Сетевые и комбинированные модели

План

- Сетевые модели (N-схемы)
- Комбинированные модели (А-схемы)

Сетевые модели (N-схемы)

В практике моделирования объектов часто приходится решать задачи, связанные с формализованным описанием и анализом причинно-следственных связей в сложных системах, где одновременно параллельно протекает несколько процессов. Самым распространенным в настоящее время формализмом, описывающим структуру и взаимодействие параллельных систем и процессов, являются сети Петри (англ. Petri Nets), предложенные К. Петри.

Теория сетей Петри развивается в нескольких направлениях:

1. разработка математических основ,
2. структурная теория сетей,
3. различные приложения (параллельное программирование, дискретные динамические системы и т. д.).

Формально сеть Петри (N-схема) задается четверкой вида

$$N = \langle B, D, I, O \rangle,$$

где B — конечное множество символов, называемых позициями $B \neq \varnothing$,
D — конечное множество символов, называемых переходами, $D \neq \varnothing$, $B \bigcap D \neq \varnothing$;
I — входная функция (прямая функция инцидентности) $I : B \times D \rightarrow \{0,1\}$;
O — выходная функция (обратная функция инцидентности), $O : D \times B \rightarrow \{0,1\}$.

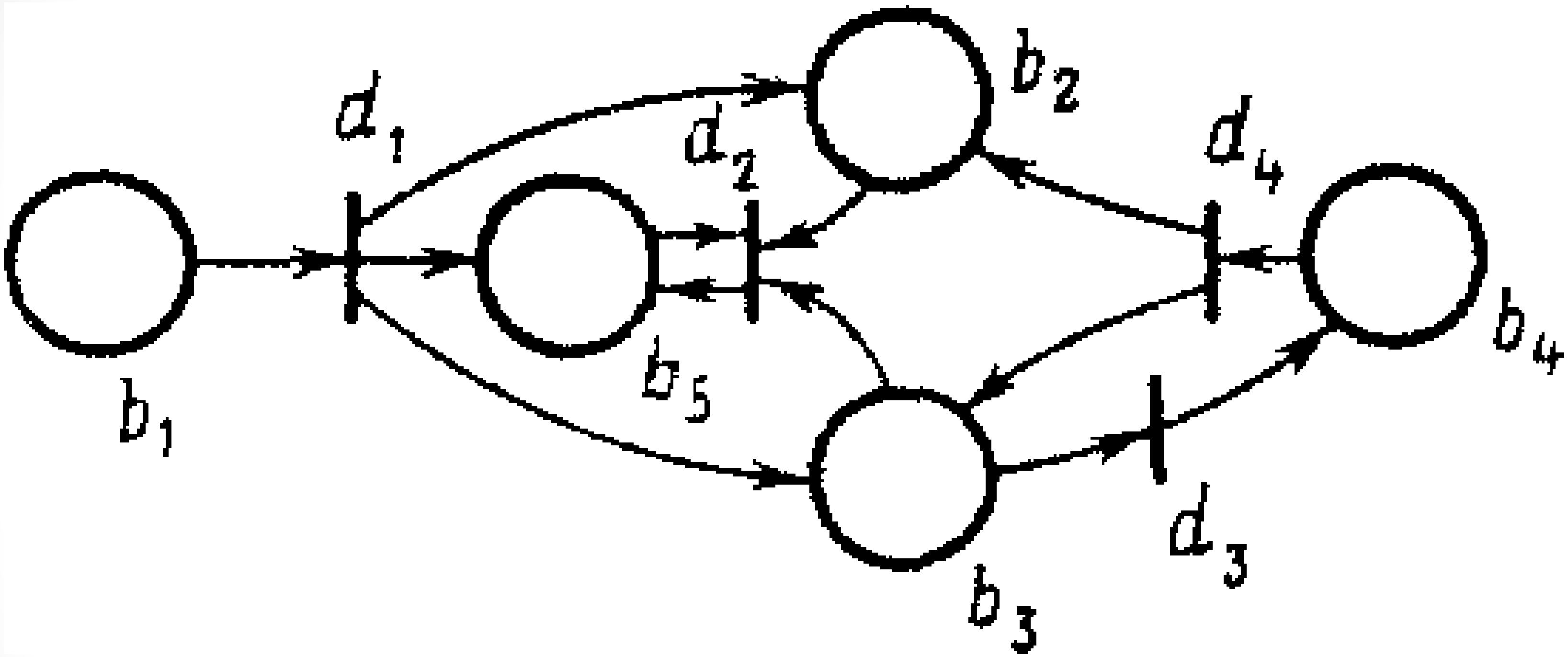
Таким образом, входная функция I отображает переход d_j в множество входных позиций $b_i \in I(d_j)$, а выходная функция O отображает переход d_j в множество выходных позиций $b_i \in D(d_j)$. Для каждого перехода $d_j \in D$ можно определить множество входных позиций перехода $I(d_j)$ и выходных позиций перехода $O(d_j)$ как

