сумма гладких функций на всем множестве определения есть гладкая функция [13, 14]. Таким образом, для того, чтобы функционал $F(x)$ в (13) был гладким, необходимо выполнение условия гладкости функций $\exp[-\gamma \cdot z_i(x,a)]$; $i = \overline{1,k}$ на множестве определения $\Omega_x = \left\{x \in R^n \middle| a_j \le x_j \le b_j; j = \overline{1,n}\right\}$.

Запишем функцию $\exp[-\gamma \cdot z_i(x,a)]$ в виде $e^{-\eta_i(x)}$, где из (8) следует, что $\eta_i(x) = \gamma \cdot z_i(x,a) = \gamma \cdot \alpha_i[(t_i - f_i(x,a))/\delta_i - 1] \ge 0$.

Производная функции $e^{-\eta_i(x)}$ равна $-e^{-\eta_i(x)} \cdot \eta_i'(x)$. Так как $\eta_i(x)$ на множестве определения Ω_x является непрерывной вещественной функцией и по определению $\eta_i(x) \ge 0$, на основе своих свойств функция $e^{-\eta_i(x)}$ непрерывна и монотонно убывающая [14, 15]. Производная $\eta_i'(x)$ с учетом того, что $\gamma, \alpha_i, t_i, \delta_i$; $i = \overline{1,k}$ являются положительными вещественными числами, после преобразования имеет следующий вид:

$$\eta_i'(x) = \frac{\gamma \cdot \alpha_i}{\delta_i} f_i'(x,a) = \frac{\gamma \cdot \alpha_i}{\delta_i} \sum_{j=1}^{n} f_i'(x,a)_{x_j} dx_j\,, \tag{15}$$

где $f_i'(x,a)_{x_j}$ – частная производная функции $f_i(x,a)$ по параметру x_j.

Из выражения (15) следует, что необходимым условием непрерывности производной $\eta_i'(x)$ является непрерывность функций $\xi_{ij}(x) = f_i(x,a)_{x_j}'$; $j = \overline{1,n}$ в каждой точке множества Ω_x. По определению функция нескольких переменных $\xi(x_1, x_2, ..., x_n)$ является непрерывной в точке X_0, если выполняются следующие три условия: 1) $\xi(X)$ определена в точке X_0 и некоторой ее окрестности; 2) существует $\lim\limits_{X \to X_0} \xi(X)$; 3) $\lim\limits_{X \to X_0} \xi(X) = \xi(X_0)$.

Исходя из вышеизложенного, можно утверждать, что ранее принятые условия гладкости $F(x)$ в (13) являются справедливыми, а следовательно, приведенное утверждение доказано.

Рассмотрим особенности применения регрессионных моделей (2) – (6) при решении задачи многокритериальной параметрической оптимизации объектов СХН в постановке (13). Уравнения частных производных $f(x,a)_{x_j}'$; $j = \overline{1,n}$ для регрессионных моделей (2) – (6) в общем виде можно записать следующим образом:

- для модели (2) – $\prod\limits_{\substack{i=1 \\ i \ne j}}^{n-1} \varphi_i(x_i, a) \cdot \varphi_j(x_j, a)'_{x_j}$; $j = \overline{1,n}$, (16)
- для модели (3) – $\varphi_j(x_j, a)'_{x_j}$; $j = \overline{1,n}$, (17)
- для модели (4) – a_j; $j = \overline{1,n}$, (18)
- для модели (5) – $a_j + a_{ij} \sum\limits_{\substack{i=1 \\ i \ne j}}^{n-1} x_i$; $j = \overline{1,n}$, (19)
- для модели (6) – $a_j + a_{ij} \sum\limits_{\substack{i=1 \\ i \ne j}}^{n-1} x_i + 2 \cdot a_{jj} \cdot x_j$; $j = \overline{1,n}$. (20)

Используя свойства непрерывных функций на основе полученных выражений (16) – (20), можно сделать следующие выводы.

Из выражения (16) следует, что для непрерывности частных производных $f(x,a)^{'}_{x_j}$; $j=\overline{1,n}$ в регрессионной модели (2) необходимо, чтобы непрерывными были функции $\varphi_i(x_i,a)$; $i=\overline{1,n}$ и частные производные $\varphi_j(x_j,a)^{'}_{x_j}$; $j=\overline{1,n}$. Для регрессионной модели (3) условием непрерывности частных производных $f(x,a)^{'}_{x_j}$; $j=\overline{1,n}$ является непрерывность частных производных $\varphi_j(x_j,a)^{'}_{x_j}$; $j=\overline{1,n}$.

Регрессионные модели (4) – (6) имеют непрерывные частные производные $f(x,a)^{'}_{x_j}$; $j=\overline{1,n}$ на всем множестве определения Ω_x.

