ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ

План

- Непрерывно-детерминированные модели (D-схемы)
- Дискретно-детерминированные модели (F-схемы)

1. Непрерывно-детерминированные модели (D-схемы)

Особенностью непрерывно-детерминированного подхода является применение в качестве математических моделей дифференциальные уравнений. Дифференциальными уравнениями называются такие уравнения, в которых неизвестными являются функции одной или нескольких переменных, причем в уравнение входят не только функции, но и их производные различных порядков. Если неизвестные — функции многих переменных, то уравнения называются уравнениями в частных производных, в противном случае при рассмотрении функции только одной независимой переменной уравнения называются обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Обычно в таких математических моделях в качестве независимой переменной, от которой зависят неизвестные искомые функции, служит время t.

Тогда математическое соотношение для детерминированных систем (4.6) в общем виде будет

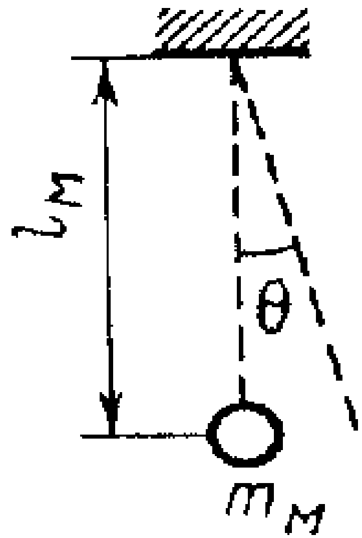
$$\vec{y}' = \vec{f}(\vec{y}, t); \vec{y}(t_0) = \vec{y}_{0,} \tag{5.1}$$

где $\vec{y}' = {}^{d\,\vec{y}}\!/_{dt}$, $\vec{y} = (y_1, y_2, ..., y_n)$ и $\vec{f} = (f_1, f_2, ..., f_n)$ — *n*-мерные векторы; $f(\vec{y}, \vec{t})$ — вектор-функция, которая определена на некотором *(n + 1)*-мерном $(\vec{y}, t)$ множестве и является непрерывной.

Так как математические схемы такого вида отражают динамику изучаемой системы, т. е. ее поведение во времени, то они называются *D-схемами* (англ. dynamic). В простейшем случае обыкновенное дифференциальное уравнение имеет вид

$y' = f(y, t)$.

- Наиболее важно для системотехники приложение D-схем в качестве математического аппарата в теории автоматического управления. Для иллюстрации особенностей построения и применения D-схем рассмотрим простейший пример формализации процесса функционирования двух элементарных систем различной физической природы:
- механической $S_М$ (колебания маятника, рис. 1);



электрической S_X (колебательный контур, рис. 2).

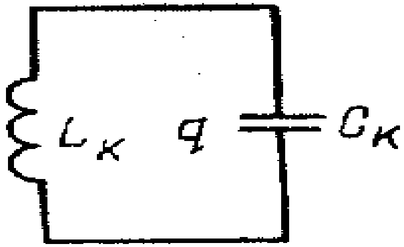


Рис 2.

Процесс малых колебаний маятника описывается обыкновенным дифференциальным уравнением

$$m_M l_M^2 \left[d^2\theta(t)/dt^2\right] + m_M g l_M \theta(t) = 0,$$

где m_M, l_M — масса и длина подвеса маятника; g — ускорение свободного падения; в $\theta(t)$ — угол отклонения маятника в момент времени *t*. Из этого уравнения свободного колебания маятника можно найти оценки интересующих характеристик.

Аналогично, процессы в электрическом колебательном контуре описываются обыкновенным дифференциальным уравнением

$$L_X\left[d^2q(t)/dt^2\right] + \left[q(t)/C_X\right] = 0,$$

где L_X, C_X — индуктивность и емкость конденсатора; *q(t)* — заряд конденсатора в момент времени *t*.