$$I(d_j) = \{b_i \in B / I(b_i, d_j) = 1\}, \quad i = \overline{1,n};\ j = \overline{1,m};\ n = |B|;\ m = |D|;$$
$$O(d_j) = \{b_i \in B / O(d_j, b_i) = 1\},$$

Аналогично, для каждого перехода $b_i \in B$ вводятся определения множества входных переходов позиции $I(b_i)$ и множества выходных переходов позиции $O(b_i)$:

$$I(b_i) = \{d_j \in D / I(d_j, b_i) = 1\},$$
$$O(b_i) = \{d_j \in D / O(b_i, d_j) = 1\}, .$$

Сетевые модели (N-схемы)



- Графически *N*-схема изображается в виде двудольного ориентированного мультиграфа, представляющего собой совокупность позиций и переходов (рис. 1).

Маркировка M есть присвоение неких абстрактных объектов, называемых метками (фишками), позициям N-схемы, причем количество меток, соответствующее каждой позиции, может меняться. При графическом задании N-схемы разметка отображается помещением внутри вершин-позиций соответствующего числа точек (когда количество точек велико, ставят цифры).

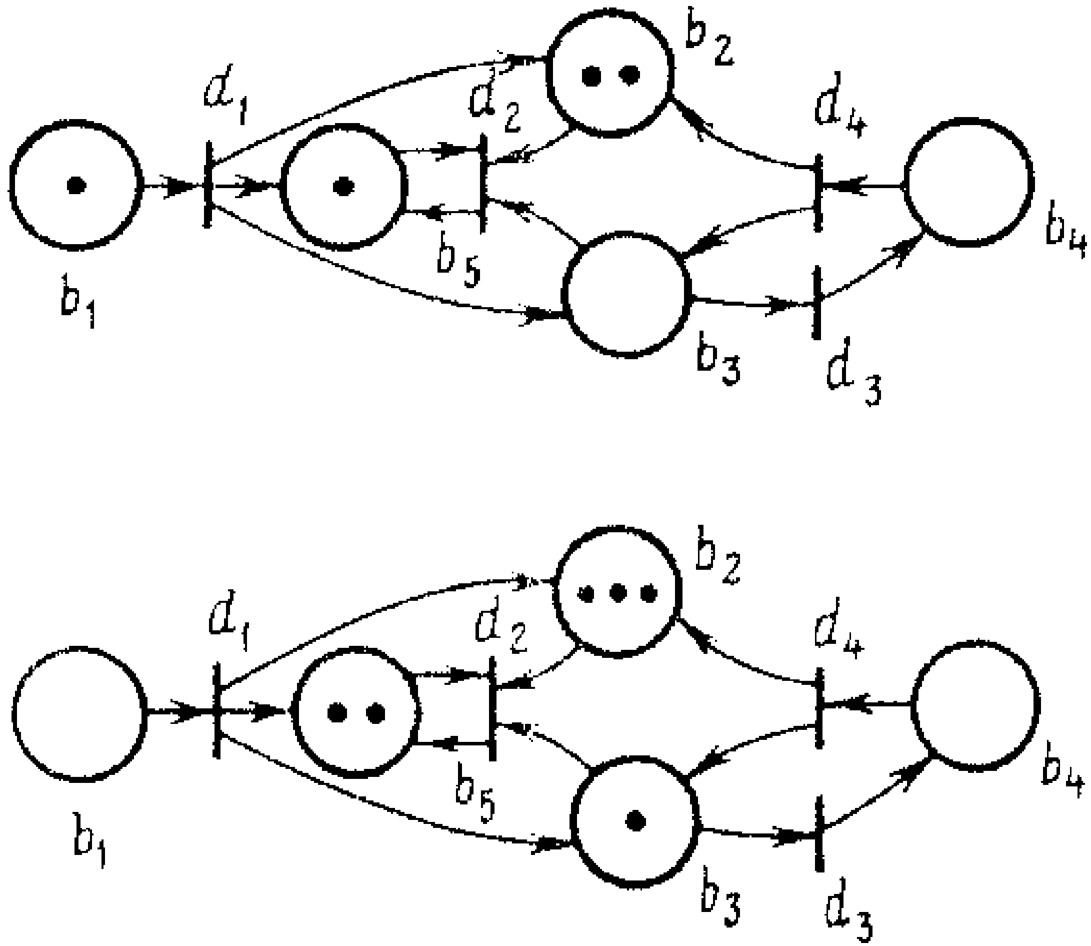
Маркированная (размеченная) N-схема может быть описана в виде пятерки $N_M = \langle B, D, I, O, M \rangle$ и является совокупностью сети Петри и маркировки M.