Практическая реализация. Описанная схема многокритериальной параметрической оптимизации в постановке (13) была применена для мелиоративного процесса сепарации камней вычесывателем корневищ сорняков и растительных остатков. Математическая модель агрегата для вычесывания корневищ сорняков в безразмерном масштабе имеет следующий вид:

$$\hat{y}_1 = 79.55 - 1.01x_2 - 2.37x_3 + 8.07x_4 + 16.57x_5 + 1.80x_1x_2 - 0.92x_1x_5 - -0.96x_3x_5 - 5.71x_4x_5 + 3.33x_1^2 + 3.08x_2^2 - 5.17x_4^2 - 17.00x_5^2; \quad (21)$$

$$\hat{y}_2 = -0.31x_1 - 1.02x_2 + 0.39x_3 + 0.33x_4 + 0.38x_5 + 3.92x_1^2 + 4.13x_2^2 + + 2.82x_3^2 + 3.07x_4^2 - 3.20x_5^2, \quad (22)$$

где y_1 – степень сепарации камней предохранительными барабанами вычесывателя корневищ сорняков; y_2 – потери корневищ сорняков; $x_i \in [-1,1]$; $i=\overline{1,5}$.

Математические модели (21) – (22) приведены в работе [9].

Множество допустимых решений определялось как

$$W_n = Y\,3\,X = \{Y\,O\,R^k \,|y_1\ i\ 60\%; y_2\ J\ 10\%; X\,O\,R^n \,|-1\ J\ x_i\ J\ 1; i=\overline{1,5}\}. \quad (23)$$

Оценки рассеяния значений выходных параметров выбирались следующим образом: $d_1 = d_2 = 20\%$. При формировании оптимизационной задачи (13) функциональные ограничения $y_1\ i\ t_1$ заменялись на ограничения противоположного типа $-y_1\ J\ -t_1$ путем умножения обеих частей неравенства на -1. Задача оптимизации в постановке (13) решалась методом покоординатного спуска для различных наборов значений a_i; $i=\overline{1,2}$.

Программная реализация задачи многокритериальной оптимизации в постановке (13) методом покоординатного спуска осуществлялась в среде Delphi 7 на персональном компьютере с процессором Intel(R) Pentium(R) CPU 4560 3.50 Ггц и оперативной памятью 8 Гбайт.

Время решения задачи многокритериальной оптимизации для всего набора комбинаций значений a_1 и a_2 составило 1 минуту 53 секунды.

Результаты решения задачи оптимизации агрегата для вычесывания корневищ сорняков и растительных остатков приведены в таблице.

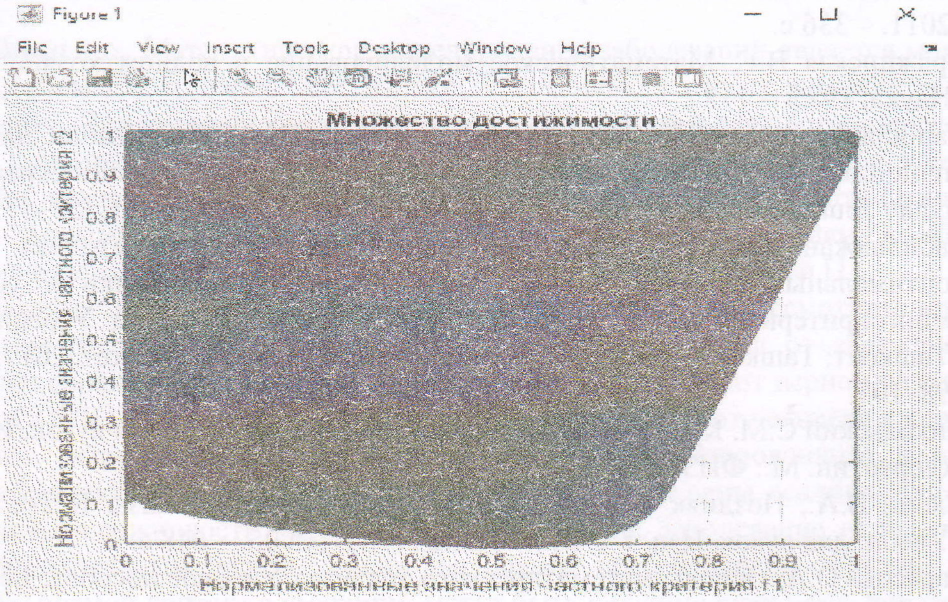
Зеленым цветом выделены те строки таблицы, в которых решение задачи многокритериальной оптимизации принадлежит множеству достижимости Ω_F, т.е. выполняются функциональные ограничения одновременно по обоим выходным параметрам. Жирным шрифтом отмечены ситуации, в которых нарушены функциональные ограничения хотя бы по одному из выходных параметров. Множество достижимости приведено на рисунке, где выходные параметры даны в нормализованном виде. Нормализация производилась по формуле

$$f_i(x) = \frac{y_i(x) - y_i^{\min}}{y_i^{\max} - y_i^{\min}} \in [0,1], \; i = \overline{1,2}, \qquad (24)$$

где $y_i^{\max} = \max y_i(x)$; $y_i^{\min} = \min y_i(x)$; $i = 1,2$.