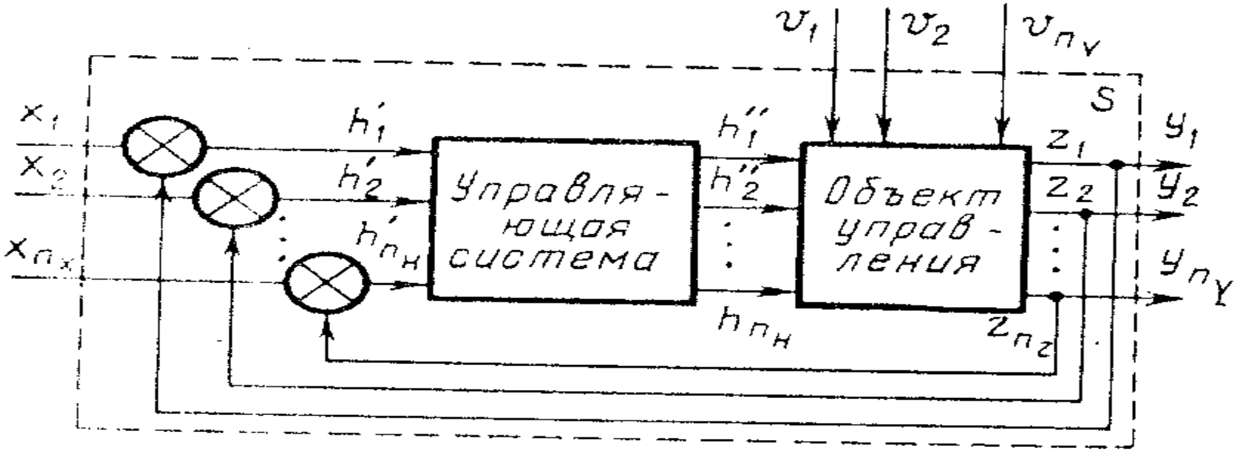
Из этого уравнения можно получить различные оценки характеристик процесса в колебательном контуре.

Очевидно, что, введя обозначения $h_0 = m_M l_M^2 = L_X$, $h_1 = 0$, $h_2 = m_M g l_M = 1/C_X$, $\theta(t) = q(t) = z(t)$, получим обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка, описывающее поведение замкнутой системы:

$$h_0\left[d^2z(t)dt^2\right] + h_1\left[dz(t)/dt\right] + z_2 z(t) = 0 \tag{5.3}$$

где h_0, h_1, h_2 — параметры системы; *z(t)* — состояние системы в момент времени *t*.

- С точки зрения общей схемы математической модели *x(t)* является входным (управляющим) воздействием, а состояние системы S в данном случае можно рассматривать как выходную характеристику, т. е. полагать, что выходная переменная совпадает с состоянием системы в данный момент времени *y = z.*
- При решении задач системотехники важное значение имеют проблемы управления большими системами. Следует обратить внимание на системы автоматического управления — частный случай динамических систем, описываемых D-схемами и выделенных в отдельный класс моделей в силу их практической специфики.
- Описывая процессы автоматического управления, придерживаются обычно представления реального объекта в виде двух систем: управляющей и управляемой (объекта управления). Структура многомерной системы автоматического управления общего вида представлена на (рис. 3), где обозначены эндогенные переменные: — вектор входных (задающих) воздействий; — вектор возмущающих воздействий; — вектор сигналов ошибки; — вектор управляющих воздействий; независимые переменные: — вектор состояний системы S; — вектор выходных   s переменных, обычно .



- Системы, для которых ошибки управления $h'(t) = 0$ во все моменты времени, называются *идеальными*. На практике реализация идеальных систем невозможна. Таким образом, ошибка $h'(t)$ — необходимый субстрат автоматического управления, основанного на принципе отрицательной обратной связи, так как для приведения в соответствие выходной переменной $y(t)$ ее заданному значению используется информация об отклонении между ними. Задачей системы автоматического управления является изменение переменной $y(t)$ согласно заданному закону с определенной точностью (с допустимой ошибкой). При проектировании и эксплуатации систем автоматического управления необходимо выбрать такие параметры системы ***S***, которые обеспечили бы требуемую точность управления, а также устойчивость системы в переходном процессе.
- Если система устойчива, то представляют практический интерес поведение системы во времени, максимальное отклонение регулируемой переменной $y(t)$ в переходном процессе, время переходного процесса и т. п. Выводы о свойствах систем автоматического управления различных классов можно сделать по виду дифференциальных уравнений, приближенно описывающих процессы в системах.