Функционирование N-схемы отражается путем перехода от разметки к разметке. Начальная разметка обозначается как $M_0 : B \to \{0,1,2,3,...\}$. Смена разметок происходит в результате срабатывания одного из переходов $d_j \in D$ сети. Необходимым условием срабатывания перехода d_j является $b_i \in I(d_j)$ $\{M(B_i) \geq 1\}$, где $M\{b_i\}$, - разметка позиции b_i. Переход d_j для которого выполняется указанное условие, определяется как находящийся в состоянии готовности к срабатыванию или как возбужденный переход.

Срабатывание перехода изменяет разметку сети $M(b) = (M(b_1), M(b_2), ..., M(b_n))^2$ на разметку $M'(b)$ по следующему правилу:

$$M'(b) = M(b)-I(d_j) + O(d_j)$$

т. е. переход d_j изымает по одной метке из каждой своей входной позиции и добавляет по одной метке в каждую из выходных позиций.



- Рис. 2. Пример функционирования размеченной N-схемы

- Важной особенностью моделей процесса функционирования систем с использованием типовых N-схем является простота построения иерархических конструкций модели. С одной стороны, каждая N-схема может рассматриваться как макропереход или макропозиция модели более высокого уровня. С другой стороны, переход, или позиция N-схемы, может детализироваться в форме отдельной подсети для более углубленного исследования процессов в моделируемой системе ***S***.
- Типовые N-схемы на основе обычных размеченных сетей Петри пригодны для описания в моделируемой системе ***S*** событий произвольной длительности. В этом случае модель, построенная с использованием таких N-схем, отражает только порядок наступления событий в исследуемой системе ***S***. Для отражения временных параметров процесса функционирования моделируемой системы ***S*** на базе N-схем используется расширение аппарата сетей Петри: временные сети, ***E***-сети.

Комбинированные модели (А-схемы)

- Этот подход позволяет описывать поведение непрерывных и дискретных, детерминированных и стохастических систем, т. е. по сравнению с рассмотренными является обобщенным (универсальным) и базируется на понятии агрегативной системы (от англ. aggregate system), представляющей собой формальную схему общего вида, которую будем называть А-схемой .
- Анализ существующих средств моделирования систем и задач, решаемых с помощью метода моделирования на ЭВМ, неизбежно приводит к выводу, что комплексное решение проблем, возникающих в процессе создания и машинной реализации модели, возможно лишь в случае, если моделирующие системы имеют в своей основе единую формальную математическую схему, т. е. А-схему.
- ***Такая схема должна одновременно выполнять несколько функций:***
- ***являться адекватным математическим описанием системы S;***
- ***служить основой для построения алгоритмов и программ при машинной реализации модели М;***
- ***позволять в упрощенном варианте (для частных случаев) проводить аналитические исследования.***