Результаты решения задачи оптимизации параметров агрегата для вычесывания корневищ сорняков и остатков

№	α_1	α_2	$y_i;\ i=\overline{1,2}$	$y_1 - t_1$	$t_2 - y_2$	F	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	0	1	y_1=78.14379 y_2=0.102740	18.143	9.897	2.00247	0.0395	0.1235	-0.0691	-0.0537	-0.0594
2	0.1	0.9	y_1=82.20257 y_2=0.17387	22.202	9.926	2.00221	0.045	0.1202	-0.1184	0.0636	0.1401
3	0.2	0.8	y_1=83.83632 y_2= 0.35072	23.836	9.649	2.00188	0.0494	0.1124	-0.1842	0.1509	0.24
4	0.3	0.7	y_1=84.77812 y_2=0.66038	24.778	9.339	2.0015	0.0534	0.0963	-0.2706	0.2229	0.2986
5	0.4	0.6	y_1=85.5158 y_2=1.05783	25.515	8.942	2.0011	0.0501	0.056	-0.3868	0.2861	0.3368
6	0.5	0.5	y_1=91.08267 y_2=6.55125	31.082	3.448	2.00068	1.0	0.7185	-0.5468	0.3088	0.3471
7	0.6	0.4	y_1=93.47845 y_2=9.21298	33.478	0.787	1.9999	1.0	1.0	-0.7917	0.3324	0.3724
8	0.7	0.3	y_1=94.12429 y_2=**10.3233**	34.124	-0.323	1.99905	1.0	1.0	-1.0	0.3682	0.3903
9	0.8	0.2	y_1=94.16474 y_2=**10.44315**	34.164	-0.443	1.99819	1.0	1.0	-1.0	0.403	0.3992
10	0.9	0.1	y_1=94.18488 y_2=**10.55556**	34.184	-0.555	1.99732	1.0	1.0	-1.0	0.4351	0.4057
11	1	0	y_1=94.19065 y_2=**10.6618**	34.19	-0.661	1.99645	1.0	1.0	-1.0	0.4648	0.4105



Множество достижимости Ω_F

Выводы. Из полученных результатов следует, что предложенная схема решения многокритериальной задачи параметрической оптимизации многомерных объектов, формализованная в виде модифицированного критерия оптимальности

(13), является весьма эффективной. Применение на практике модифицированного критерия оптимальности (13) позволяет обойти трудности, обусловленные неопределенностью целей и присущей подобным задачам некорректности [6, 8]. При этом появляется возможность получения решения задачи многокритериальной параметрической оптимизации многомерных объектов с использованием простейших методов гладкой оптимизации, подобных методу покоординатного спуска, реализация которых не требует больших вычислительных ресурсов и времени.

ИСПОЛЬЗОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Указ Президента Республики Узбекистан «О мерах по эффективному использованию земельных и водных ресурсов в сельском хозяйстве». Ташкент, 17 июня 2019 г., № УП-5742. URL: https://lex.uz/docs/4378524.
2. Сангирова У.Р. Ирригация и мелиорация в Узбекистане//Вестник науки и образования. Научно-методический журнал. «Проблемы науки». Ч. 2. М., 2019. №3(57).С. 19–21.
3. Черноруцкий И.Г. Методы принятия решений. Спб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416 с.
4. Кини Р. Л., Райфа Х. Принятие решений при многих критериях: предпочтения замещения/ Под ред. Шахнова И.Ф. М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
5. Ногин В. Д. Принятие решений в мнсгокритериальной среде: количественный подход. Изд. 2-е, испр. и доп. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. –151с.
6. Тихонов А.Н., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Регуляризующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука, 1990. – 230 с.
7. Черноруцкий И.Г. Оптимальный параметрический синтез. Электротехнические устройства и системы. Л: Энергоиздат, 1987. – 110 с.
8. Кабидьджанов А.С. Нечеткая аппроксимация в задачах оптимального параметрического синтеза технических объектов// Узбекский журнал «Проблемы информатики и энергетики». Ташкент, 2016. №5. С. 23–32.
9. Аугамбаев М., Иванов А., Терехов Ю. Основы планирования научно-исследовательского эксперимента: Учебное пособие.Ташкент: Укитувчи, 2011. – 336 с.
10. Пряжинская В.Г. Математическое моделирование в водном хозяйстве. М.: Наука, 1985. – 113 с.
11. Kabildjanov A.S., Okhunboboyeva Ch.Z. Synthesis of optimization models of multidimensional objectsin conditions of inhomogeneity of statistics experimental data// Journal of «Sustainable Agriculture».Tashkent, 2018. №1. С. 52–57.
12. Кабильджанов А.С., Охунбабаева Ч., Авазбаев А.А. Методика выбора оптимальных значений параметров мелиоративной техники в условиях многокритериальности// Журнал «Вестник аграрной науки Узбекистана». Ташкент: Ташкентский государственный аграрный университет. 2017. №4. С. 98–105.
13. Никольский С.М. Курс математического анализа: Учебник для вузов. Изд. 6-е, стереотип. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. –592 с.
14. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Основы математического анализа: В 2-х ч. Ч. I. Учебн. для вузов. Изд. 7-е. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 648 с.
15. Тарасова О.А. Основы математического анализа. Учебное пособие. Белгород: НИУБелГУ, 2018. – 33 с.

Национальный исследовательский университет «Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства»

Дата поступления 01.11.2021