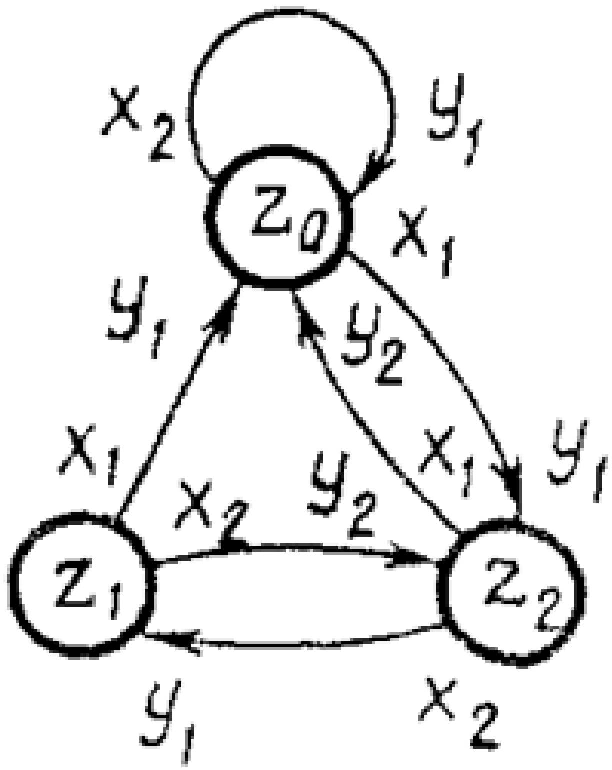
Дискретно-детерминированные модели (F-схемы)

- Дискретно-детерминированный подход характерен тем, что в качестве математического аппарата на этапе формализации процесса функционирования систем используется математического аппарата математический аппарат теории автоматов. Теория автоматов — это раздел теоретической кибернетики, в котором изучаются математические модели — автоматы. На основе этой теории система представляется в виде автомата, перерабатывающего дискретную информацию и меняющего свои внутренние состояния лишь в допустимые моменты времени.
- Автомат можно представить как некоторое устройство (черный ящик), на которое подаются входные сигналы и снимаются выходные и которое может иметь некоторые внутренние состояния. Конечным автоматом называется автомат, у которого множество внутренних состояний и входных сигналов (а следовательно, и множество выходных сигналов) являются конечными множествами.

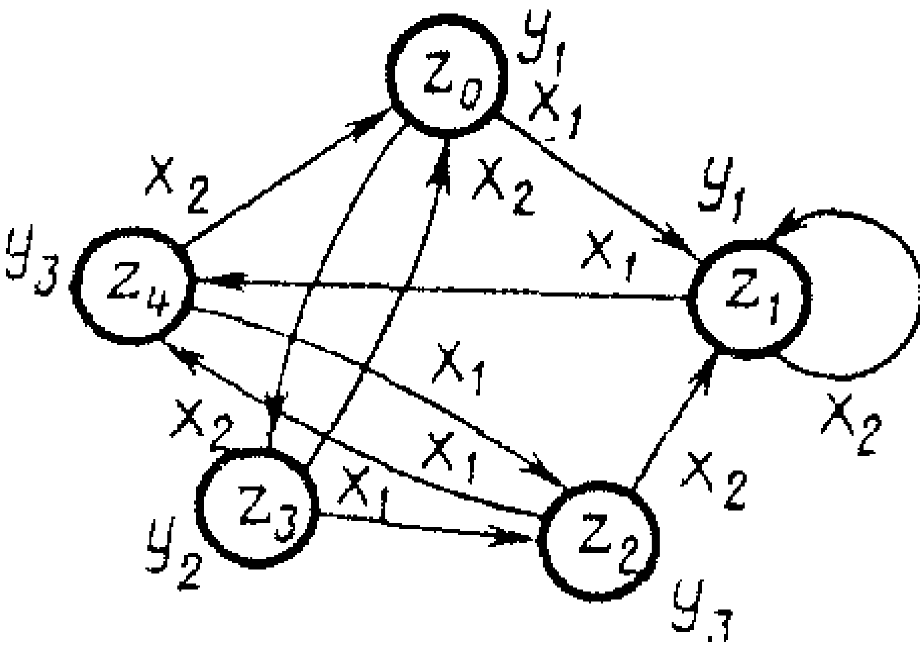
- *В синхронных* F-автоматах моменты времени, в которые автомат «считывает» входные сигналы, определяются принудительно синхронизирующими сигналами. После очередного синхронизирующего сигнала с учетом «считанного» происходит переход в новое состояние и выдача сигнала на выходе, после чего автомат может воспринимать следующее значение входного сигнала. Таким образом, реакция автомата на каждое значение входного сигнала заканчивается за один такт, длительность которого определяется интервалом между соседними синхронизирующими сигналами.
- *Асинхронный* F-автомат считывает входной сигнал непрерывно, и поэтому, реагируя на достаточно длинный входной сигнал постоянной величины *x*, он может несколько раз изменять состояние, выдавая соответствующее число выходных сигналов, пока не перейдет в устойчивое, которое уже не может быть изменено данным входным сигналом.
- Чтобы задать конечный F-автомат, необходимо описать все элементы множества , т. е. входной, внутренний и выходной алфавиты, а также функции переходов и выходов, причем среди множества состояний необходимо выделить состояние z_0, в котором автомат находился в момент времени $t=0$.
- Существует несколько способов задания работы F-автоматов, но наиболее часто используются табличный, графический и матричный.