Будем полагать, что переход агрегата из состояния $z(t_1)$ в состояние $z(t_2) \neq z(t_1)$ происходит за малый интервал времени, т. е. имеет место скачок δ_z. Переходы агрегата из состояния $z(t_1)$ в $z(t_2)$ определяются собственными (внутренними) параметрами самого агрегата $h(t) \in H$ и входными сигналами $x(t) \in X$.

Для описания скачков состояний δ_z в особые моменты времени t_δ будем использовать случайный оператор ***W***, представляющий собой частный случай оператора ***U***, т. е.

$$z(t_\delta + 0) = W[t_\delta, z(t_\delta)].$$

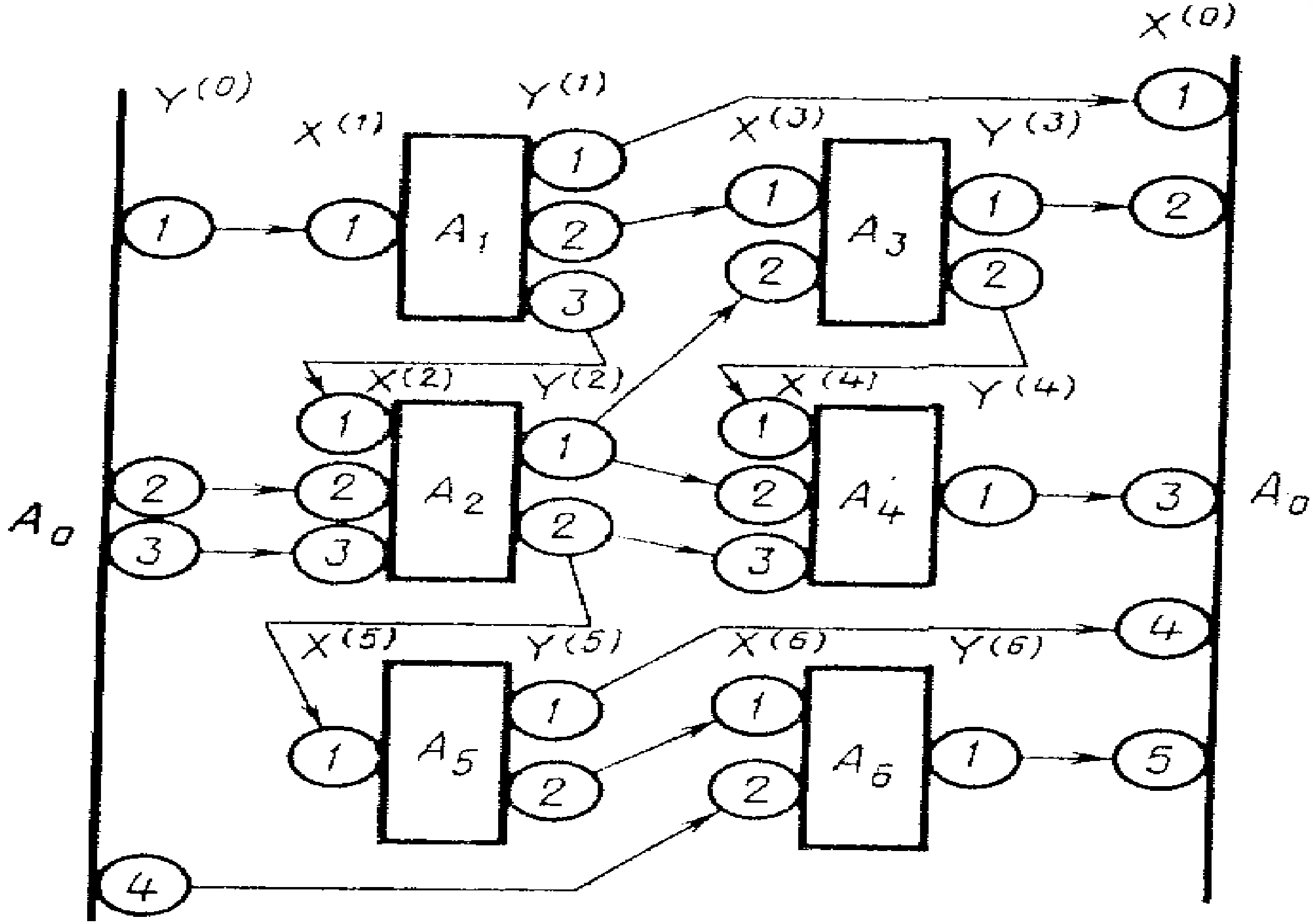
В множестве состояний ***Z*** выделяется такое подмножество $Z^{(Y)}$, что если $z(t_\delta)$ достигает $Z^{(Y)}$, то это состояние является моментом выдачи выходного сигнала, определяемого оператором выходов

$$y = G[t_\delta, z(t_\delta)].$$

Таким образом, под агрегатом будем понимать любой объект, определяемый упорядоченной совокупностью рассмотренных множеств $T, X, Y, Z, Z^{(Y)}, H$ и случайных операторов V, U, W, G.

Последовательность входных сигналов, расположенных в порядке их поступления в А-схему, будем называть входным сообщением или *x* - сообщением. Последовательность выходных сигналов, упорядоченную относительно времени выдачи, назовем выходным сообщением или *y* - сообщением.

- Для построения агрегата вводятся предположения о закономерностях функционирования А-схем, в соответствии реальной системой:
- 1) взаимодействие между А-схемой и внешней средой ***E***, а также между отдельными агрегатами внутри системы ***S*** осуществляется при передаче сигналов, причем взаимные влияния, имеющие место вне механизма обмена сигналами, не учитываются;
- 2) для описания сигнала достаточно некоторого конечного набора характеристик;
- 3) элементарные сигналы мгновенно передаются в А-схеме независимо друг от друга по элементарным каналам;
- 4) к входному контакту любого элемента А-схемы подключается не более чем один элементарный канал, к выходному контакту - любое конечное число элементарных каналов при условии, что ко входу одного и того же элемента А-схемы направляется не более чем один из упомянутых элементарных каналов.



- Рис. 3. Структура агрегативной системы

Взаимодействие А-схемы с внешней средой ***E*** рассматривается как обмен сигналами между внешней средой ***E*** и элементами А-схемы. В соответствии с этим внешнюю среду ***E*** можно представить в виде фиктивного элемента системы $\boldsymbol{A_0}$, вход которого содержит I_0 входных контактов, а выход — J_0 выходных контактов. Сигнал, выдаваемый А-схемой во внешнюю среду Е, принимается элементом A_0 как входной сигнал, состоящий из элементарных сигналов $x_1^{(0)}(t)$, $x_2^{(0)}(t)$, ..., $x_{I0}^{(0)}(t)$ Сигнал, поступающий в А-схему из внешней среды ***E***, является выходным сигналом элемента $\boldsymbol{A_0}$ и состоит из элементарных сигналов $y_1^{(0)}(t), y_2^{(0)}(t), ..., y_{I0}^{(0)}(t)$.

Таким образом, каждый A_n (в том числе и A_0) как элемент А-схемы в рамках принятых предположений о механизме обмена сигналами достаточно охарактеризовать множеством входных контактов $X_1^{(n)}$, $X_2^{(n)}$,..., $X_{In}^{(n)}$ которое обозначим $\{X_i^{(n)}\}$, и множеством выходных контактов $Y_1^{(n)}$, $Y_2^{(n)}$,..., $Y_J^{(n)}$ которое обозначим $\{X_j^{(n)}\}$, где $n = \overline{0, N_A}$. Полученная пара множеств $\{X_i^{(n)}\}$, $\{X_j^{(n)}\}$ является математической моделью элемента A_n используемого для формального описания сопряжения его с прочими элементами А-схемы и внешней средой ***E***.