- *<u>Простейший табличный способ задания конечного автомата</u>* основан на использовании таблиц переходов и выходов, строки которых соответствуют входным сигналам автомата, а столбцы — его состояниям. При этом обычно первый слева столбец соответствует начальному состоянию z_0. На пересечении i-й строки и k-го столбца таблицы переходов помещается соответствующее значение $\varphi(z_k, x_i)$ функции переходов, а в таблице выходов — соответствующее значение $\psi(z_k, x_i)$ функции выходов.
- Для некоторых F-автоматов называемых автоматами Мура, характеризующихся тем, что функция выходов не зависит от входной переменной $x(t)$, обе таблицы можно совместить, получив так называемую отмеченную таблицу переходов, в которой над каждым состоянием z_k автомата, обозначающим столбец таблицы, стоит соответствующий этому состоянию, согласно, выходной сигнал $\psi(z_i)$.
- При другом способе задания конечного автомата используется понятие направленного графа. Граф автомата представляет собой набор вершин, соответствующих различным состояниям автомата и соединяющих вершины дуг графа, соответствующих тем или иным переходам автомата.

- Для конечного автомата (автомата Мили) эта разметка производится так: если входной сигнал x_k действует на состояние z_i, то, согласно сказанному, получается дуга, исходящая из z_i и помеченная x_k; эту дугу дополнительно отмечают выходным сигналом рис. 4.



- Для автомата Мура аналогичная разметка графа такова: если входной сигнал x_k, действуя на некоторое состояние автомата, вызывает переход в состояние z_i то дугу, направленную в z_i и помеченную x_k, дополнительно отмечают выходным сигналом рис. 5.



- При решении задач моделирования систем часто более удобной формой является матричное задание конечного автомата. При этом матрица соединений автомата есть квадратная матрица $C=||c_{ij}||$, строки которой соответствуют исходным состояниям, а столбцы — состояниям перехода. Элемент $c_{ij}=x_k/y_s$, стоящий на пересечении i-й строки и j-го столбца, в случае автомата Мили соответствует входному сигналу x_k, вызывающему переход из состояния z_i в состояние z_j, и выходному сигналу y_s, выдаваемому при этом переходе. Для автомата Мили, матрица соединений имеет вид

$$\mathbf{C}_1 = \begin{Vmatrix} x_2 y_1 & - & x_1 y_1 \\ x_1 y_1 & - & x_2/y_2 \\ x_1/y_2 & x_2/y_1 & - \end{Vmatrix}$$

- Для F-автомата Мура элемент c_{ij} равен множеству входных сигналов на переходе (z_i, z_j), а выход описывается вектором выходов i-я компонента которого — выходной сигнал, отмечающий состояние z_i.

$$\vec{y} = \begin{Vmatrix} \psi(z_0) \\ \psi(z_1) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \psi(z_k) \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ \psi(z_K) \end{Vmatrix}$$